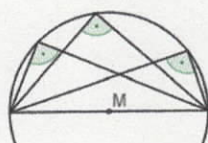




Wissensspeicher Der Satz des Thales

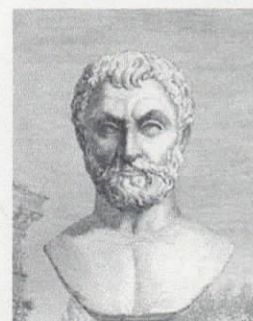
Der Satz des Thales sagt etwas über Winkel von besonderen Dreiecken aus:



Die Größe des Winkels gegenüber vom Durchmesser des Kreises ist immer 90° .

Der Zusammenhang ist seit über 2500 Jahren als Satz des Thales bekannt.

Thales von Milet war ein griechischer Mathematiker, der von 624 v. Chr. bis 547 v. Chr. gelebt hat.

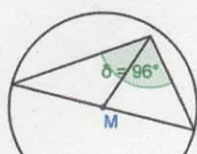


Dies ist eine genauere Formulierung des Satz des Thales, denn hier sind auch die Voraussetzungen dafür genannt, dass er gilt:

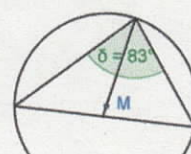
Wenn bei einem Dreieck ...

- (1) eine Seite des Dreiecks Durchmesser eines Kreises ist und
 (2) der gegenüberliegende Punkt auf demselben Kreis liegt,

dann ist der Winkel an diesem Punkt 90° .



Hier ist Voraussetzung 2 nicht erfüllt.

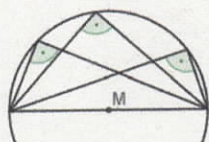


Hier ist Voraussetzung 1 nicht erfüllt.



Wissenspeicher Den Satz des Thales beweisen

Der Zusammenhang, den du gefunden hast, ist ein sehr berühmter:



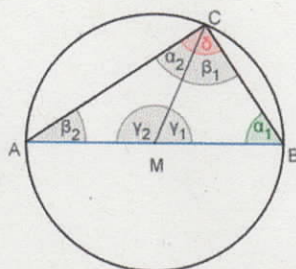
Die Größe des Winkels gegenüber vom Durchmesser des Kreises ist immer 90° .



Der Zusammenhang ist seit über 2500 Jahren als Satz des Thales bekannt.

Thales von Milet war ein griechischer Mathematiker.

Er lebte von 624 bis 547 vor Christus.

 β_1

Das Dreieck $\triangle ABC$ ist gleichschenkelig.

 $\alpha_1 = \beta_1$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 180^\circ$$

 $\gamma_1 = 180^\circ - 2\beta_1$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 180^\circ \quad (\text{Es sind Nebenecken.})$$

 $\gamma_2 = 2\beta_1$

$$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 180^\circ$$

 $\alpha_2 + \beta_2 = 180^\circ - \gamma_2 = 180^\circ - 2\beta_1$

Das Dreieck $\triangle AMC$ ist gleichschenkelig.

 $\alpha_2 = \frac{1}{2}(180^\circ - 2\beta_1) = 90^\circ - \beta_1$

$$\alpha_2 + \beta_1 = \delta$$

 $\delta = \beta_1 + (90^\circ - \beta_1) = 90^\circ$



Methodenspeicher Die Strategien Vorwärtsarbeiten, Rückwärtsdenken und Verknüpfen

Zum Lösen von Problemen kann man die Strategien **Vorwärtsarbeiten**, **Rückwärtsdenken** und **Verknüpfen** nutzen.

Beispiel: Im Zahlenrätsel rechts ist die Zahl im Feld d gesucht. Es gelten folgende Regeln:

- Im mittleren Feld steht immer 50.
- In den dunklen Feldern steht immer die Summe der weißen Nachbarfelder.

a	15	v	10	b
y		50		20w
d	?	x		c

Name der Strategie	Vorwärtsarbeiten	Verknüpfen	Rückwärtsdenken
Lösungsweg	<p>Gegeben: a, v, w Gesucht: d</p> <p>v, a $\downarrow v + y = a$ also $y = a - v$</p> <p>y v, w, y $\downarrow v + w + x + y = 50$ also $\downarrow x = 50 - (v + w + y)$</p> <p>$x$ x, y $\downarrow x + y = d$</p> <p>d</p>	<p>Gegeben: a, v, w Gesucht: d</p> <p>$v + w + x + y = 50$ und $x + y = d$</p> <p>$\downarrow d + v + w = 50$</p> <p>$v, w$ $\downarrow d + v + w = 50$</p> <p>$d$</p>	<p>Gegeben: a, v, w Gesucht: d</p> <p>v, w $\downarrow v + w + x + y = 50$</p> <p>$x + y$ $\downarrow x + y = d$</p> <p>d</p> <p>Wenn ich $v + w$ hätte, hätte ich $x + y$.</p> <p>Wenn ich $x + y$ hätte, hätte ich d.</p>
hilfreiche Fragen	Was weiß ich schon? Kann ich damit weiterrechnen?	Was weiß ich schon? Wie kann ich das miteinander verbinden?	Was will ich berechnen? Was fehlt mir dafür?

So kann man eine Vermutung beweisen

Auch wenn man viele Beispiele prüft, kann man sich nie sicher sein, ob es **immer** stimmt.

Wenn man Begründungsschritte gefunden hat, die bis zur Vermutung führen, hat man einen **Beweis**.

Man spricht auch von einer **Argumentationskette**.

Beispiel: Die Zahlen an gegenüberliegenden Ecken ergeben zusammen immer 50.

Vermutung: $a + c = b + d = 50$

$$v + w + x + y = 50$$

$$\downarrow a = v + y$$

$$a + w + x = 50$$

$$\downarrow c = x + w$$

$$\underline{a + c = 50}$$

$$v + w + x + y = 50$$

$$\downarrow b = v + w$$

$$b + x + y = 50$$

$$\downarrow d = x + y$$

$$\underline{b + d = 50}$$

a	v	b
y	50	w
d	x	c



Methodenspeicher Beweisen

Mit Hilfe der Strategien **Vorwärtsarbeiten**, **Rückwärtsdenken** oder **Verknüpfen** kann man Probleme lösen oder einen Beweis finden.

<p>Vorwärtsarbeiten</p> <p>gegeben: β_2, γ gesucht: β_1 $\beta_2, \alpha_2 = \beta_2$ $\downarrow 2\beta_2 + \gamma_2 = 180^\circ$ $\gamma_2 = 180^\circ - 2\beta_2$ γ_2, γ $\downarrow \gamma_1 + \gamma_2 = \gamma$ $\gamma_1 = \gamma - \gamma_2$ $\gamma_1, \alpha_1 = \beta_1$ $\downarrow 2\beta_1 + \gamma_1 = 180^\circ$ $2\beta_1 = 180^\circ - \gamma_1 \rightarrow \beta_1 = 90^\circ - \frac{1}{2}\gamma_1$</p>	<p>Rückwärtsdenken</p> <p>gegeben: γ_1, γ_2 gesucht: α_3 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_4$ $\downarrow \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 = 360^\circ$ $\gamma_3 = 360^\circ - \gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_4$ $\gamma_3, \alpha_3 = \beta_3$ $\downarrow 2\alpha_3 + \gamma_3 = 180^\circ$ $2\alpha_3 = 180^\circ - \gamma_3$ \downarrow Alle Winkel halbieren. $1:2$ $\alpha_3 = 90^\circ - \frac{1}{2}\gamma_3$</p>	<p>Verknüpfen</p> <p>gegeben: α_2, β_3 gesucht: γ $\alpha_2, \alpha_2 = \beta_2$ $\downarrow 2\alpha_2 + \gamma_2 = 180^\circ$ $\gamma_2 = 180^\circ - 2\alpha_2$ $\beta_3, \beta_3 = \alpha_3$ $\downarrow 2\beta_3 + \gamma_3 = 180^\circ$ $\gamma_3 = 180^\circ - 2\beta_3$ γ_2, γ_3 $\downarrow \gamma = \gamma_2 + \gamma_3$ $\gamma = 360^\circ - 2\alpha_2 - 2\beta_3$</p>
--	--	---

Wenn man eine Vermutung formuliert, dann kann man versuchen, zu beweisen, dass sie immer gilt. Dabei kann man auch verstehen, warum sie gilt.

Ein Beweis hat die drei Eigenschaften:

- (1) Ein Beweis führt von sicheren Aussagen zur Vermutung.
- (2) Er besteht aus einem oder mehreren Begründungsschritten,
- (3) die alle richtig, verständlich und überzeugend sind.

Beispiel: Beweis der Vermutung „Im Viereck ist die Winkelsumme immer 360° .“

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 180^\circ \text{ (Winkelsumme im Dreieck)}$$

$$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 180^\circ \text{ (Winkelsumme im Dreieck)}$$

\downarrow Gleichungen verknüpfen

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 360^\circ$$

$$\downarrow \beta_1 + \beta_2 = \beta \quad \text{und} \quad \alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$$

$$\alpha + \beta + \gamma_1 + \gamma_2 = 360^\circ$$

