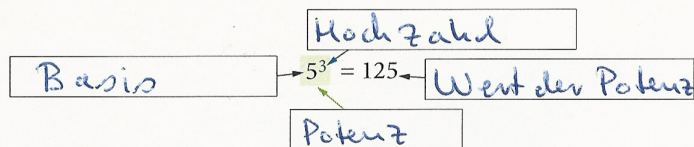




Wissenspeicher Rechnen mit Potenzen

So heißen die Teile einer Potenz



So rechnet man mit Potenzen

Terme mit Potenzen kann man vereinfachen, ohne sie auszurechnen.

Dazu kann man sich alle Potenzen als Produkte ausgeschrieben vorstellen:

$$7^5 \cdot 7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^8$$

allgemein: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$$7^5 : 7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 : (7 \cdot 7 \cdot 7) = 7^2$$

allgemein: $a^n : a^m = a^{n-m}$

$$7^5 : 7^3 = \frac{7^5}{7^3} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7} = 7^2$$

Das geht auch mit negativen Potenzen, wenn man sich merkt: $7^{-3} = \frac{1}{7^3}$

$$7^5 \cdot 7^{-8} = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = 7^{-3}$$

$$7^5 : 5^{-8} = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 : \left(\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \right) = 7^5 \cdot 7^8 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^{13}$$

So vereinfacht man Potenzen mit verschiedenen Basen

$$7^5 \cdot 3^5 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = (7 \cdot 3) \cdot (7 \cdot 3) \cdot (7 \cdot 3) \cdot (7 \cdot 3) \cdot (7 \cdot 3) = (7 \cdot 3)^5$$

allgemein: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$$7^5 \cdot 3^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = (7 \cdot 3) \cdot (7 \cdot 3) \cdot (7 \cdot 3) \cdot 7^2 = (7 \cdot 3)^3 \cdot 7^2$$

Bei der Summe von Potenzen gibt es keine einfache Regel was mit dem Exponenten passiert:

$$7^{10} + 7^8: \text{Das könnte man beispielsweise so umformen: } 7^8 \cdot 7 \cdot 7 + 7^8 \cdot 1 = 7^8 \cdot (7 \cdot 7 + 1) = 7^8 \cdot 50$$

$$7^5 + 8^5: \text{Es gibt für } 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 + 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \text{ keine Vereinfachung.}$$

Potenzen mit Variablen

$$a^2 \cdot a^5 \text{ (denken: } a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) = a^7$$

$$a^2 \cdot a^{-5} \text{ (denken: } \frac{a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}) = a^{-3}$$

$$x^2 \cdot y^3 \cdot x^5 \cdot y^4 \text{ (denken: } x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y) = x^7 \cdot y^7 = (x \cdot y)^7$$



Wissensspeicher Große und kleine Zahlen mit Zehnerpotenzen schreiben

So schreibt man große Zahlen mit Zehnerpotenzen

Sehr große Zahlen mit vielen Nullen kann man mit Hilfe von Zehnerpotenzen einfacher schreiben,

zum Beispiel: $10^9 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$ Eine Milliarde

Potenz	ausgeschriebene Zahl	Zahlwort	Vorsilbe
10^{12}	1 000 000 000 000	Billion	Tera
10^9	1 000 000 000	Milliarden	Giga
10^6	1 000 000	Millionen	Mega
10^3	1000	Tausend	kilo
10^2	100	Hundert	hekto
10^1	10	Zehn	deka
10^0	1		
10^{-1}	$0,1 = \frac{1}{10}$	Zehntel	dezi
10^{-2}	$0,01 = \frac{1}{100}$	Hundertstel	centi
10^{-3}	$0,001 = \frac{1}{1000}$	Tausendstel	milli
10^{-6}	0,000 001	Millionstel	mikro (μ)
10^{-9}	0,000 000 001	Milliardstel	nano
10^{-12}	0,000 000 000 001	Billionstel	piko

So verwendet man die Potenzschreibweise

Mit einer Stellentafel kann man erkennen wie man große Zahlen unterschiedlich schreiben kann:

154 Milliarden = 154 000 000 000 = $154 \cdot 10^9$ (sprich: 154 mal 10 hoch 9)

Milliarden			Millionen			Tausend					
10^{11}	10^{10}	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
1	5	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Man kann dieselbe Zahl mit verschiedenen Zehnerpotenzen schreiben:

$$154 \text{ Milliarden} = 154\,000\,000\,000 = 154\,000\,000 \cdot 10^3$$

$$154 \text{ Milliarden} = 154\,000\,000\,000 = 154\,000 \cdot 10^6$$

$$154 \text{ Milliarden} = 154\,000\,000\,000 = 154 \cdot 10^9$$

$$154 \text{ Milliarden} = 154\,000\,000\,000 = 15,4 \cdot 10^{10}$$

$$154 \text{ Milliarden} = 154\,000\,000\,000 = 1,54 \cdot 10^{11}$$

Milliarden			Millionen			Tausend					
10^{11}	10^{10}	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
1	5	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	5	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Oft schreibt man eine Zahl mit Zehnerpotenzen so, dass nur eine Ziffer vor dem Komma steht: $1,54 \cdot 10^{11}$

Oft schreibt man eine Zahl mit Zehnerpotenzen so, dass die Hochzahl ein Vielfaches von drei ist: $154 \cdot 10^9$

Dann kann man schnell ablesen, ob es Tausend, Millionen, Milliarden usw. ist.

Die Schreibweise mit einer Stelle vor dem Komma wird auch „wissenschaftliche Schreibweise“ genannt, weil man sie in den Naturwissenschaften verwendet, wo viele Dinge sehr groß oder sehr klein sind.



Wissenspeicher Mit großen und kleinen Zahlen in Zehnerpotenzen rechnen

So verwendet man die Potenzschreibweise mit negativer Hochzahl

Auch sehr kleine Zahlen kann man mit Potenzen schreiben. Dann verwendet man negative Hochzahlen.

			Tausendstel			Millionstel		
H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E
10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
		0	0	0	0	0	2	5
							2	5

$$25 \text{ Millionstel} = 0,000\,025 = \underline{25} \cdot 10^{-6}$$

$$25 \text{ Millionstel} = 0,000\,025 = \underline{2,5} \cdot 10^{-5}$$

So rechnet man mit Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise und Einheiten

- Eine Zahl in Zehnerpotenzschreibweise umwandeln: $\blacksquare = \blacksquare \cdot 10^{\blacksquare} \text{ m}$

Wie viele Sekunden hat ein Jahr ungefähr? Schreibe in Zehnerpotenzschreibweise und runde auf drei Stellen.

$$60 \text{ s} \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = \underline{3153600} \text{ s} = \underline{31,53} \cdot 10^6 \text{ s} = 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$$

- Zwei Zahlen in Potenzschreibweise multiplizieren: $\blacksquare \cdot 10^{\blacksquare} \cdot \blacksquare \cdot 10^{\blacksquare} = \blacksquare \cdot 10^{\blacksquare}$

In einer Sekunde legt das Licht $3 \cdot 10^8 \text{ m}$ zurück. Wie viele Kilometer legt es in einem Jahr zurück?

$$3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} = \underline{3} \cdot \underline{3,15} \cdot 10^{\underline{15}} \cdot 10^{\underline{7}} \text{ m} \quad (10^8 \cdot 10^7 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)$$

$$= \underline{9,45} \cdot 10^{\underline{13}} \text{ m}$$

- Zwei Zahlen in Potenzschreibweise dividieren: $\blacksquare \cdot 10^{\blacksquare} : (\blacksquare \cdot 10^{\blacksquare}) = \blacksquare \cdot 10^{\blacksquare}$

Wie viele Erddurchmesser nebeneinander passen in den Sonnendurchmesser?

$$1,4 \cdot 10^9 \text{ m} : (1,3 \cdot 10^7 \text{ m}) = \underline{1,4} : \underline{1,3} \cdot (10^{\underline{9}} : 10^{\underline{7}}) \quad (10^9 : 10^7 = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10})$$

$$= \underline{1,08} \cdot 10^{\underline{2}}$$

So rechnet man mit der wissenschaftlichen Schreibweise mit einem Taschenrechner

So sieht $3 \cdot 10^5$ auf meinem Taschenrechner aus: 300000

Mit diesen Tasten gebe ich es ein: 3 $\times 10^x$ 5 =

So sieht $1,5 \cdot 10^{-10}$ auf meinem Taschenrechner aus: 0,0000000002

Mit diesen Tasten gebe ich es ein: 1 , 5 $\times 10^x$ - 1 0 =