

# Produktdesign – In 3D rechnen



Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....	ab Seite 2
<b>Einstieg</b> .....	ab Seite 6
<b>Erkunden</b> .....	ab Seite 8
<b>Ordnen</b> .....	ab Seite 15
<b>Vertiefen</b> .....	ab Seite 21
<b>Kompetenzen und Checkliste</b> .....	ab Seite 30
Materialübersicht für dieses Kapitel.....	ab Seite 32

**Herausgegeben von:**

Bärbel Barzel  
Stephan Hußmann  
Timo Leuders  
Susanne Prediger

**Autoren:**

Matthias Glade  
Susanne Prediger  
Gerd Seifert

**Redaktion:**

Raja Herold-Blasius

© 2016 Kosima-Projekt:

Zitierbar als Glade, M.; Prediger, S. & Seifert, G. (2016): Produktdesign – In 3D rechnen. In: Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (Hrsg.): Handreichungen zur Mathewerkstatt 9. Dortmund/ Freiburg/ Essen: Kosima. Online unter: [www.ko-si-ma.de](http://www.ko-si-ma.de).

© 2016 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin:

Das Copyright gilt für alle dargestellten Seiten und Auszüge von Seiten des Schülerbuchs und des Materialblocks der *mathewerkstatt*; Rechteinhaber und Bildquellen sind in den entsprechenden Bildnachweisen dieser Produkte ausgewiesen.

**Titel**      **Produktdesign – In 3D rechnen**  
**Thema**      **Körperberechnung**

**Kontexte – Kernfragen – Kernidee**

Für das Produktdesign sind Ästhetik und Funktionalität wichtig: Die ästhetischen Aspekte lassen sich durch die Beschreibung von – oft ungewöhnlichen – Formen fassen. Die Funktionalität zeigt sich zum Beispiel darin, wie viel Material man verbraucht. Materialverbrauch lässt sich bei massiven Körpern als Volumen fassen; bei Verpackungen und Gefäßen entspricht dem Materialverbrauch der Flächeninhalt der Oberfläche. Somit ergeben sich im Kontext des Produktdesigns vielfältige Fragen, die im Kapitel durch die folgenden Kernfragen konkretisiert verfolgt werden.

**Kernfrage A: Wie kann ich Körper darstellen und Oberflächen berechnen?**

Für die Planung und Präsentation von Produkten bedarf es verschiedener Darstellungen. In Etappe A wird das Zeichnen von Schrägbildern von spitzen Körpern erarbeitet und das Zeichnen und Deuten von Netzen und Schrägbildern wiederholt. Da der Großteil der Flächenformeln zum Bestimmen der Oberflächeninhalte bereits bekannt ist, wird deren Wiederholung und die Ausweitung auf die Oberflächenformel der Kugel in die erste Etappe integriert. Die Kugeloberfläche ist in dieser vor allem wiederholenden Etappe der einzig neue Stoff.

**Kernfrage B: Wie kann ich das Volumen von Körpern bestimmen?**

Von einigen Körpern können die Lernenden bereits das Volumen berechnen. Aber wie kann man die Volumina auch von Pyramiden, Kegeln und Kugeln berechnen? Zu welchen bereits berechneten Körpern gibt es Beziehungen? Nachdem diese Perspektive grundsätzlich aufgeworfen wurde, entdecken die Lernenden in einem Stationenbetrieb mit Experimenten Beziehungen zwischen geraden und spitzen Körpern gleicher Grundfläche und zwischen Kugel und Kegel. Aus den erkannten Beziehungen lassen sich Volumenformeln entwickeln, die in der Etappe vielfach interpretiert und variiert werden.

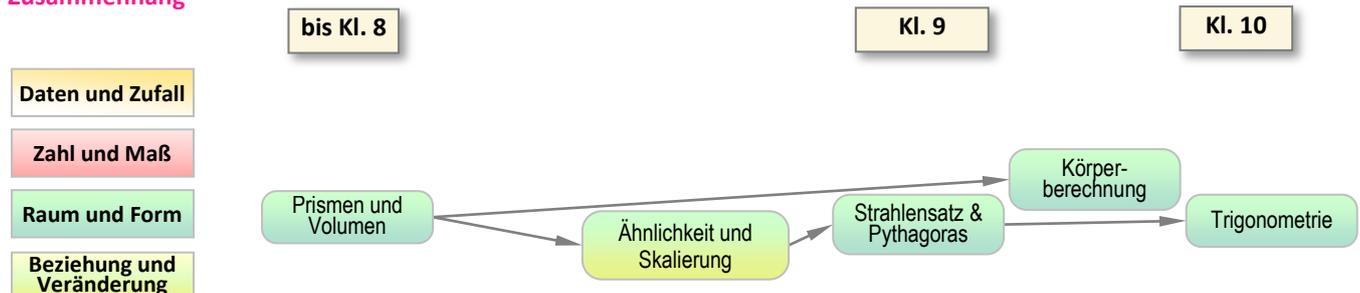
**Kernfrage C: Wie kann ich unbekannte Längen in Körpern in mehreren Schritten berechnen?**

Für die Berechnung von Oberflächeninhalten, Stümpfen und Diagonalen sind oft mehrschrittige Berechnungen notwendig, die einer gründlichen Planung und einiger Strategien bedürfen, um zielorientiert durchgeführt zu werden. In Etappe C werden dazu strategische Hilfsmittel (Lösungsplan, Strategien) und die notwendigen geometrischen Beziehungen wiederholt und in 3D-Situationen angewendet.

**Kompetenzen**

- K1: Ich kann Körper mit Fachwörtern (Prisma, Zylinder, Kante, Körperhöhe, Höhe einer Seitenfläche, Raumdiagonale) beschreiben und sie durch Netze und Schrägbilder darstellen.
- K2: Ich kann Oberflächeninhalte von geraden, spitzen, runden und zusammengesetzten Körpern (Pyramide, Kegel, Kugel) bestimmen.
- K3: Ich kann das Volumen von spitzen, runden, geraden und zusammengesetzten Körpern bestimmen.
- K4: Ich kann erklären, wie das Volumen von Zylinder und Kegel sowie quadratischer Pyramide und Quader zusammenhängt.
- K5: Ich kann für Formeln von Oberflächeninhalt und Volumen erklären, was die einzelnen Teile bedeuten.
- K6: Ich kann mit einer Formelsammlung umgehen (Formeln finden und geeignet verändern).
- K7: Ich kann unbekannte Längen in Körpern bestimmen und dazu geometrische Sätze (Ähnlichkeitssätze, Satz des Pythagoras) oder Formeln (für Volumen, Oberflächeninhalt) nutzen.
- K8: Ich kann mehrschrittige Problemlöseprozesse planen und dann erst durchführen (PADEK).

**Zusammenhang**



Struktur

ca. 4 Wochen

Einstieg: Eindenken in Kontextthema Produktdesign							
<b>A Wie kann ich Körper darstellen und Oberflächen berechnen?</b>					<b>E</b>	<b>O</b>	
<b>E1</b>	Körper darstellen	<b>O1</b>	Körper und ihre Darstellungen wiederholen		40	20	
		<b>O2</b>	Schrägbilder wiederholen			20	
<b>E2</b>	Netze und Oberflächeninhalte von Körpern	<b>O3</b>	Oberflächeninhalte Quader, Prisma, Kegel wiederholen	<b>V1-V5</b>	Körper darstellen und Oberflächen berechnen	25	20
<b>E3</b>	Oberfläche der Kugel	<b>O4</b>	Alle Oberflächenformeln			25	25
<b>B Wie kann ich Volumen von Körpern bestimmen?</b>					<b>E</b>	<b>O</b>	
zu <b>E5-E8</b>	<i>Stationenbetrieb, evtl. auch E3 integrieren</i>	<b>O5</b>	Volumen für Quader, Prisma, Zylinder wiederholen	<b>V6</b> <b>V7 V7</b>	Volumen von Prismen berechnen		15
<b>E4</b>	Volumen von spitzen Körpern schätzen und messen	<b>O6</b>	Zusammenhänge des Volumens von geraden, spitzen und runden Körpern	<b>V8-V10</b> <b>V11 V11</b> <b>V12</b> <b>V13</b> <b>V14-16</b>	Oberflächeninhalte und Volumen spitzer und runder Körper	25	20
<b>E5</b>	Volumen von Pyramide und Quader					<b>E5-E8: 80</b>	
<b>E6</b>	Pyramiden puzzeln						
<b>E7</b>	Volumen von Halbkugel, Zylinder und Kegel						
<b>E8</b>	Volumen beim Scheren						
		<b>O7 O7</b>	Formeln für Körper durchdringen und sortieren	<b>V17, V18</b> <b>V19 V19</b> <b>V20-V23</b> <b>V24 V24</b> <b>V25</b> <b>V26-V28</b> <b>V29-V30</b>	Formeln für Oberflächeninhalte und Volumen flexibel nutzen		40
<b>C Wie kann ich unbekannte Längen in Körpern in mehreren Schritten bestimmen?</b>					<b>E</b>	<b>O</b>	
<b>E9</b>	Pythagoras in Körpern	<b>O8</b> <b>O9</b>	Strategie Zwischenwände Strahlensatz und Pythagoras wiederholen	<b>V6</b> <b>V7 V7</b>	Volumen von Prismen berechnen	45	25 30
<b>E10 E10</b>	Mehrschrittige Lösungswege planen			<b>V32-V33 </b> <b>V32-V33</b> <b>V34-V41a)</b> <b>V41bcd)</b> <b>V42 V42</b> <b>V43-V45</b>	Unbekannte Größen mehrschrittig bestimmen mit Zwischenwänden	35	
<b>E11</b>	Komplexe Berechnung in Körpern (Basisweg <b>O10</b> vor <b>E11</b> )	<b>O10</b>	Strategien für mehrschrittige Längenberechnung	<b>V32-V33 </b> <b>V32-V33</b> <b>V34-V41a)</b> <b>V41bcd)</b> <b>V42 V42</b> <b>V43-V45</b>	Unbekannte Größen mehrschrittig bestimmen mit Zwischenwänden	40	45

Basisweg (bei Nutzung aller Basisaufgaben im niedrigeren Niveau):

E1 – O1 – O2 – E2 – O3 – E3 – O4 – O5 – E4 – E5 – E7 – O6 – O7 – E9 – E10 – O8 – O9 – O10 – E11

## Intensivzugriff

### Hintergrund

Das Kapitel bündelt die Wiederholung bekannter Formeln zur Berechnung von Volumina und Oberflächeninhalten mit der Entwicklung neuer Volumenformeln für Pyramide, Kegel und Kugel und der Oberflächenformel der Kugel. Es ist damit sehr bedeutsam für die meisten zentralen Prüfungen Ende der Klasse 9 oder 10. Da damit alle wichtigen Formeln und geometrischen Sätze nicht nur bekannt sind, sondern auch in der geforderten Flexibilität angewandt werden können, werden diese in komplexeren Aufgaben miteinander vernetzt und Problemlösestrategien wiederholt. Diese werden für den neuen Anwendungsbereich der dreidimensionalen Geometrie adaptiert und durch die Strategie „Zwischenwände einziehen“ ergänzt.

### Etappe A: Wie kann ich Körper darstellen und Oberflächen berechnen?

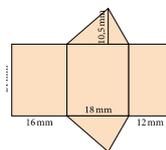
Zum Einstieg werden in **E1** die Perspektiven des Kapitels aufgemacht und die Namen der Körper und deren Netze mit **O1** und deren Schrägbilder mit **O2** wiederholt bzw. erarbeitet. Das Kapitel schließt damit auch einen Bogen zum dem Kapitel Körper in Klasse 5, das mit dem Kontext Verpackungen nah am jetzigen Produktdesign war.

Ein ähnliches Projekt mit Produktdesign durchzuführen, ist nicht im Fokus des Erkundens, aber angeregt in der Vertiefenaufgabe **V17**.

Nach einer Wiederholung der Darstellungen von Körpern werden die zentralen Fragen des Kapitels eröffnet, zunächst die Bestimmung des Oberflächeninhalts als relevantes Kriterium für den Materialverbrauch. Im Kontext von Verpackungen wiederholen die Lernenden in **E2** bzw. **O3** die Bestimmung von Oberflächeninhalten.

Dabei wird als vorstellungsmäßige Verstehensgrundlage das Netz mit den Teilflächen, zu denen sich jeweils Terme aufstellen lassen, genutzt. Alle Formeln und die Netze mit Teiltermen werden mit **O4** festgehalten. Die eigenständige Zerlegung ist dabei wichtiger als die fertige Formelsammlung.

Der bislang noch nicht berechnete Oberflächeninhalt der Kugel wird in **E3** am Beispiel der natürlichen Verpackung von kugeligem Obst entdeckt, indem Obst geschält und die Schale auf Kreise mit gleichem Radius wie das Obst verteilt wird.



### Etappe B: Wie kann ich das Volumen von Körpern bestimmen?

Der Schwerpunkt von Etappe B liegt in der experimentellen Erarbeitung der Zusammenhänge von Kugel, Kegel und Zylinder bzw. von Prisma und Pyramide, die die Volumenformeln begründen.

Von welchen Körpern können wir bereits das Volumen bestimmen? Von welchen nicht? Welche Zusammenhänge gibt es zwischen verschiedenen Körpern? Wie könnte man diese Zusammenhänge nutzen, um auch die Volumina von Kugeln und spitzen Körpern zu bestimmen. Erste Ideen und Annäherungen an diese Fragen entwickeln die Lernenden in **E4**. Dabei sichern sie mit **O5** die bereits in früheren Kapiteln erarbeiteten Volumenformeln zu Quader, Prismen und Zylinder.

In Erkundungen zu Füllkörpern mit Wasser, selbstgebastelten Papierkörpern und Sand oder mit im digitalen Zusatzmaterial bereitgestellten Videos entdecken die Lernenden in **E5** bis **E8** Beziehungen zwischen spitzen Körpern, Prismen und Kugeln, die sie zur Entwicklung von Volumenformeln nutzen. Diese Erkundungen werden idealerweise als Lernen an Stationen durchgeführt, durch einen anpassbaren Laufzettel im digitalen Angebot strukturiert und durch Protokollbögen im Materialblock reflektiert und festgehalten.

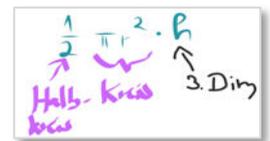
Mit dem alternativen Material (Bastelbögen oder Filme) dürfte es unabhängig von den Voraussetzungen vor Ort möglich sein, die Zusammenhänge zwischen den Volumina zu erkunden oder zumindest per Video mitzuerleben. Die erkundeten Zusammenhänge und Formeln für die Volumina von Kegeln, Pyramiden und Kugeln werden mit **O6** gesichert.

Die Konstanz des Volumens beim Scheren, die in **E8** erkundet wird, ist nicht im Basisweg enthalten. Sie ist die Basis für Begründungswissen jenseits des experimentellen Zugriffs, das in **V13**, **V25** und **V29** für die Stärkeren vertieft wird.

Um eine bloß oberflächliche Nutzung der Formeln zu vermeiden und deren inhaltliche Interpretation anzuregen, werden alle Lernenden in **O7|O7** (und immer wieder im Vertiefen) angeregt, die Teilterme aller Formeln zu deuten und die Formeln unter inhaltlichen Aspekten zu sortieren, z.B. nach Formeln für 2D- und 3D-Gebilde.

Auch das Herauslesen von Bestandteilen und Indikatoren (Ist es 2D oder 3D? Kommt ein Kreis vor?) ist eine wichtige Fertigkeit.

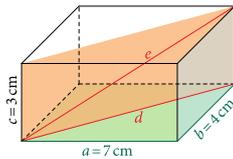
Die inhaltliche Interpretation der (Teil-)Terme ist wichtig für das ebenfalls in **O7|O7** gesicherte flexible Verändern von Termen, wie es für die Berechnung von Volumina und Oberflächeninhalten von zusammengesetzten, offenen und zerschnittenen Körpern notwendig ist. Ein verstehensorientierter Umgang mit Formeln ist zudem erforderlich für die Nutzung von Formeln in unbekanntenen Notationen, z.B. in Formelsammlungen, die ebenfalls in **O7|O7** angeregt wird.



**Etappe C: Wie kann ich unbekannte Längen in Körpern in mehreren Schritten berechnen?**

Bei der Konzeption von Produkten insbesondere mit ungewöhnlichen Formen wie Pyramiden- und Kegelstümpfen ergeben sich Berechnungsprobleme, die die Anwendung verschiedener geometrischer Zusammenhänge, wie der Strahlensätze, des Satz des Pythagoras, etc. erfordern.

Um die geometrischen Sätze im Zusammenhang mit Körpern anzuwenden, muss die dreidimensionale Situation auf eine geeignete zweidimensionale Situation reduziert werden. Für die Lernenden wird diese Strategie als „Zwischenwände in Körper einziehen“ gefasst, wobei eine „Zwischenwand“ eine Ebene ist, in der die gegebenen und die gesuchten Größen liegen, die durch einen geometrischen Satz verbunden werden.



Motiviert wird diese Problemlösestrategie am Beispiel versinkender Strohhalme in quaderförmigen Tetrapaks in E9. Das Applet unterstützt, insofern sich in ihm beliebige Zwischenwände realisieren lassen und die Körper dann gedreht werden können. Die Strategie wird in O8 gesichert. Die geometrischen Sätze „Satz des Pythagoras“ und die Strahlensätze werden in O9 wiederholt und konkret in einem Kegel realisiert.

Diese Nutzung von geometrischen Sätzen zur Bestimmung unbekannter Größen in dreidimensionalen Situationen ist anspruchsvoll und wird in E10|E10 eingeführt. Sie erfordert:

1. ein strukturiertes Vorgehen im Problemlöseprozess. Dieses soll durch den aus dem Kapitel Zusammenhänge in Dreiecken und Vierecken bekannten Lösungsplan mit Pfeilschreibweise angeregt werden. Dieser wird in O10 explizit angeregt und in der Ba-

Skizze erstellen    Gegebenes und Gesuchtes aufschreiben

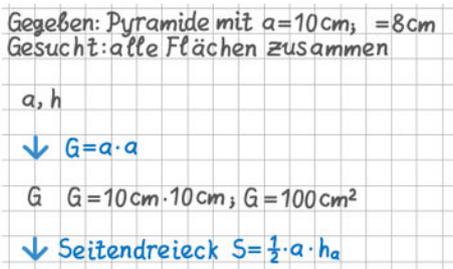
Hilfslinien und Zwischenwände einziehen

Verknüpfen von Zusammenhängen

Vorwärtsarbeiten und Rückwärtsdenken

sisaufgabe E10 bereits angeleitet.

2. die Anwendung verschiedener Problemlösestrategien.



3. die Nutzung von geometrischen Zusammenhängen, die in O10 breiter benannt und so zur Integration in die Lösungspläne bereitgestellt werden.

Formel für Flächeninhalt oder Volumen

Ähnlichkeit und Strahlensätze

Winkelsummen

Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Stufenwinkel

Satz des Pythagoras

Symmetriebeziehungen

**Basisweg**

Das Kapitel ist auf vier Wochen angelegt. Alternative Basisversionen gibt es zu den Aufgaben E10, O7 und V7, V11, V19, V24, V32, V33. Hier werden vor allem stärkere Vorstrukturierungen als zusätzliche Hilfen angeboten. Da die Thematik jedoch auch in den meisten Hauptschulprüfungen sehr relevant ist, kann inhaltlich nur das Begründungswissen ausgelassen werden aus E6, E8, V13, V25 und V29.

**Diagnose**

Zentral für das Kapitel ist die Kenntnis der Zusammenhänge und Formeln zu Oberflächeninhalten und Volumina und deren Deutung, Vernetzung und flexible Anpassung. Insofern ist der zentrale Fokus für die Diagnose, inwiefern insbesondere leistungsschwächere Lernende zusätzlich zur Kenntnis der Formeln dazu übergehen...

- sich der Herausforderung der Deutung der Terme und Teilterme zu stellen,
- Teilterme zu identifizieren und zu deuten.
- Terme zunehmend flexibel anzupassen.

Für das Lösen komplexer Probleme ist ein strukturiertes Vorgehen und die Kenntnis und Nutzung von Strategien wesentlich.

- Inwiefern stellen sich die Lernenden komplexeren Aufgaben?
- Wann nutzen sie bewusst Strategien und einen Lösungsplan mit Pfeilschreibweise?
- Wie sicher kennen sie die geometrischen Sätze?
- Wann identifizieren sie geometrische Sätze in 3D-Gebilden?

**Literatur**

Weigand, H.-G. et al. (2009): *Didaktik der Geometrie*. Berlin/ Heidelberg: Springer.

## Einstiegsseite Produktdesign – In 3D rechnen

### Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- lassen sich begeistern für Designs und deren Formenvielfalt und Schönheit;
- unterscheiden zwischen typischen und eher ungewöhnlichen Formen;
- aktivieren ihr Vorwissen zur Benennung der Körper;
- aktivieren ihr Vorwissen zum Fassungsvermögen von Körpern, ohne schon konkret zu rechnen.

### Bezug

Pias Hinweis auf die Formen und Merves Idee der Entwicklung eines Produkts wird in **E1** aufgegriffen und in den folgenden Aufgaben im Erkunden immer weiter konkretisiert, insbesondere in Bezug auf konkrete Berechnungen, Namen und Zeichentechniken.

### Vorbereitung/Material

Evtl. Designer-Produkte mitbringen oder nach Thematisierung der Auftaktseite mitbringen lassen

### Umsetzungsvorschlag (10 min)

Gemeinsames Lesen der Einstiegsseite und Sammeln von Eindrücken UG  
Dann direkt weiter mit **E1**.

### Mögliche HA:

Sucht in Geschäften oder im Internet attraktive Produkte und Verpackungen.  
Bringt Bilder, Fotos oder die konkrete Verpackungen bzw. das Produkt mit.  
(Bietet sich an, wenn **E1** dann mit diesen Bildern bearbeitet werden soll).

## Intensivzugriff

### Umsetzungshinweise/Alternativen

*Impulse:*

- Welche Produkte findet ihr schön?
- Wann funktionieren Produkte/ Verpackungen gut?
- In welche Formen passt viel hinein?

### Lernwege

Die Auftaktseite dient nur der Einstimmung auf den Kontext und die 2. Kernfrage. Die Lernenden schließen an die Ästhetik von Produkten, die Namen der Körper und an die angesprochene Praktikumsituation an.



Der Formenreichtum der Designprodukte soll begeistern und zum Analysieren und Einordnen anregen. **E1** greift alle inhaltlichen Perspektiven auf.

Tills Frage zur Praktikabilität eröffnet die Perspektive auf die Volumina und damit auf die im Kapitel zentralen Fragen zur Berechnung verschiedener Maße der Körper.

### Ziele des Kapitels aus Vorschauerspektive

In diesem Kapitel...

- untersuchst du Produkte auf ihre Formen und stellst sie geometrisch dar.
- bestimmst du die Oberflächen und Rauminhalte auch von spitzen und runden Formen.
- berechnest du in Körpern unbekannte Längen.

## Erkunden A Wie kann ich Körper darstellen und Oberflächen berechnen?

Schnellzugriff

### E1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- untersuchen Produkte auf Formen;
- entwickeln eigene Produkte und stellen sie im Schrägbild dar;
- unterscheiden Oberflächeninhalt, Volumen und Höhe als unterschiedliche Konzepte zur Erfassung der Größe von Körpern.

### E1Bezug

Nach der Einstiegsseite. E1 greift auf Wissen zurück, das in O1 und O2 wiederholt wird. Danach weiter mit E2.

### E1 Vorbereitung/Material

Evtl. Bild aus Schulbuch auf Folie, oder: mitgebrachte Bilder (HA zur Auftaktseite)

### E1 Umsetzungsvorschlag (35-40 min)

- |    |   |
|----|---|
| a) | Identifikation von Körpern und Sicherung EA/ PA unter Nutzung von O1  |
| b) | Entwicklung eigener Produktformen und Dokumentation mit einem kurzen Exposé und einem Schrägbild (unter Nutzung von O2)             |
| c) | Bestimmung von relevanten Maßen des Produkts Volumen, Oberflächeninhalt und Höhe<br>Mathekonzferenz zum Vergleich der Ergebnisse GA |
| d) | Gemeinsame Reflexion über Relevanz der wiederholten Begriffe und Fertigkeiten UG  |

Mögliche HA: V1 oder V2

Intensivzugriff

### E1 Umsetzungshinweise/Alternativen

Aufgabe E1 zielt vor allem auf die Anregung einer sinnstiftenden Perspektive zur kompakten Wiederholung der relevanten Begriffe und Verfahren zu Körpern.

Die in b) angeregte Entwicklung eines eigenen Produktes kann größer und damit eher projektartig angelegt werden (strukturierend unterstützt dies Aufgabe V17).

Beim Nachgedacht sollte der Sinn der Begriffe herausgearbeitet (z.B. „Größe“ ist zu allgemein, es muss unterschieden werden) und entstandene Schwierigkeiten gesammelt werden, so dass diese in den folgenden Aufgaben bewusst angegangen werden können.

### E1 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler unterscheiden (1) Kegel, (2) Kegelstumpf, (3) Pyramide, (4) Kugel, (5) Pyramide, (6) auch zusammengesetzte Körper, (7) Tetraeder, (8) Zylinder.

In b) werden an selbst gewählten Beispielen Schrägbilder und Berechnungswege angeregt, die in O2, E2, O3, O4 weiter ausdifferenziert und gesichert werden.

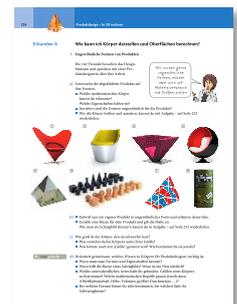
### E1 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die gesuchte „Größe“ des entwickelten Produktes nicht selbst bestimmen können (ist aber nicht schlimm, sondern Motivation zur weiteren Auseinandersetzung und Aufarbeitung in den folgenden Aufgaben);
- mit der eigenständigen Wiederholung in O1, O2 überfordert sind (methodische Variante im Kommentar zu O1, O2 wählen).

### E1 Differenzierung

Je nachdem, wie geläufig die in O1, O2 integrativ wiederholten Verfahren und Begriffe sind, brauchen einige Lernende etwas mehr Begleitung bei der Sicherung, während die meisten völlig eigenständig wiederholen können. In Bezug auf die Berechnung von Volumina und Oberflächeninhalten reicht es für schwächere Lernende, wenn hier die verschiedenen Konzepte unterschieden und reflektiert werden. Denn die konkreten Berechnungen werden in den folgenden Aufgaben noch konkreter aufgearbeitet. Schnellarbeitende entwickeln weitere Produkte oder erstellen eine Präsentation in Bezug auf die Fragen des Nachgedacht.



## Erkunden A Wie kann ich Körper darstellen und Oberflächen berechnen?

Schnellzugriff

### E2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- skizzieren Netze und bestimmen damit die Vorstellung zum Flächeninhalt der Oberfläche eines Körpers;
- reaktivieren und sammeln bekannte Formeln zur Flächenberechnung;
- wiederholen mit **O3** Vorstellungsgrundlagen zur Oberfläche eines Körpers als Netz und zum Kegel als aus ungewöhnlichen Flächen bestehendem Körper.

### E2 Bezug

Nach **O2**, evtl. nach **O3** oder mit **O3** integriert, weiter mit **O3** oder **E3**.

### E2 Umsetzungsvorschlag (25 min)

a)	Maße schätzen und Netze skizzieren Oberflächeninhalte bestimmen und wiederholen	EA/ PA
b)	Vergleich und Austausch	GA
c)	Kurze Reflexion im Plenum	UG

Mögliche HA: **V4**

### E3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- schätzen die Oberfläche einer Kugel ab;
- bestimmen experimentell den Flächeninhalt der Oberfläche einer Kugel;
- entwickeln eine Vermutung für eine Formel zur Bestimmung des Flächeninhalts der Oberfläche der Kugel.

### E3 Bezug

Nach **O2**, **E2**, weiter mit **O4**.

### E3 Vorbereitung/Material

Obst und Schälmesser oder Kugel/ Papier mitbringen lassen. Ggf. Handys oder Beamer um Film zu schauen.

### E3 Umsetzungsvorschlag (20 min)

a)	Vermutung für Kugeloberfläche formulieren	EA/ GA
b)	Experimentell Oberfläche ermitteln	GA
c)	Vermutung zu einer Formel entwickeln und sichern	GA/ UG

Mögliche HA: **V14**

Intensivzugriff

### E2 Umsetzungshinweise

Alternativen: **E2** kann auch mit passenden Eigenprodukten durchgeführt werden.

### E2 Erwartungshorizont

Der Lastwagen hat mit ca.  $2m \cdot 2,50m \cdot 6m$  einen Oberflächeninhalt  $2 \cdot (2 \cdot 2,5 + 2,5 \cdot 6 + 2 \cdot 6) m^2 = 64m^2$ , bzw.  $52m^2$ , wenn man den Boden weglässt.

Popcorn:  $25 \cdot 19 \cdot \pi cm^2 \approx 1492,3cm^2$ .

Packung:  $100cm^2 + 4 \cdot 17 \cdot 10/2 cm^2 = 440 cm^2$  mit z.B. 17 cm als geschätzter Seitenhöhe, exakte Lösung mit Pythagoras möglich, aber hier nicht verlangt)

### E2 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- mit der eigenständigen Wiederholung in **O3** überfordert sind (methodische Variante im Kommentar zu **O3** wählen),
- Formeln nicht verändern können (wird später aufgegriffen),
- unsicher sind mit dem Schätzen der Maße. Das Auto kann als Vergleichsgröße genutzt werden, bei der Packung wird die Seitenhöhe geschätzt (oder mit Pythagoras berechnet).

### E2 Differenzierung

Einige brauchen bei der Wiederholung mit **O3** viel Unterstützung. Hier kann aber auch in Bezug auf die Lerninhalte differenziert werden, so dass nicht alle den Zusammenhang der Formeln mit **O3b)** rekonstruieren, sondern nur die Formeln kennen. Schnellarbeitende können die Schätzung der Seitenhöhe der Pyramide mit einer Rechnung überprüfen.

### E3 Umsetzungshinweise

**E3** ist in verschiedenen Varianten (Kugel bekleben, Obst schälen oder nur den Film schauen) möglich. Die Formel zum Oberflächeninhalt der Kugel wird im Zusammenhang aller Formeln in **O4** gesichert. Nach der Erkundung sollte die Formel bewusst gesichert und an einem Beispiel mit gegebenem Radius und Durchmesser konkretisiert werden.

Alternative: **E3** kann auch in den Stationenbetrieb von **E5-E8** integriert werden.

### E3 Erwartungshorizont

Die Schalen füllen 4 Kreise, die Oberflächenformel  $O=4 \cdot \pi \cdot r^2$  kann man sich deshalb gut merken.



## Erkunden B Wie kann ich das Volumen von Körpern bestimmen?

Schnellzugriff

### E4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- bestimmen die Volumina bekannter Körper;
- wiederholen in **05** die Berechnung des Volumens von Prismen und Zylindern und die Vorstellung dazu;
- sortieren und vergleichen Körper in Bezug auf ihre Volumina;
- entwickeln Kriterien für Vergleich und erste Vergleiche.

### E4 Bezug

Nach **04**. Vor, nach oder während **05**, danach **E5-E8**.

### E4 Vorbereitung/Material

Alternativ mit vielen Gläsern und Füllkörpern aus der Mathesammlung anstatt mit dem Bild aus dem Buch.

### E4 Umsetzungsvorschlag (25 + 15 min)

	Anmoderation mit Perspektive (Welche Körpervolumina können wir schon/ noch nicht berechnen?)	UG
a)	Bestimmen der Volumina ( <b>ICH</b> ) Austausch und Sicherung mit Bearbeitung von <b>05</b> ( <b>DU</b> )	EA PA
b)	Vergleich und Entwicklung von Ideen	PA
c)	Sammlung und Reflexion von Berechnungen und Ideen über nutzbare Beziehungen ( <b>WIR</b> )	UG

Mögliche HA: **V8, V9**

Intensivzugriff

### E4 Umsetzungshinweise/Alternativen

**Alternativen:** Die Berechnung der Volumina und Entwicklung von Kriterien für eine Volumenbestimmung oder einen Vergleich der Volumina verschiedener Körper kann auch mit Füllkörpern aus der Sammlung oder geeigneten Gläsern durchgeführt werden.

**Umsetzungshinweise:** Wenn die Lernenden konkrete Vorschläge zu Experimenten entwickeln, lohnt es sich, diese nach der Sammlung auch von den Lernenden konkret konzipieren zu lassen (Wie genau wollt ihr das durchführen? Was brauchen wir dazu?), das Material für diese Versuche von den Lernenden soweit möglich mitbringen zu lassen und die Versuche in die Stationen **E5** bis **E8** zu integrieren.

### E4 Erwartungshorizont

Die Lernenden berechnen die Volumina der Prismen und Zylinder und wiederholen mit **05** die passende Vorstellung. Volumina der Prismen und Zylinder:

- Quader mit quadratischer Grundfläche:  
 $4,5^2 \cdot 4,2 = 85,05(\text{cm}^3)$ , bzw.  $145,8$  bzw.  $212,625(\text{cm}^3)$ ,
- Dreiecksprismen:  
 $4,5 \cdot 3,9/2 \cdot 13,8 = 121(\text{cm}^3)$  bzw.  
 $5,7 \cdot 4,9/2 \cdot 2,4 = 33,5(\text{cm}^3)$ ,
- Zylinder  $3,9^2 \cdot 9 \cdot \pi = 430(\text{cm}^3)$ .

Die anderen Körper sind bislang nicht berechenbar.

**Vermutung:** Körper mit gemeinsamen Elementen (z.B. gleiche Grundfläche) lassen sich vergleichen.

### E4 Lernwege

**Mögliche Strategien:**

- qualitativer Vergleich: Welcher Körper ist deutlich kleiner/ passt in einen anderen?
  - Vergleich von Gläsern derselben Form: Welcher Körper ist höher/ breiter?
  - Nutzung von allen relevanten Längenmaßen (Welche Körper besitzen gleiche Maße?) und schlussfolgern.
- Als erster Verdacht für spitze Körper wird meist das halbe Volumen des passenden Prismas geäußert. Die konkreten Vermutungen müssen hier nicht lang diskutiert werden, da in **E5** bis **E8** konkrete Vermutungen untersucht werden.

### E4 Diagnose

Können die Lernenden...

- Beziehungen (Unterschiede und vor allem Gemeinsamkeiten) zwischen den Körpern formulieren?
- Impulse:** Was sind die Unterschiede und Gemeinsamkeiten dieser beiden Körper? Vergleiche immer zwei? Welche Vergleiche machen Sinn? Was ist, wenn der Körper oder eine oder zwei Größen gleich sind?)
- Volumina von Prismen berechnen?

### E4 Differenzierung

Für schwächere Lernende kann man die Aufgabe schließen und mehrere konkrete Paare oder kleinere Gruppe von zu vergleichenden Körpern benennen.



## Erkunden B Wie kann ich das Volumen von Körpern bestimmen?

Schnellzugriff

### E5-E8 | Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erfahren die Zusammenhänge zwischen den Volumina verschiedener Körper durch Schüttversuche auf verschiedene Weisen;
- erarbeiten sich die Volumenformeln.

### E5-E8 Bezug

Nach oder vor **05**, weiter mit **06**, **07** | **07**.

### E5-E8 Vorbereitung/Material

Laufzettel für Stationenbetrieb im digitalen Zusatzmaterial, Protokollbögen im MB  
 Füllkörper aus der Sammlung, Wasser, Trockentuch, auf hartem Papier ausgedruckte Kopiervorlagen von Pyramide in **E6** (siehe digitales Angebot) und Münzen  
 Oder Beamer/ Handys für Videos

### E5-E8 | Umsetzung als Lernen an Stationen (80 min)

Bearbeitung der Stationen (auch **E3** und **GA** ggf. **V13**)

Auslosen, wer zu welcher Station die Ergebnisse vorstellt und kurze Vorbereitung der Präsentation **PA/ UG**

Präsentation und Diskussion der Ergebnisse (mit Reflexionsfragen aus Nachgedacht) **UG**

**Mögliche HA:** nach **E5** und **E6: V11**; nach **E7** und **E8: V1-7**

Intensivzugriff

### E5-E8 Umsetzungshinweise

ggf. Station 1 (**E3**): Flächeninhalt der Kugeloberfläche,  
 Station 2 (**E5**): Volumen von quadratischer Pyramide,  
 Station 3 (**E6**, nicht in Basis): Volumen von Dreiecks-/quadratischer Pyramide,  
 Station 4 (**E7**): Volumen von Zylinder, Kegel, Halbkugel,  
 Station 5 (**E8**, nicht in Basis): Volumen von schrägen spitzen Körpern,  
 Station 6 (**V13**, Puffer nur für Leistungsstarke): Kegel, Pyramide über Scheiben approximieren.

*Alternative Umsetzungen:* Statt wassergefüllte Füllkörper können auch alternative Modelle genutzt werden (z.B. aus Papier gebastelte Körper, die mit Sand gefüllt werden). Werden die Filme anstatt konkreter Materialien genutzt, benötigt man keine Stationen. Dazu sind genügend Handys notwendig, um Filme in Kleingruppen anzuschauen.

*Reflexion:* Die gewonnenen Ergebnisse können kritisch reflektiert werden. Fragen wie „Wie genau sind die Ergebnisse? Wurde schon hinreichend verallgemeinert? Können wir begründen, warum das funktioniert?“ sollen helfen die erzielten Erkenntnisse einzuordnen: Die Messergebnisse sind ungenau. Die einzelne Gruppe müsste eigentlich weitere Versuche durchführen. In der summativen Auswertung bestätigen sich empirisch die Vermutungen, die aber bislang nicht weiter begründet wurden. Die Vermutungen lassen sich begründen durch genauere Analyse von **E6**, alternative Annäherungen an das Volumen (**V13**). Das Kapitel zielt jedoch auf Erfahrungen und nicht auf theoretisches Begründungswissen, auch da es zu komplex wäre.

### E5-E8 Erwartungshorizont

**E5:** Pyramide passt drei mal in Quader. In das linke Glas passt 1/3 des rechten Glases.

**E6:** Die Höhe ist halb so groß wie die Seitenlänge der Grundfläche. Pyramide mit halber Höhe ist 1/6 des Würfels. Passt zu **E5**.

**E7:** Der Zylinder läuft über, wenn man die Halbkugel das zweite Mal hineinschüttet. Der Kegel passt drei Mal in den Zylinder und zwei Mal in die Halbkugel (Formeln in **06**). Das Wasser steht in beiden Körpern gleich hoch.

$$V_{\text{Halbkugel}} = V_{\text{Zylinder}} - V_{\text{Kegel}}$$

**E8:** Beim Scheren bleibt das Volumen erhalten. Der schiefe Kegel entsteht, indem man den geraden Kegel in dünne Scheiben schneidet und die Scheiben nach oben zunehmend seitlich verschiebt (Prinzip von Cavalieri anschaulich).

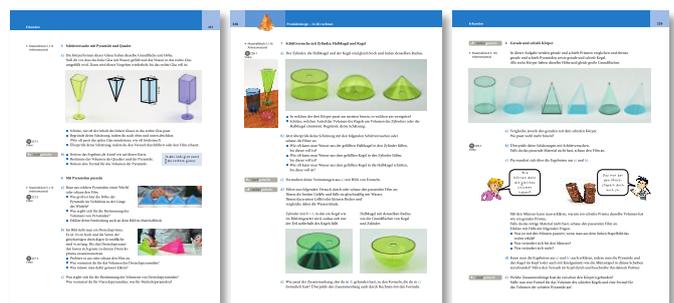
### E5-E8 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten können beim Aufstellen der Formeln entstehen. Die Übersetzung von z.B. „Der Kegel passt drei mal in den Zylinder und  $V_{\text{Zylinder}} = 1/3 \cdot V_{\text{Kegel}}$  wird in **06** explizit thematisiert.

*Impuls:* Überprüfe deine Gleichung durch Einsetzen konkreter Zahlen.

### E5-E8 Differenzierung

Über den Verzicht auf zwei Aufgaben in der Basisversion ergibt sich eine inhaltliche und zeitliche Differenzierung. Ansonsten empfiehlt es sich eher, leistungsgemischte Gruppen einzurichten. Schnellarbeitende bearbeiten die Pufferstation mit **V13**. In der Basisversion können Schnellarbeitende eine weitere (leere) Station bearbeiten.



## Erkunden C

# Wie kann ich unbekannte Längen in Körpern in mehreren Schritten berechnen?

Schnellzugriff

### E9 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- lernen den Satz des Pythagoras zur Längenberechnung beim Quader anzuwenden und;
- dazu geeignete Zwischenwände als Ebenen einzuziehen, auf die sich der (doppelte) Pythagoras anwenden lässt.

### E9 Bezug

Nach **07|07**. Weiter mit **08** und **09ab**).

### E9 Vorbereitung/Material

Pro Paar Lernende ein Trinkpäckchen (Trinkhalme extra) oder Klickies (aus dem Mathewerkstatt-Materialkoffer Klasse 5/6) zum Bau eines Quader-Kantenmodells und Karton zum Ausschneiden von Zwischenwänden oder: Trinkhalme und Pfeifenreiniger für das Kantenmodell; Bei Arbeit mit dem Applet ist der PC-Raum nötig.

### E9 Umsetzungsvorschlag (45 min)

- |    |  |          |
|----|--|----------|
| a) | Je Tandem ein Trinkpäckchen und Trinkhalm; dann Maße des Originals nutzen  | PA       |
|    | Beim Plenumsaustausch auf jeden Fall Außendiagonale (Frage 1) berechnen lassen oder (nach Impuls Pythagoras) Berechnung in PA.   | UG       |
| b) | Kann zur Vertiefung angeschlossen werden, kann auch zunächst übersprungen und in die HA verlegt werden.  | EA       |
| c) | Tandems basteln ein Quadermodell, passen einen Trinkhalm als Raumdiagonale an (experimentelle Lösung) und überlegen mittels der zurechtgeschnittenen Zwischenwand (Frage 2) einen rechnerischen Lösungsweg | PA       |
|    | Austausch in Doppeltandem-Gruppen ( <b>WIR</b> ) und dann im Plenum (Präsentation und Ergebnissicherung „doppelter Pythagoras“).   | GA<br>UG |
| d) | Plenumsausblick  | UG       |

**Mögliche HA:** E9b), 08 oder 09 oder V32

Intensivzugriff

### E9 Umsetzungshinweise/Alternativen

Der aufgezeigte Umsetzungsvorschlag ermöglicht die praktische Handlungserfahrung sehr anschaulich mit dem mathematischen Problemlösungsverfahren zu verknüpfen. Mit dem Applet kann die Situation dynamisch erkundet werden. Das Applet braucht die drei rechts im Bild eingebildeten Schaltflächen: um die Schieberegler zu bewegen



und Objekte so zu drehen, Mittelpunkte einzu-



zeichnen und Zwischenwände zu markieren



. Änderungen können in dem komplexen Applet nicht gespeichert werden. Übrigens: in Dänemark gibt es noch versinkende Strohhalme.

### E9 Differenzierung

Für schwächere Lerngruppen kann es sich empfehlen, in **a)** alle Seitendiagonalen des Trinkpäckchens als Wiederholung zu berechnen. Auch könnte die Quader-Zeichnung des Materialblocks mit ans Trinkpäckchen angepasster Bemaßung (Bleistiftergänzung) zur Hilfe herangezogen werden. Um die Vorstellung zu stützen, empfiehlt sich die Nutzung des Applets – um Unsicherheiten in der Nutzung zu vermeiden - in Kleingruppen mit voriger Anleitung durch die Lehrperson.

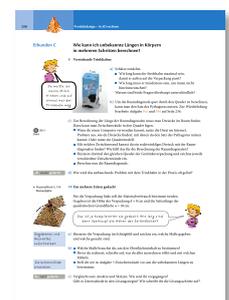
### E9 Erwartungshorizont

Kernziel ist die Erkenntnis, dass sich der Satz des Pythagoras aus der ebenen Geometrie auch auf 3D-Gebilde übertragen lässt. Dabei steht die Strategie des Einziehens geeigneter Zwischenwände im Vordergrund.

Die Erarbeitung erfolgt am Quader, dem Körper mit der vertrautesten Struktur.

Schwächere Lernende können hierbei durch verstärkte Wiederholungsmomente in **a)** (s.o.), durch das Einschalten der Bearbeitung von **b)** und das Heranziehen der Quaderskizze im Materialblock zu **08**, Körpermodelle und das dynamische Applet gestützt werden. Auch die GA-Phase in **c)** wirkt dabei unterstützend.

Das Offenhalten mehrerer Quaderdarstellungen in **c)** öffnet ebenfalls Differenzierungsmöglichkeiten.



## Erkunden C

# Wie kann ich unbekannte Längen in Körpern in mehreren Schritten berechnen?

Schnellzugriff

### E10|E10 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- übertragen ihre Strategie, mittels Zwischenwänden den Satz des Pythagoras in 3D-Situationen anzuwenden, auf einen einfachen spitzen Körper;
- werden flexibler und sicherer in der Anwendung dieser Lösungsstrategie.

### E10|E10 Bezug

Nach **O9**. Weiter mit **E11** oder **O10**.

Die Basisaufgabe **E10** adressiert dieselben Lernziele, strukturiert den Lösungsweg aber stärker vor.

### E10|E10 Umsetzungsvorschlag (30 min)

**a|a** Als Hilfestellung für das Zeichnen kann auf MB und Applet hingewiesen werden. EA

**bc|b** Hier sind unterschiedliche Lösungswege denkbar (direkt über die Seitenhöhe oder im Umweg über die Kanten). EA

**d|c** Basis- und Regelaufgabe können zusammen besprochen werden, z.B. in gemischten Gruppen. PA  
 Wichtig ist in der Auswertung die Dokumentation genau zu besprechen. Passen die Bezeichnungen des Lösungsplans zur Skizze? Wird der Lösungsweg in seinen Gedankengängen deutlich?

Sicherung der Lösungswege und der Dokumentation im Plenum UG

Mögliche HA: **V33**

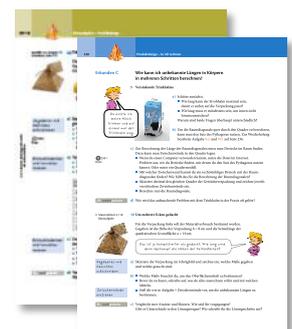
Intensivzugriff

### E10|E10 Umsetzungshinweise/Alternativen

Orientiert man sich an der Leitstruktur des obigen Umsetzungsvorschlags, so kann mit beiden Aufgabenversionen **E10|E10** parallel gearbeitet werden. Leistungsschwächere Lernende können dabei durchgängig mit der – enger Struktur vorgehenden – Version **E10** arbeiten (dann in **b**) und **c**) auch stützende PA), es können aber auch Teilaufgaben von **E10** als „Hilfekarten“ eingesetzt werden, je nachdem ob eher Vorstellungs- oder Problemlösungsprobleme auftreten. Wenn sich die abschließende Plenumsphase an der Struktur der Teilaufgaben **b**) und **c**) orientiert, wird es für leistungsschwächere Lernende leichter, sich produktiv einbringen zu können.

### E10|E10 Diagnose

- Inwieweit können sich die Lernenden in Körpern Zwischenwände vorstellen?
- Inwieweit haben sie schon einen „Blick“ dafür entwickelt, welche Zwischenwände hilfreich für die Problemlösung sein können? Inwieweit können sie also Lösungsansätze antizipieren?
- Inwieweit gelingt es ihnen, Lösungsideen strukturiert auszubauen?
- Wie sind ihre Dokumentationsfähigkeiten bzgl. der Lösungsstruktur ausgeprägt?



## Erkunden C

# Wie kann ich unbekannte Längen in Körpern in mehreren Schritten berechnen?

Schnellzugriff

### E11 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- kombinieren ihre Strategie, Zwischenwände einzuziehen, mit der Anwendung der Strahlensätze auf Körperprobleme;
- üben sich, diese Kombinationsstrategie auf variierende Fragekonstellationen flexibel anzuwenden.

### E11 Bezug

In der Regel nach **O9c)**

Im Basisweg wird erst **O10** bearbeitet, dann **E11**, in Regelfassung umgekehrt.

### E11 Umsetzungsvorschlag (40 min)

a)	Bearbeitung im ICH-DU	EA/ PA
	WIR: Auswertung des 1. Streuers	GA/ UG
b)	binnendifferenziert nur für Stärkere	(GA)
c)	(Training für die Schwächeren: digitales Zusatzmaterial) oder als GA mit vorgegebenen Gruppenköpfen	
	Präsentation der Lösungen zum 2. Streuer durch leistungsstarke Lernende	UG

Mögliche HA: **V36**

Intensivzugriff

### E11 Umsetzungshinweise/Alternativen

Die Aufgabe enthält eine hohe Progression. **E11a)** soll das Regelniveau bilden. Hier kann auch statt mit Strahlensätzen und je Lernerfahrung stärker mit Streckungsfaktor oder über ähnliche Dreiecke argumentiert werden.

**O9c)** kann als Hilfe herangezogen werden (wenn nicht z.B. als HA schon vorgeschaltet).

### E11 Differenzierung

1. Streuer als Regelaufgabe; 2. Streuer nur zur Differenzierung nach oben.

**b)** Der 2. Salzstreuer hat einen deutlich höheren Schwierigkeitsgrad (zur Niveaudifferenzierung nutzbar): Parallel können andere Lernende weitere Salzstreuer des Typs 1 mit anderer Bemaßung oder auf den 1. Strahlensatz abzielende Maßangaben bearbeiten.

### E11 Erwartungshorizont

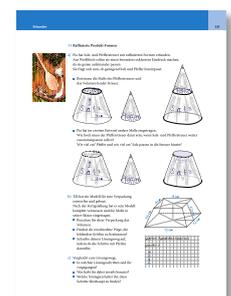
Die zu erwartenden Schwierigkeiten bei **E11b)** liegen einmal in der Vielzahl der Angaben und damit der Möglichkeiten einen Ansatz zu bilden, die zunächst zu durchdringen und geeignet zuzuordnen sind.

So wird die Strukturierung eines Problemlöseplans durch geeignete Selektion und Passung erschwert (reichhaltiges Angebot, aber gehobenes Niveau).

Zum anderen ist der Schwierigkeitsgrad in der Mehrschrittigkeit angelegt.

### E11 Lernwege

Eine Vielzahl von Lösungswegen kann entstehen. Einmal ausgehend von der Seitenhöhe (mit 2. Strahlensatz, Pythagoras und 1. Strahlensatz), dann über die Kantenhöhe und halbe Boden- und Deckflächendiagonale (verschiedene Varianten Pythagoras, 2. Strahlensatz, 1. Strahlensatz). Die Lösungen können sich durch Zwischenrundungen und Rundungen in den Grundangaben leicht unterscheiden.



## Ordnen A

# Wie kann ich Körper darstellen und Oberflächen berechnen?

Schnellzugriff

### O1 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- wiederholen Namen und Netze der bekannten Körper;
  - identifizieren charakteristische Größen der Körper;
  - reflektieren über Charakteristika der Darstellungen.

### O1 Bezug

Vor, nach oder während **E1**, weiter mit **O2**.

### O1 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- |    |  |    |
|----|--|----|
| a) | Ergänzen der Tabelle im Wissenspeicher | EA |
| b) | Vergleich der mit „Bleistift“-Lösungen | GA |

Mögliche HA: **V1**

### O2 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- wiederholen das Zeichnen von Schrägbildern;
  - konstruieren Schrägbilder von Pyramide, Zylinder und Kegel mit Hilfslinien.

### O2 Bezug

Während **E1** oder nach **E1**, **O1**, weiter mit **E2**.

### O2 Vorbereitung/Material

Folie mit den Bildern aus **O2**

### O2 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- |    |   |        |
|----|---|--------|
| a) | Kurze Betrachtung der Bilder, dann Diskussion in Partnerarbeit (ICH-DU) | EA/ PA |
| b) | Zeichnen eigener Schrägbilder   | EA/ PA |
| c) | Kontrolle mit Partnergruppe (WIR)                                       | GA     |

Mögliche HA: **V2, V3**

Intensivzugriff

### O1 Umsetzungshinweise

**O1** und **O2** kann als vorbereitende Hausaufgabe gestellt werden vor **E1**. Auch der selbständige Vergleich ist gut möglich.  
Dies ist wieder eine typische Stelle für die Reflexion über die Archivierung und den Nutzen der erarbeiteten Wissenspeicherseiten.  
Kritische Aspekte werden in der Reflexion zu **E1** besprochen, wenn **O1** integriert behandelt wird.

### O1 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher.  
Der Körper ohne Netz ist die Kugel.

### O1 Lernwege

Meist sind die Begriffe bekannt.

### O1/O2 Differenzierung

Schnelle Schülerinnen und Schüler entwickeln in **E1** weitere Produkte mit alternativen Formen.

### O2 Umsetzungshinweise

**O1** und **O2** kann als vorbereitende Hausaufgabe gestellt werden vor **E1**. Auch der selbständige Vergleich ist gut möglich.  
Für **O2** lohnt sich eine getrennte Reflexion der Vorgehensweisen eher als für **O1**.

### O2 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher.  
Umschriebene Quader helfen, die anderen Körper über Seitenmitten (Zylinder, Kegel) oder Schnittpunkt der Diagonalen (Pyramide, Kegel) zu zeichnen.

### O2 Lernwege

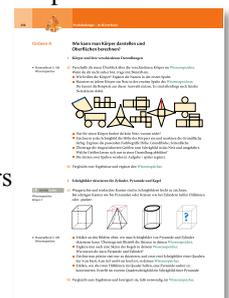
Das Zeichnen des Zylinders sorgt zum Teil für Unsicherheit, da die Verbindung der Seitenmitten oft nicht zu einem passenden räumlichen Eindruck führt. Hier empfiehlt es sich deutlich zu machen, dass dieses Bild nicht so exakt gezeichnet werden kann wie die anderen, und zu ermutigen, weitere Zylinder zu zeichnen, um sich einem guten Bild anzunähern.

### O2 Diagnose

- Erkennen die Lernenden die Konstruktion der Hilfslinien und Hilfspunkte? (Sind Hilfslinien/ -punkte eingezeichnet? Werden Sie genutzt?)

*Impulse:*

- Wie findet man die Spitze des Körpers?
- Warum so? Durch welche Punkte muss der untere „Rand“ des Zylinders verlaufen?



## Ordnen A Wie kann ich Körper darstellen und Oberflächen berechnen?

Schnellzugriff

### O3 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- benennen Teilflächen eines Netzes;
  - stellen Terme zur Berechnung der Teilflächeninhalte auf oder ordnen sie zu;
  - rekonstruieren in kleinen Schritten die Herleitung der Flächenformel für den Oberflächeninhalt des Kegels.

### O3 Bezug

Vor oder integriert mit **E2**, weiter mit **E3**.

### O3 Vorbereitung/Material

Netz einer Dreieckspyramide, Karten (einzeln) auf Folie

### O3 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- |    |  |        |
|----|--|--------|
| a) | Analyse eines Netzes und Berechnung von Teilflächeninhalten  | EA/ PA |
| b) | Zuordnung von Gleichungen und Flächeninhalten mit Begründung | PA/ GA |

(Reflexion integriert besprechen mit **E2**) UG

Mögliche HA: **V4**

### O4 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- stellen neue und alte Flächenformeln zusammen und erläutern sie.

### O4 Bezug

Nach **E3**, mit **O3**, weiter mit **O5**.

### O4 Vorbereitung/Material

Leerer Wissenspeicher auf Folie, ausgefüllte Wissenspeicherseiten

### O4 Umsetzungsvorschlag (25 min)

- |    |   |        |
|----|---|--------|
|    | Anmoderation zur Sinnstiftung (Überblick über alle Formeln) | UG     |
| a) | Erinnern, herleiten bzw. Sammeln der Formeln                | PA     |
| b) | Vergleich der Formeln und Erläuterungen                     | GA/ UG |

Mögliche HA: **V5, V18**

Intensivzugriff

### O3 Umsetzungshinweise

Integriert in **E3**, so dass die Lernenden weiterhin in EA bzw. PA unterstützt durch Lehrperson eigenständig wiederholen. Das hier exemplarisch durchgeführte Vorgehen kann ausgeweitet werden auf weitere Körper, um das vorstellungsbezogene Bestimmen von Oberflächeninhalten und das Entwickeln (anstatt das Nutzen) von Formeln zu fördern.

### O3 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher.  
 Dreiecksprisma:  $1155(\text{mm}^2)$   
 Rechtecke:  $21 \cdot 16, 21 \cdot 12, 21 \cdot 18(\text{mm}^2)$  (oder direkt  $21 \cdot 46=966$ ).  
 Dreiecke:  $2 \cdot 18 \cdot 10,5/2=189(\text{mm}^2)$

### O3 Diagnose

Gehen die Lernenden bei der Analyse der Bilder, Wortkarten und Gleichungen in **b)** hinreichend in die Tiefe?  
 Für Impulse Aufgabe schließen durch Reduktion auf einzelne Elemente: Was ist das? Wo findet man es im Bild?

### O3 Differenzierung

Auch wenn das inhaltliche Deuten von (Teil-)Termen eine zentrale Kompetenz in diesem Kapitel darstellt, kann in **b)** akzeptiert werden, wenn schwächere Lernende nicht alle Formeln deuten können, sondern nur für Kreisfläche und Umfang.

### O4 Umsetzungshinweise

Im Rahmen dieser Aktivität kann auch eine Postervariante dieser Wissenspeicherseite entstehen, auf der alle Netze mit den entsprechenden Teiltermen beschriftet sind.

### O4 Erwartungshorizont

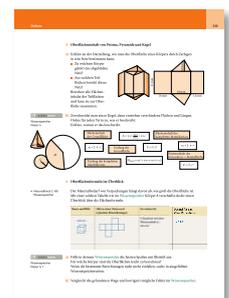
Siehe ausgefüllter Wissenspeicher.

### O4 Diagnose

Deuten die Lernenden die gesammelten Formeln auch inhaltlich durch Bezug auf Teile der Netze oder benennen sie sie nur?

### O4 Differenzierung

Schnell Arbeitende nutzen die Zeit, erklären gründlich die notierten Formeln und unterstützen dann in der Folge diejenigen, denen einzelne Erklärungen fehlen.



Ordnen B

Wie kann ich das Volumen von Körpern bestimmen?

Schnellzugriff

**O5 Ziele**

Die Schülerinnen und Schüler...  
 • wiederholen die Volumenbestimmung von Prismen und Zylinder annähernden Prismen anschaulich, mit Formel und begründen die genutzte Formel;  
 • reflektieren über den Nutzen konkreterer und allgemeinerer Formeln.

**O5 Bezug**

Nach O4, weiter mit E4.

**O5 Vorbereitung/Material**

Methodenspeicher, Legosteine

**O5 Umsetzungsvorschlag (15 min)**

Integriert in E3, so dass die Lernenden weiterhin in EA/ PA unterstützt durch die Lehrperson eigenständig wiederholen

a) Berechnung der Volumina von Prismen und Erklärung EA/ PA

b) Notieren von konkreten und einer allgemeinen Formel PA/ GA

(Reflexion integriert besprochen mit E2) UG

Mögliche HA: V6, V7|V7

**O6 Ziele**

Die Schülerinnen und Schüler...  
 • identifizieren passende und falsche Volumenformeln für Kegel, Pyramide und (Halb-)Kugel;  
 • überprüfen Formeln an konkreten Werten.

**O6 Bezug**

Nach E5-E8, weiter mit O7|O7.

**O6 Umsetzungsvorschlag (20 min)**

a) Erinnern von Zusammenhängen zwischen den Formeln und Identifizieren und Überprüfen von richtigen Formeln EA/ PA

b) Vergleich und Reflexion GA/ UG

Mögliche HA: V10, V12-16

Intensivzugriff

**O5 Umsetzungshinweise**

Zusätzlich mitgebrachte Legosteine und Prismen können durch enaktives Zusammensetzen und Zerteilen den Verstehensprozess fördern.

**O5 Erwartungshorizont**

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher.

(1)  $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24(\text{cm}^3)$ ;  $a \cdot b \cdot h$

(2)  $2 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \cdot 5 = 70(\text{cm}^3)$ ;  $a \cdot b \cdot h + c \cdot d \cdot h$

(3) für Zylinder:  $3^2 \cdot \pi \cdot 5 = 45\pi \approx 141$ ,

$4; r^2 \cdot p \cdot h$  für Turm 3:  $24,5 \cdot 5 = 122,5$ ; nur gut:  $G \cdot h$

**O5 Diagnose**

- Benötigen die Lernenden konkretes Material, um die Anzahl der Steine bestimmen zu können? (Bereithalten)
- Können die Lernenden die konkreten und allgemeinen Formeln generieren und deuten? (Bezug zum Bild – bei Bedarf auch zur Verbalisierung Grundfläche mal Höhe erklären lassen)

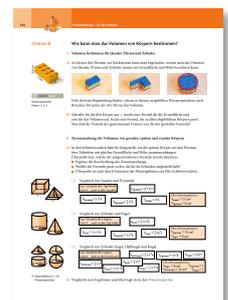
**O6 Erwartungshorizont**

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher.

Im Wissenspeicher zur Halbkugel und Kugel wird mehr abverlangt, als alle erkundet haben, nämlich dass die Summe von Halbkugel- und Kegel-Volumen das Zylindervolumen ergibt. Dies ist aber ein so guter Erinnerungsanker, dass ihn alle Lernenden sichern sollten, selbst wenn ihn nur einige entdeckt haben.

**O6 Diagnose**

- Können die Schülerinnen und Schüler die falschen Rechenoperationen (Addition in  $V_{\text{Pyramide}}$ ), Größen ( $h$  in  $V_{\text{Halbkugel}} = 2/3 \pi r^2 h$ ), falschen Faktoren (3 in  $V_{\text{Kegel}} = 3\pi r^2 h$ ) und Potenzen ( $h^2$  in  $V_{\text{Kegel}} = 1/3 \pi h^2 r$ ) ausschließen? (sonst zur inhaltlichen Deutung bzw. Verbalisierung der Terme auffordern)
- Nutzen die Lernenden die konkreten Maße tatsächlich zur Validierung?



## Ordnen B Wie kann man das Volumen von Körpern bestimmen?

Schnellzugriff

### O7|O7 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- sortieren Terme (Formeln) nach Eigenschaften der geometrischen Gegenstände, die sie beschreiben: 2D, 3D, spitz, gerade, rund;
- deuten Teilterme in bekannten und unbekannt Formeln in einer Formelsammlung als geometrische Flächen beschreibend;
- identifizieren begründet zu Termen passende Körper und falsche Formeln;

### O7|O7 Bezug

Nach **O6**, danach **V20, V21**.

Weiter mit Etappe C nach genügend Üben (**E9**).

### O7|O7 Umsetzungsvorschlag (40 min)

**abc|ab** Terme sortieren und Teilterme deuten EA/ PA

Zuordnung von Termen und Körpern mit Begründung, dann **Redaktion** EA/ GA

**|c** Fehlersuchen in Formeln EA/ PA

**d|d** Vergleichen, Wissenspeicher ausfüllen EA/ UG

**e|e** Formeln in Formelsammlung identifizieren, vergleichen und Teilterme deuten EA/ UG

**Mögliche HA: V20, V28**

Intensivzugriff

### O7|O7 Umsetzungshinweise

*Alternative:* Diese Aufgabe kann auch in EA bearbeitet werden. Am Ende werden dann alle Ergebnisse verglichen. Diese Aufgabe ist die zentrale Stelle, an der das in **O3** bereits für Oberflächeninhalte durchgeführte inhaltliche Interpretieren von Termen in seiner ganzen Breite durchgeführt wird.

Bei Problemen mit der Interpretation der Teilterme kann **e)** auch später bearbeitet werden, falls die Formeln in der eingeführten Formelsammlung stark von den hier abgedruckten abweichen.

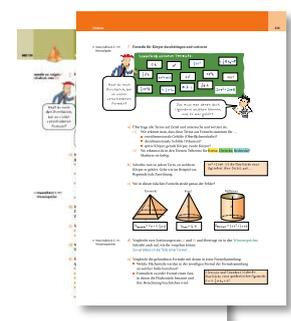
Es empfiehlt sich im Unterricht ab jetzt immer wieder das Deuten von Termen über das Deuten von Teiltermen einzufordern, z.B. an aufgestellten Termen zu zusammengesetzten oder modifizierten Körpern. (*Impuls:* Woran erkenne ich an dem Term für die Oberfläche, dass der Würfel offen ist?)

### O7|O7 Differenzierung

Die Basisversion ist stärker vorstrukturiert, z.B. indem schon 2D- und 3D-Terme unterschieden wurden. Teilaufgabe **e)** kann auch verschoben werden.

### O7|O7 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher.



## Ordnen C

# Wie kann ich unbekannte Längen in Körpern in mehreren Schritten berechnen?

Schnellzugriff

### O8 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- lernen den Satz des Pythagoras zur Längenberechnung in der 3D-Situation des Quaders wenden und;
- nutzen dazu die vorgegebenen Zwischenwände.

### O8 Bezug

Nach **E9**, dann weiter mit **O9**.

### O8 Vorbereitung/Material

MB (obere Quaderskizze) als Folie oder über Dokumentenkamera

### O8 Umsetzungsvorschlag (25 min)

ab)	Bearbeitung in ICH-DU-WIR-Methode	EA/ PA/ GA
ab)	oder als integrierte Umsetzung zu <b>E9</b> (s.o.) oder als HA bzw. Lernzeit	EA
c)	Vergleichen und Wissensspeicher ausfüllen	GA/ UG

Mögliche HA: **V34**

### O9 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- wiederholen den Satz des Pythagoras und die Strahlensatz und reorganisieren ihre diesbezüglichen Kenntnisse;
- festigen ihre Strategie, mittels Zwischenwänden den Satz des Pythagoras und den Strahlensatz für die Berechnung von Längen bei Körpern zu nutzen.

### O9 Bezug

Nach **E9** und **O8**, weiter mit **E10|E10**.

### O9 Vorbereitung/Material

MB als Folie oder über Dokumentenkamera (Einsatz erst bei Plenumsauswertung)

### O8 Umsetzungsvorschlag (30 min)

a)	Wiederholen	PA
bcd)	Bearbeitung der beiden Probleme in <b>b)</b> und <b>c)</b> und der Reflexion jeweils ICH-DU	EA/ PA
e)	Vergleichen und Wissensspeicher ausfüllen	UG

Mögliche HA: **V35**

Intensivzugriff

### O8 Umsetzungshinweise

Zusätzlich zur Quaderskizze des Materialblocks kann es sinnvoll sein, Quadermodelle (Klickies oder andere) oder Materialien zum Erstellen eigener Quadermodelle (z.B. Trinkhalme, Pfeifenreiniger; vgl. **E9**) bereitzustellen.

### O8 Erwartungshorizont

Gerade das Erfassen der räumlichen Situation wird je nach Leistungspotential und 3D-Erfahrungen bei den Lernenden zu unterschiedlichen Schwierigkeiten und auch Lerntempi führen. Insbesondere das Erkennen des rechten Winkels zwischen a und b wird durch die Perspektive erschwert. Deshalb sind die Hilfsmaterialien gezielt einzusetzen. Die Du- bzw. Wir-Phase kann ebenfalls unterstützend wirken.

### O8 Differenzierung

Leistungsstärkere Lernende können zusätzliche Problemstellungen bearbeiten: Berechnung einer anderen Raumdiagonale (+ Überlegungen zur Längengleichheit), Arbeit mit Variablen bis zur Entwicklung von  $e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ . Als Zeitpuffer auf sicherndem und vertiefendem Niveau könnten auch für schnellere Lernende Berechnung der Diagonalen mit anderen Kantenwerten (z.B. doppelter Würfel, Würfel) genutzt werden.

### O9 Erwartungshorizont/Umsetzungshinweise

In der Regel wird **O9** nach **O8** behandelt werden. Dann könnte **a)** übersprungen bzw. zur Wiederholung in die HA verlegt werden. Die Teilaufgabe **b)** dürfte dann ebenfalls geringere Probleme bereiten, da hier das rechtwinklige Dreieck leicht zu erkennen ist. Demgegenüber ist Teil **c)** deutlich vielschichtiger.

Verschiedene Lösungswege der Lernenden (2.Strahlensatz, Ähnlichkeitsargumentation, Streckungsfaktor) sind möglich. Im Methodenspeicher ist der wiederholte Strahlensatz vorstrukturiert.

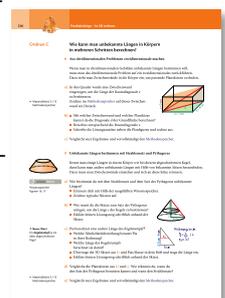
Die Übertragung in den Methodenspeicher sollte hier erst nach definitiver Klärung des jeweiligen Lösungswegs erfolgen.

### O9 Differenzierung

Leistungsstärkere Lernende können zusätzlich auch die Kante des Kegelstumpfes ergänzend berechnen.

Besonderer Bedeutung kommt der Herausarbeitung von **d)** zu: Wie erkenne ich, ob ich mit dem Pythagoras oder mit Strahlensätzen ansetze?

Es empfiehlt sich, möglichst viele Argumentationen von Lernenden einzuholen und auch schriftlich festzuhalten.



## Ordnen C

# Wie kann ich unbekannte Längen in Körpern in mehreren Schritten berechnen?

Schnellzugriff

### O10 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- reflektieren ihre erworbenen Lösungsstrategien;
- kombinieren sie mit geometrischen Werkzeugen;
- vertiefen ihre Fähigkeit zur Strukturierung und Dokumentation von Lösungsplänen.

### O10 Bezug

Nach **O9**, weiter mit **V37**.

- Für Regelfassung nach **E11**, in Basisweg vor **E11**.

### O10 Vorbereitung/Material

Material für Lernplakate

### O10 Umsetzungsvorschlag (45 min)

<b>ab)</b>	Bearbeitung und Annäherung	EA/ GA
<b>bc)</b>	Die Gruppen erstellen je ein Lernplakat mit Lösungsplänen	GA
<b>de)</b>	Präsentation und Plenumsaustausch	UG

Mögliche HA: **V37**

Intensivzugriff

### O10 Umsetzungshinweise

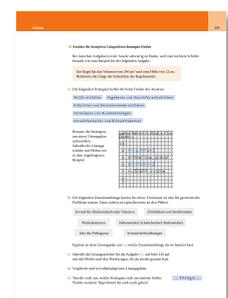
Um der Anlage des Lösungsplans aus **a)** folgen zu können, müssen die Lernenden zunächst eine Skizze mit geeigneten Bezeichnungen anfertigen. Neu im Lösungsplan ist hier das anfängliche Umstellen der Volumenformel. Dem schließt sich das Einziehen einer Dreiecksfläche und die Anwendung des Pythagoras an.

Wiederholt wird die Dokumentation des Lösungswegs mit Pfeilschreibweise, die die Lernenden aus den Kapiteln Argumentieren mit Dreiecken und Pythagoras bereits kennen. Aufgabenteil **b)** ergänzt die Lösungsdokumentation und dient zur Reflexion. Aufgrund der unterschiedlichen und neuen Anforderungsebenen bietet die Gruppenarbeit mit dem Erstellen der Lernplakate die Möglichkeit zum gemeinsamen unterstützenden Austausch. Die Lernplakate helfen anschließend auch, sich in der Gesamtlerngruppe produktiv austauschen zu können und sich dabei nochmals auf Gelenkstellen des Lösungsplans und ihre Darstellung zu fokussieren.

Das Erstellen der Lernplakate sollte in zwei Runden erfolgen. Nach der Reflexion der Plakate zur Kegelaufgabe konzentriert sich die zweite Runde zur Teilaufgabe **c)** stärker auf Details der Dokumentation und Optimierungsmöglichkeiten. In einem Plenumsaustausch zu **d)** und **e)** können Tipps (Stärken, häufig auftretende Probleme) nochmals akzentuiert und gegebenenfalls schriftlich festgehalten werden.

### O10 Diagnose

- Können die Lernenden die Situation geeignet skizzieren und Gegebenes und Gesuchtes an der Skizze verdeutlichen?
- Können sie geeignete Hilfslinien und Zwischenwände eintragen?
- Sind sie in der Lage zu erfassen, welche geometrischen Sätze und Formeln zur Problemlösung hilfreich sind?
- Können sie diese Sätze situationsspezifisch anpassen und anwenden?
- Können sie ihren Lösungsweg mit dem „Pfeilverfahren“ angemessen strukturieren und dokumentieren?



## Vertiefen 1 Körper darstellen und Prismen berechnen

<b>Hintergrund</b>	In den Vertiefenaufgaben <b>V1-V7</b> wird das räumliche Vorstellungsvermögen trainiert. Dabei steht der Umgang mit Netzen im Vordergrund. Integriert wiederholt wird auch das Berechnen von Oberflächeninhalten in den Aufgaben <b>V4</b> und <b>V5</b> sowie die Volumen von Prismen in <b>V6</b> und <b>V7</b> . Die gesamte Einheit (mit <b>O1-O3</b> ) kann auch vor Beginn der Unterrichtseinheit in einem Selbstlernbetrieb bearbeitet werden.
<b>V1</b>	<b>Ziel: Netze zeichnen</b>
<b>Dauer</b>	25-35 min
<b>Bezug</b>	Vor oder nach <b>E1</b> und <b>O1</b> . Wiederholung aus Klasse 8. Als <b>HA</b> geeignet.
<b>Hinweise</b>	In dieser Aufgabe sind Bilder von Körpern vorgegeben, anhand derer die Lernenden die Beziehungen der einzelnen Körperflächen erkennen und als Netze umsetzen müssen. Das Finden aller Netze ist für (3) sehr anspruchsvoll, sie dient zur Differenzierung nach oben.
<b>V2</b>	<b>Ziel: Schrägbilder spitzer Körper anhand von Maßangaben zeichnen</b>
<b>Dauer</b>	25 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>O2</b> . Als <b>HA</b> geeignet (außer <b>c</b> )
<b>Hinweise</b>	Anhand von Maßangaben zeichnen die Lernenden dreidimensionale Körper, jeweils in das gleiche Grundgerüst eines Quaders.
<b>V3</b>	<b>Ziel: Netze von Körpern zusammensetzen, räumliche Vorstellung trainieren</b>
<b>Dauer</b>	15-25 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>O1</b> und <b>O2</b> . Weiter mit <b>V4</b> . Als <b>HA</b> geeignet.
<b>Material</b>	Baumaterial (z.B. aus dem Materialkoffer der Klasse 5/6) kann den Lernprozess unterstützen.
<b>Hinweis</b>	Diese Aufgabe stellt das Gegenstück zu <b>V1</b> dar. Diesmal sind Netze vorgegeben, welche gedanklich zu dreidimensionalen Körpern zusammengesetzt und dann als Schrägbilder gezeichnet werden sollen. Zusätzlich müssen unvollständige Netze erkannt werden. Teilaufgabe <b>c</b> ) bietet als Aufgabengenerator viele weitere Übungsmöglichkeiten.
<b>V4</b>	<b>Ziel: Körper in Netze umsetzen und Oberflächeninhalte berechnen</b>
<b>Dauer</b>	25-30 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>O3</b> und <b>V3</b> . Als <b>HA</b> geeignet, wenn kurz zuvor über Schätzstrategien gesprochen wird.
<b>Material</b>	Baumaterial (z.B. aus dem Materialkoffer der Klasse 5/6) kann den Lernprozess unterstützen.
<b>Hinweise</b>	Im direkten Anschluss zur Aufgabe <b>V3</b> nutzen die Lernenden das Aufklappen in Netze zur Oberflächenberechnung. Eine kurze Wiederholung des Umgangs mit Einheiten wird dem vorgeschaltet. Für das Schätzen der Oberflächeninhalte werden einfache Körper gesucht, die in den gegebenen Körper passen oder in die der gegebene Körper passt, z.B. Zylinder oder Quader. Zusätzlich wird der erste Schritt von Rechnungen im Speziellen zur Formulierung allgemeiner Formeln vollzogen. Dies ist für alle Lernenden wichtiger als das Nutzen fertiger Formeln.
<b>V5</b>	<b>Ziel: Komplizierte Netze im Kopf zusammenbauen und Oberflächeninhalt berechnen</b>
<b>Dauer</b>	30-40 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>O3</b> und <b>V4</b> . Als <b>HA</b> in leistungsstärkeren Lerngruppen geeignet.
<b>Material</b>	Baumaterial (z.B. aus dem Materialkoffer der Klasse 5/6) kann den Lernprozess unterstützen.
<b>Hinweise</b>	Die Aufgabe steigert für die Oberflächenberechnung den Grad der Kompliziertheit gegenüber <b>V4</b> . Mit der Verwendung von Maßangaben wird zusätzlich ein maßstabgetreues Zeichnen der Schrägbilder trainiert.

**V6** Ziel: Körpervolumen anhand von Schrägbildern schätzen und berechnen

**Dauer** 20-25 min  
**Bezug** Nach **O5**. Als **HA** geeignet, wenn vorher kurz über Schätzstrategien gesprochen wird.  
**Hinweis** Beim dritten Körper sollen die Lernenden erkennen, dass das Volumen nicht auf die gleiche Weise wie die anderen Körper berechnet werden kann, da dieser kein Prisma ist.  
**Lernwege** Für das Schätzen von Volumen werden einfache Körper gesucht, die in den gegebenen Körper passen oder in die der gegebene Körper passt, z.B. Zylinder oder Quader. Mit der Wahl der richtigen Grundfläche, werden in dieser Aufgabe die Volumina von Körpern berechnet. Hierbei ist die Erkenntnis entscheidend, dass die Höhe des Körpers im Bezug zur richtigen Grundfläche, nicht unbedingt jenes Maß sein muss, welches man anhand der Schrägbilder auf den ersten Blick für die Höhe hält. Dies wird explizit in **c)** als möglicher Fehler aufgegriffen.

**V7** Ziel: Volumenberechnungen in Prismen trainieren und flexibilisieren

**Dauer** 30-40 min  
**Bezug** Nach **O5**. Als **HA** geeignet. Paralleldifferenziert einzusetzen zur Basisaufgabe **V7**.  
**Hinweise** Breites Training mit Umkehraufgaben und zum Teil mehrschrittigen Aufgaben. Lernende sollten jeweils angeregt werden, die Pfeilschreibweise für mehrschrittige Lösungswege aus vorangehenden Kapiteln zu nutzen (siehe Basisaufgabe und **O10**).  
 Der Schwierigkeitsgrad steigt kontinuierlich.  
 Die Reflexion in Aufgabenteil **g)** sollte gemeinsam durchgeführt werden in **Strategiekonferenzen** oder einem Klassengespräch.

**Basisaufgabe** **V7** Ziel: Volumenberechnungen in Prismen trainieren und flexibilisieren

**Dauer** (abhängig von der Anzahl der Aufgaben, die bereits rechnerisch gelöst wurden)  
**Bezug** Nach **O5**. Als **HA** geeignet. Paralleldifferenziert einzusetzen zur Basisaufgabe **V7**.  
**Hinweise** Variante von **V7** mit zusätzlichen Hilfsangaben und Tipps. Aufgabenteil **f)** wurde stark vereinfacht.

## Vertiefen 2 Oberflächeninhalt und Volumen spitzer und runder Körper

**Hintergrund** In den Vertiefenaufgaben **V8-V13** liegt der Fokus auf der Berechnung des Oberflächeninhalts und Volumens spitzer Körper, darunter größtenteils quadratischer Pyramiden und Kegel. In **V14-V16** beschäftigen die Lernenden sich dann analog mit Oberflächeninhalt und Volumen von Kugeln.

**V8** Ziel: Oberflächeninhalt von spitzen Körpern darstellen und berechnen

**Dauer** 15-20 min  
**Bezug** Nach **O4** oder **E4** oder **E5**. Als **HA** geeignet. Paralleldifferenzierend zu **V9** einsetzbar.  
**Hinweise** Für das Berechnen der Oberflächeninhalte von quadratischen Pyramiden und Kegeln steht bereits vor dem Kapitel alles Notwendige zur Verfügung (und wird in **O4** wiederholt). Wichtig ist, nicht nur mit fertigen Formeln zu arbeiten, sondern den Bezug zu den Netzen explizit herzustellen.

**V9** Ziel: Oberflächeninhalt berechnen und Volumen abschätzen

**Dauer** 25-30 min  
**Bezug** Nach **O4** oder **E4** oder **E5**. Als **HA** geeignet. Paralleldifferenzierend zu **V8** einsetzbar.  
**Hinweise** Eine schwierigere und auch komplexere Variante zu **V8**. Bei der Berechnung des Oberflächeninhalts der Körper, sollen diesmal auch Klebelaschen berücksichtigt werden. Außerdem wird der erste Schritt zur Berechnung des Volumens spitzer Körper gemacht, indem es mithilfe von größeren Körpern, zum Beispiel Prismen abgeschätzt wird, deren Volumen bereits berechnet werden kann.

<b>V10</b>	<b>Ziel: Volumina spitzer Körper berechnen und Zusammenhänge erkennen</b>
<b>Dauer</b>	15-25 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>O6</b> . Als <b>HA</b> geeignet. <b>c)</b> und <b>d)</b> sollten gemeinsam besprochen werden.
<b>Hinweise</b>	In dieser Aufgabe sollen die in <b>O6</b> gesicherten Formeln zur Berechnung des Volumens produktiv angewendet werden. Es kann erkannt werden, dass bei spitzen Körpern eine Verdoppelung der Seitenlänge der Grundfläche/ des Radius eine Vervierfachung des Volumens nach sich zieht, während eine Verdoppelung der Höhe nur eine Verdoppelung des Volumens bewirkt. Es empfiehlt sich, diese Einsicht auch – über das Vorkommen der Längen in der Formel – begründen zu lassen. Der zentrale Zusammenhang zu den Volumenformeln von Quader und Zylinder wird in <b>c)</b> reflektiert und genutzt.
<b>V11</b>	<b>Ziel: Anteile von spitzen Körpern an dazugehörigen Prismen erkennen</b>
<b>Dauer</b>	15-20 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>E5</b> oder <b>E6</b> oder <b>O6</b> . Als <b>HA</b> geeignet. Paralleldifferenzierend zu <b>V11</b> einsetzbar.
<b>Hinweise</b>	Die im Erkunden durchgeführten Füllexperimente sensibilisieren dafür, die Beziehungen zwischen Körpern zu untersuchen. Da für diese Aufgabe keine Füllexperimente geplant sind, ist räumliches Vorstellungsvermögen gefordert. Es kann aber auch mit Beispielzahlen gerechnet werden, auch wenn die Aufgabe nicht notwendigerweise darauf abzielt – in der Basisaufgabe ist diese Strategie vorgegeben. Die Zusammenhänge der Volumen von quadratischer Pyramide und Quader, bzw. Kegel und Zylinder, werden weiter vertieft, indem jeweils die Anteile der spitzen Körper zu den dazugehörigen Prismen erkannt und in Aufgabenteil <b>c)</b> operativ durchgearbeitet werden.
<b>Basisaufgabe</b>	<b>V11</b> <b>Ziel: Anteile von spitzen Körpern an dazugehörigen Prismen erkennen</b>
<b>Dauer</b>	20-30 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>E5</b> oder <b>E6</b> oder <b>O6</b> . Als <b>HA</b> geeignet. Paralleldifferenzierend zu <b>V11</b> einsetzbar.
<b>Material</b>	Evtl. handlungsbezogenes Material (z.B. aus dem Materialkoffer der Klasse 5/6).
<b>Hinweise</b>	Variante zu <b>V11</b> mit zusätzlichen Maßangaben und Tipps.
<b>V12</b>	<b>Ziel: Berechnung unterschiedlicher Maße in Pyramide und Kegel</b>
<b>Dauer</b>	20-25 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>O6</b> . Als <b>HA</b> geeignet.
<b>Hinweise</b>	Viele verschiedene Berechnungsaufgaben rund um Pyramide und Kegel sollen trainiert werden. Von verschiedenen Maßangaben ausgehend, sollen hier sämtliche Maße sowie Volumina und Oberflächeninhalte von quadratischen Pyramiden und Kegeln berechnet werden durch einfaches Nutzen, Umstellen bzw. Auflösen der Formeln.
<b>V13</b>	<b>Ziel: Volumen mit Hilfe von Scheiben annähern</b>
<b>Dauer</b>	15-20 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>O6</b> . Zur Differenzierung nach oben geeignet, wird im Basisweg ausgelassen.
<b>Hinweise</b>	Die Aufgabe bietet für die Begründung des Faktors $\frac{1}{3}$ einen zweiten Weg, dem sich die Schnelleren der Klasse widmen können: Das Volumen von quadratischen Pyramiden und Kegeln wird scheinchenweise angenähert, dabei erkennen die Lernenden, dass sie sich immer genauer dem Dritteln annähern.
<b>V14</b>	<b>Ziel: Oberflächenberechnung auf Weltkugel anwenden</b>
<b>Dauer</b>	15-20 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>E3</b> . Als <b>HA</b> geeignet.
<b>Hinweise</b>	Die Aufgabe knüpft unmittelbar an <b>E3</b> an, und zwar an die Idee, dass die Oberfläche durch vier Kreise erfasst wird. Eine gute Ergänzung wäre, die Erdoberfläche mit der Fläche Europas oder weiterer Kontinente in Bezug zu setzen.

**V15** Ziel: Volumina von kugelförmigen Früchten berechnen

**Dauer** 20-25 min

**Bezug** Nach **O6**. Als **HA** geeignet.

**Hinweise** Bei fünf kugelähnlichen Obst- und Gemüsesorten mit verschiedenen Größen soll das ungefähre Volumen auf der Basis geschätzter Durchmesser berechnet werden. Außerdem sollen die Auswirkungen unterschiedlich großer Radien auf Volumen und Oberflächeninhalt erkannt werden. Aufgabenteil **d)** hat einen erhöhten Komplexitätsgrad.

**V16** Ziel: Oberflächeninhalte und Volumina von Halbkugeln berechnen im Produktdesign

**Dauer** 15-20 min

**Bezug** Nach **O6**. Als **HA** geeignet.

**Hinweise** Anknüpfend an Aufgabe **V14**, **V15** sollen in einer komplexeren Situation Oberflächeninhalte und Volumina berechnet und Auswirkungen der Verdoppelung des Radius auf Halbkugeln untersucht werden.

### Vertiefen 3 Formeln für Oberflächeninhalte und Volumen flexibel nutzen

**Hintergrund** Die Aufgaben **V17-V31** untersuchen zahlreiche verschiedene, teils auch zusammengesetzte Körper, sowie Körper in Körpern, mit deren Berechnungen auf einem höheren Komplexitätsgrad die bereits erlangten Erkenntnisse weiter vertieft werden. Die Analyse und das Aufstellen komplexerer Terme steht dabei im Vordergrund. In den Aufgaben **V29-V31** werden außerdem die Zusammenhänge zwischen Körpern vertieft, dies dient der Differenzierung nach oben.

**V17** Ziel: Verpackungsdesign entwerfen und Oberflächeninhalt und Volumen berechnen

**Dauer** 15-20 min

**Bezug** Nach **O6** und im Anschluss an den Einstieg und **E1**. Als längerfristige **HA** geeignet.

**Hinweise** Das Thema Produktdesign wird in dieser Aufgabe zu einem Projekt ausgebaut. Der sehr offene Arbeitsauftrag ermöglicht eine projektbezogene Vertiefung und Vernetzung des Gelernten. Organisiert werden sollte der Arbeitsauftrag als längerfristige Hausaufgabe, ggf. in Gruppenarbeit. Dazu können vorab (ähnlich wie im Kapitel Prismen in Klasse 8) Kriterien für eine erfolgreiche Bearbeitung festgelegt werden. Der Museumsrundgang am Ende des Projekts dient der Diskussion der Ergebnisse und ist wichtig, um die Arbeit zu würdigen.

**V18** Ziel: Terme für Oberflächeninhalte ungewöhnlicher Formen aufstellen

**Dauer** 10-20 min

**Bezug** Nach **O7**. Als **HA** geeignet.

**Hinweise** Von Dächern in vielen verschiedenen Variationen sollen Terme zur Berechnung des Oberflächeninhalts gefunden werden. Ziel ist es, möglichst viele und nicht nur die leistungsstärkeren Lernenden unabhängiger von fertigen Formeln werden zu lassen. Die Schwierigkeiten liegen zum Teil darin, konsistente Belegungen für die verschiedenen Variablen zu finden. Dies kann gemeinsam reflektiert werden. Jenseits dieser Schwierigkeit und bei beliebiger Reihenfolge der Dachformen, ist diese „weitergedacht“-Aufgabe auch leistungsschwächeren Lernenden grundsätzlich zugänglich.

**V19** Ziel: Terme zu ungewöhnlichen Oberflächen finden und umgekehrt

**Dauer** 15-25 min

**Bezug** Nach **O7**. Paralleldifferenzierend zur Basisaufgabe **V19** einsetzbar.

**Hinweise** Das flexible Aufstellen und Interpretieren von Formeln ist wichtig, um sicher und inhaltsbezogen mit den Inhalten umgehen zu können. **b)** ist durchaus anspruchsvoll, daher besser in **ICH-DU-WIR**-Struktur oder notfalls in Gruppenarbeit zu erledigen. Besonders herausfordernd ist die weniger gewohnte Rückübersetzung von den Formeln zu den Zeltformen.

<b>Basisaufgabe</b>	<b>V19</b>	<b>Ziel: Terme zu ungewöhnlichen Oberflächen finden und umgekehrt</b>
<b>Dauer</b>	15-25 min	
<b>Bezug</b>	Nach <b>O7</b> . Paralleldifferenzierend zu <b>V19</b> einsetzbar.	
<b>Hinweise</b>	In dieser Basisaufgabe wird der Fokus auf das dritte Zelt aus Aufgabe <b>V19</b> gelegt. Es werden ausführliche Hinweise auf Zwischenwände und weitere Strategien und Tipps gegeben. Im Anschluss sollen dann die weiteren Aufgabenteile aus dem Schulbuch berechnet werden.	
	<b>V20</b>	<b>Ziel: Suche von Maßen bei gegebenem Volumen oder Oberflächeninhalt</b>
<b>Dauer</b>	15-20 min	
<b>Bezug</b>	Nach <b>O7</b> . Als <b>HA</b> geeignet.	
<b>Hinweise</b>	<i>Umkehraufgabe:</i> Zu einem festgelegten Volumen/ Oberflächeninhalt sollen die Maße verschiedener bekannter Körper erdacht bzw. bestimmt und auf Variationsmöglichkeiten untersucht werden. Die Aufgabe bereitet zudem auf <b>V21</b> vor, in der dann die Variation der Maße mit dem Extremwertproblem, der Minimierung des Materials bei Maximierung des Volumens verknüpft wird. Die Aufgabe erfordert Kommunikation unter den Lernenden, z.B. im <b>ICH-DU-WIR</b> .	
	<b>V21</b>	<b>Ziel: Körper mit maximalem Volumen bei minimalem Oberflächeninhalt finden</b>
<b>Dauer</b>	10-15 min	
<b>Bezug</b>	Nach <b>O7</b> . Als <b>HA</b> geeignet.	
<b>Hinweise</b>	Im direkten Anschluss zu Aufgabe <b>V20</b> sollen nun die Körper bezüglich geeigneter Eigenschaften untersucht werden, möglichst viel Volumen bzw. möglichst wenig Oberfläche zu erhalten. Problemlöseaufgabe, die sich durch das in <b>V20</b> erfahrene Variieren lösen lässt.	
	<b>V22</b>	<b>Ziel: Mogelpackungen untersuchen</b>
<b>Dauer</b>	20-25 min	
<b>Bezug</b>	Nach <b>O7</b> . Als <b>HA</b> geeignet, <b>b)</b> nur zu Hause möglich.	
<b>Material</b>	Ggf. Kameras oder Handys zum Sammeln von eigenen Beispielen	
<b>Hinweise</b>	In dieser Aufgabe finden die bisherigen Überlegungen zu unterschiedlichen Verhältnissen zwischen Oberflächeninhalt und Volumen eine praktische Anwendung. Anhand alltäglicher Verpackungen sollen die Lernenden erkennen, inwieweit das von außen betrachtete Volumen vom tatsächlichen Inhalt abweichen kann, die sogenannten Mogelpackungen. Leider dürfen wir keine echten Beispiele abdrucken. Daher ist Aufgabenteil <b>b)</b> ein lohnendes Unterfangen für die Lernenden. Gleichzeitig soll das Phänomen reflektiert betrachtet werden. Dazu soll Aufgabenteil <b>c)</b> anregen, in dem die „Schutzfunktion der Verpackung“ und die „Mogelfunktion“ gut diskutiert werden kann.	
	<b>V23</b>	<b>Ziel: Volumen der verschiedenen Erdschichten bestimmen</b>
<b>Dauer</b>	15-20 min	
<b>Bezug</b>	Nach <b>O7</b> .	
<b>Hinweise</b>	Als praktische Ergänzung zu Aufgabe <b>V14</b> wird hier das Volumen der verschiedenen Erdschichten bestimmt. Dabei müssen die Lernenden Strategien entwickeln, welche Schichten zuerst berechnet werden sollten, um dann durch Subtraktion zur Berechnung weiterer Volumina mit möglichst wenigen Rechenschritten zum Endergebnis zu kommen. Entscheidend ist hierbei auch die Fähigkeit, mithilfe der Dichte von Volumen in Gewicht und umrechnen zu können und umgekehrt. Hier gibt es spannendes Kontextwissen zu entdecken.	

**V24** Ziel: Größtmögliche Körper in anderen Körpern finden

<b>Dauer</b>	20-30 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>07</b> . Paralleldifferenzierend zur Basisaufgabe <b>V24</b> einsetzbar. <b>c)</b> als differenzierende Rampe für sehr starke Lernende.
<b>Lernwege</b>	Um die räumlichen Beziehungen verschiedener bekannter Körper geht es in dieser Aufgabe. Um auf möglichst einfachem Wege, die passenden Körper zu finden, dient die Entwicklung von Strategien, um möglichst viele überflüssige Rechenwege zu überspringen.
<b>Hinweise</b>	Während in Aufgabenteil <b>b)</b> noch viele Erkenntnisse aus <b>a)</b> übernommen werden konnten, handelt es sich bei <b>c)</b> um eine komplizierte Variante. Es ist nicht zu erwarten, dass die Lernenden in allen Fällen auch tatsächlich den größtmöglichen Körper finden, aber der Weg ist hier wichtiger als das Ergebnis. Es empfiehlt sich eine Strategiekonferenz zu integrieren.

**Basisaufgabe** **V24** Ziel: Größtmögliche Körper in anderen Körpern finden

<b>Dauer</b>	20-30 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>07</b> . Paralleldifferenzierend zu <b>V24</b> einsetzbar.
<b>Hinweise</b>	Mithilfe von Skizzen und Tipps, welche Maße man erneut nutzen kann, wird die Aufgabe für die Lernenden vereinfacht. Der deutlich schwierigere Aufgabenteil <b>c)</b> wurde hier weggelassen. Die Aufgabe regt räumliches Denken an, das auch in Etappe C maßgeblich verlangt wird.

**V25** Ziel: Formeln für Volumen von Kugeln begründen

<b>Dauer</b>	15-25 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>07</b> . Als <b>HA</b> geeignet. Differenzierung nach oben, wird im Basisweg ausgelassen.
<b>Hinweise</b>	Während die Verwendung der Volumen- und Oberflächenformel für Kugeln bisher nur experimentell bestimmt wurde, ermöglicht diese Aufgabe eine Begründung der experimentell gefundenen Formel für das Volumen durch Rückgriff auf Pyramiden mit möglichst kleiner Grundfläche und die Oberflächenformel der Kugel.

**V26** Ziel: Volumen und Oberflächeninhalt von ausgeschnittenen Körpern bestimmen

<b>Dauer</b>	15 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>07</b> . Als <b>HA</b> geeignet.
<b>Hinweise</b>	Hier sind sowohl das Zerlegen als auch das Ergänzen als Strategien wichtig. Die Herausforderung besteht darin, die Seitenlängen der kleineren Figuren und Ausschnitte genauer zu bestimmen; diese Längen können aber auch einfach geschätzt werden.

**V27** Ziel: Volumen und Oberflächeninhalt von zusammengesetzten Körpern bestimmen

<b>Dauer</b>	30-40 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>07</b> .
<b>Lernwege</b>	Bei dieser komplexen Aufgabe sollen die Volumina und Oberflächeninhalte von zusammengesetzten Körpern mithilfe der bisher erlangten Erkenntnisse berechnet werden.

**V28** Ziel: Formeln zu zusammengesetzten Körpern finden und umgekehrt

<b>Dauer</b>	20-25 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>07</b> . Als <b>HA</b> geeignet.
<b>Hinweise</b>	Nach einer kurzen Analyse der gängigsten Formeln zur Berechnung von Volumen und Oberflächeninhalt, sollen hier, ähnlich wie in Aufgabe <b>V19</b> , zu zusammengesetzten Körpern die passenden Formeln und umgekehrt zu vorgegebenen Formeln die passenden zusammengesetzten Körper gefunden werden. Ziel ist es, den verstehensorientierten Umgang mit den Formeln zu pflegen, insbesondere die Manipulation und Interpretation von Termen.

**V29** Ziel: Im Kontext von Volumenberechnungen argumentieren

<b>Dauer</b>	15-20 min
<b>Bezug</b>	Nach <b>07</b> . Als <b>HA</b> geeignet. Wird im Basisweg ausgelassen, dient zur Differenzierung nach oben.
<b>Hinweise</b>	Aufgabe fordert heraus zu Argumentationen über Beziehungen zwischen Körpern. Sie sollte in kooperativen Methoden eingesetzt werden, z.B. für die ersten 5 Paare im Lerntempoduett, die anderen bearbeiten <b>V26-V28</b> .

**V30** Ziel: Volumen für Anwendungszusammenhang vergleichen**Dauer**

15-25 min

**Bezug**Nach **O7**. Als **HA** geeignet. Wird im Basisweg ausgelassen, dient zur Differenzierung nach oben.**Hinweise**

Halbe Höhe beim Sektglas ergibt ein Achtel des Volumens – obwohl die Lernenden dies im Kapitel Skalierung schon intensiv bearbeitet haben, erzeugt die Aufgabe immer wieder Erstaunen. Daher werden die im Kapitel Skalierungen erarbeiteten unterschiedlichen Skalierungsfaktoren für das Volumen hier noch einmal explizit auf spitze und runde Körper übertragen.

**V31** Ziel: Volumen mit Füllgraphen dynamisch vergleichen**Dauer**

15-25 min

**Bezug**Nach **O7**. Als **HA** geeignet. Wird im Basisweg ausgelassen, um Zeit zu sparen.**Hinweise**

In dieser Aufgabe wird der Bezug des Füllens von als Messbecher geeigneten Körpern zu Funktionen hergestellt. Anschauliche Kernfrage bzw. -idee: Wie sieht der ideale Messbecher aus, mit dem man kleine Mengen, große Mengen bzw. kleinere und größere Mengen gut messen kann? So wie die Pyramidenstumpfform (2) von Messbechern erklärbar und Mathematik in Alltagssituationen mit dem „mathematischen Blick“ als relevant erkennbar.

Die Aufgabe ist im Prinzip für alle Lernenden gut machbar, aber vor allem für die Stärkeren wichtig, die eine weiterführende Schule der Oberstufe anstreben.

**Vertiefen 4 Komplexe Aufgaben knacken mit Zwischenwänden****Hintergrund**

In **V32-45** werden komplexere Berechnungen in Körpern angestellt, die zum einen Strahlensatz und Pythagoras nutzen, zum anderen das Einziehen von Ebenen („Zwischenwänden“) sowie Strategien im mehrschrittigen Problemlösen. Die Aufgabe **V32-V34** greifen diese Teilaspekte auf, die Aufgaben **V35-V45** in steigender Schwierigkeit komplexe Probleme. Das notwendige Niveau sollte mit den landestypischen Anforderungen der Abschlussprüfungen abgeglichen werden, die je nach Bundesland stark variieren.

**V32** Ziel: Mehrschrittiges Vorgehen im überschaubaren Fall**Dauer**

15-20 min

**Bezug**Nach **E9**. Als **HA** geeignet. Paralleldifferenzierend zur Basisaufgabe **V32** einsetzbar.**Hinweise**

Die Aufgabe soll mit einem überschaubaren Fall den Einstieg in die systematische Bearbeitung von mehrschrittigen Problemlöseaufgaben erleichtern. Schauen Sie bewusst, inwiefern Lernende spontan die Strategien und einen Lösungsplan nutzen.

Die Aufgaben **V32-V33** können gut genutzt werden, um immer wieder systematisch das Validieren bei den Lernenden anzuregen. Hier soll zu Beginn geschätzt, dann gerechnet und am Ende Schätzung und Rechnung verglichen werden.

**Basisaufgabe****V32**

Ziel: Mehrschrittiges Vorgehen im überschaubaren Fall

**Dauer**

15-20 min

**Bezug**Nach **E9** oder **O8** oder **O9**. Als **HA** geeignet. Paralleldifferenzierend zu **V32** einsetzbar.**Hinweise**

Mehrere Tipps und eine ausführliche Anleitung zu einem durchdachten Lösungsweg vereinfachen diese Aufgabe. Außerdem wird die Anwendung von Zwischenwänden empfohlen.

**V33**

Ziel: Kegelvolumen mit gegebenem Oberflächeninhalt berechnen

**Dauer**

10-15 min

**Bezug**Nach **E10** oder **O8**. Als **HA** geeignet. Paralleldifferenzierend zur Basisaufgabe **V33** einsetzbar.**Hinweise**

Ergänzende Aufgabe zu **V32a**) zum Kegelvolumen. Entscheidend ist, dass die Lernenden die Pfeilschreibweise für das strukturierte Aufschreiben benutzen. Dies sollte wiederholt eingefordert werden.

<b>Basisaufgabe</b>	<b>V33</b>	<b>Ziel: Kegelvolumen mit gegebenem Oberflächeninhalt berechnen</b>
<i>Dauer</i>	10-15 min	
<i>Bezug</i>	Nach <b>E10</b> oder <b>O8</b> . Als <b>HA</b> geeignet. Paralleldifferenzierend zu <b>V33</b> einsetzbar.	
<i>Hinweise</i>	In dieser Basisaufgabe finden sich zusätzliche Tipps zum Lösungsweg.	
	<b>V34</b>	<b>Ziel: Zwischenwände einziehen und Konstellationen für Sätze finden</b>
<i>Dauer</i>	25-35 min	
<i>Bezug</i>	Nach <b>O8</b> .	
<i>Hinweise</i>	Die Strategie des „Einziehens von Zwischenwänden“ muss gezielt trainiert werden. Dazu werden hier vielfältige Gelegenheiten, meist anhand von Abwandlungen des Satzes des Pythagoras oder Strahlensätze, angeboten. Mit dem Applet können die gegebenen Situationen bewusst rekonstruiert und durchdrungen werden.	
	<b>V35</b>	<b>Ziel: Passende Quader mithilfe von Zwischenwänden erkennen</b>
<i>Dauer</i>	15-20 min	
<i>Bezug</i>	Nach <b>O9</b> . Als <b>HA</b> geeignet.	
<i>Hinweise</i>	Zu einer vorgegebenen Länge soll ein passender Quader gefunden werden, in welchen diese hineinpasst. Hierbei müssen drei vorgegebene Quader untersucht werden. Bei <b>a)</b> (3) sollen die Lernenden sehen, dass Rechnen nicht notwendig ist.	
	<b>V36</b>	<b>Ziel: Maße eines Kegels anhand eines Kegelstumpfs bestimmen</b>
<i>Dauer</i>	20-25 min	
<i>Bezug</i>	Nach <b>E11</b> oder <b>O10</b> und/ oder <b>V34</b> . Als <b>HA</b> geeignet.	
<i>Hinweise</i>	Zwischenwände werden hier gebraucht, um ausgehend von einem Kegelstumpf die Höhe des dazugehörigen Kegels zu bestimmen, sowie das Volumen des Kegelstumpfs zu berechnen. Die Maßangaben müssen dabei größtenteils von den Lernenden geschätzt werden.	
	<b>V37</b>	<b>Ziel: Strategienutzung bei mehrschrittigen Berechnungen</b>
<i>Dauer</i>	20-25 min	
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10</b> . Als <b>HA</b> geeignet.	
<i>Hinweise</i>	Die expliziten Hinweise auf Strategien und Berechnungsschritte sollen die Lernenden bei dieser komplexen Aufgabe unterstützen.	
	<b>V38</b>	<b>Ziel: Strategienutzung bei mehrschrittigen Berechnungen</b>
<i>Dauer</i>	15-25 min	
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10</b> . Als <b>HA</b> geeignet.	
<i>Lernwege</i>	Anknüpfend an die Erkenntnisse über Netze von Körpern sollen mehrschrittige Berechnungen der Stanzflächen verschiedener Körper durchgeführt werden.	
	<b>V39</b>	<b>Ziel: Kugeln im Kegel schätzen und ihre ungefähre Anzahl bestimmen</b>
<i>Dauer</i>	25-35 min	
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10</b> .	
<i>Hinweise</i>	In dieser speziellen Aufgabe werden die Lernenden vor die Herausforderung gestellt, neue Strategien zur Berechnung der Lösung zu entwickeln, insofern die Anzahl der Kugeln nicht eindeutig ist. Eine einheitliche Lösung wird nicht verlangt. Gleichzeitig soll die vorgegebene Struktur das systematische Arbeiten und den Austausch über Lösungswege erleichtern.	

<b>V40</b>	<b>Ziel: Volumen bzw. Gewicht von dünnen Zylindern berechnen</b>
<i>Dauer</i>	15-25 min
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10</b> .
<i>Hinweise</i>	In Aufgabenteil <b>a)</b> ist das Gewicht einer dünnen zylinderförmigen Messingstange vorgegeben, deren Durchmesser bestimmt werden soll. Umgekehrt soll in Aufgabenteil <b>b)</b> anhand verschieden großer Durchmesser bzw. Längen das Volumen bzw. Gewicht bestimmt werden. Ähnlich wie in den Aufgaben <b>V7f)</b> und <b>V23</b> muss auch hier Volumen in Gewicht umgewandelt werden bzw. umgekehrt. In Aufgabenteil <b>c)</b> werden die Zylinder mit einem Sechseckprisma gleicher Länge verglichen.
<b>V41</b>	<b>Ziel: Volumen bzw. Gewicht von dünnen Zylindern in einem Tetraeder berechnen</b>
<i>Dauer</i>	15-25 min
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10. bc)</b> wird im Basisweg ausgelassen.
<i>Material</i>	Baumaterial (z.B. aus dem Materialkoffer der Klasse 5/6) kann den Lernprozess unterstützen.
<i>Hinweise</i>	Die Aufgabe erfordert – vor allem in <b>c)</b> – komplexe Berechnungen rund um den Tetraeder in Bottrop. Anknüpfend an die vorhergehende Aufgabe, soll auch hier wieder das Volumen bzw. Gewicht dünner Zylinder berechnet werden. Probleme kann in <b>b)</b> die Interpretation der Aussagen bereiten „(Die Stangen) sind zur Hälfte aus Luft.“ – bedeutet halbes Gewicht – und in <b>c)</b> die Komplexität der geometrischen Situation (Finden die Lernenden eine geeignete Zwischenwand zur Berechnung der Höhe?).
<b>V42</b>	<b>Ziel: Netze zu einem Oktaeder zeichnen und Oberflächeninhalt und Volumen bestimmen</b>
<i>Dauer</i>	15-25 min
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10</b> . Als <b>HA</b> geeignet. Paralleldifferenzierend zur Basisaufgabe <b>V42</b> einsetzbar.
<i>Material</i>	Ggf. Baumaterial (z.B. aus dem Materialkoffer der Klasse 5/6) kann den Lernprozess unterstützen.
<i>Hinweise</i>	Die Erkenntnisse über quadratische Pyramiden spielen bei der Berechnung dieses Oktaeders eine entscheidende Rolle. Außerdem wird Bezug zu Aufgabe <b>V24</b> genommen, um eine möglichst kleine Kugel zu finden, von der der Oktaeder umschlossen werden kann.
<b>Basisaufgabe</b>	<b>V42</b> <b>Ziel: Netze zu einem Oktaeder zeichnen und Oberflächeninhalt und Volumen bestimmen</b>
<i>Dauer</i>	15-20 min
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10</b> . Als <b>HA</b> geeignet. Paralleldifferenzierend zu <b>V42</b> einsetzbar.
<i>Material</i>	Ggf. Baumaterial (z.B. aus dem Materialkoffer der Klasse 5/6) kann den Lernprozess unterstützen.
<i>Hinweise</i>	Tipps zur Zusammensetzung des Oktaeders aus zwei quadratischen Pyramiden sowie ein Hinweis zur Bestimmung der kleinstmöglichen Kugel vereinfachen die Rechnungen.
<b>V43</b>	<b>Ziel: Volumen eines Kegelstumpfs operativ untersuchen</b>
<i>Dauer</i>	25-30 min
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10</b> . Wird im Basisweg ausgelassen.
<i>Hinweise</i>	Wie schon in Aufgabe <b>V36</b> soll das Volumen eines Kegelstumpfs mithilfe des dazugehörigen Kegels berechnet werden. Da fehlende Maßangaben diesmal nicht geschätzt, sondern berechnet werden sollen, ist diese Aufgabe deutlich schwieriger. Die Vernetzung mit zurückliegenden Themen (zentrische Streckung) soll auf das übergreifende Arbeiten in verschiedenen Inhaltsbereichen vorbereiten.
<b>V44</b>	<b>Ziel: Volumen eines zusammengesetzten Körpers und Hilfsgrößen bestimmen</b>
<i>Dauer</i>	20-25 min
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10</b> . Als <b>HA</b> geeignet. Wird im Basisweg ausgelassen.
<i>Hinweise</i>	Zentral ist hier die Zerlegung in halbierte Pyramiden und ein Dreiecksprisma. Die Erkenntnisse über Zwischenwände in Aufgabe <b>V34</b> und ähnlichen Aufgaben sind bei der Berechnung äußerst hilfreich.
<b>V45</b>	<b>Ziel: Volumen eines unbekanntes Körpers bestimmen</b>
<i>Dauer</i>	20-25 min
<i>Bezug</i>	Nach <b>O10</b> . Als <b>HA</b> geeignet. Wird im Basisweg ausgelassen.
<i>Hinweise</i>	Komplexe Aufgabe, in der verschiedene Modellierungen und Annäherungen durch Kegelsektoren und Dreieckspyramiden vorgenommen bzw. eingeordnet werden sollen.

## Kompetenzen

### Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- nutzen die Problemlösestrategien „Gegebenes und Gesuchtes aufschreiben“, „Skizze erstellen“, „Hilfslinien und Zwischenwände einziehen“.
- stellen mehrschrittige Lösungswege strukturiert dar mit der Pfeilschreibweise.

### Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- präsentieren ihre Lösungswege und diskutieren sie mit anderen.

### Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

**Sprechen und Schreiben:** Die folgenden (ggf. schon aus anderen Kapiteln bekannten) Wörter und Satzbausteine sollten Lernende dauerhaft aktiv nutzen können:

- Der größte Durchmesser der Figur entspricht...
- Ich markiere die Raumdiagonale, die Seitenflächen/ die Teilflächen...
- ... besteht aus ... Kanten,
- ... wird durch vier gleichseitige Dreiecke gebildet,
- Die Flächen besitzen dieselbe Kante,
- Ich betrachte die Lage der Seiten/ Flächen zueinander,
- Ich zeichne die quadratische Grundfläche als Parallelogramm,
- ... ist halb so lang wie ..., ... ist genauso groß wie...
- Ich fasse die Flächeninhalte der Teilflächen zusammen,
- Ich zerlege das (Körper-)Netz,
- Die Strecke steht senkrecht auf einer Seite,
- Sie verläuft zur gegenüberliegenden Ecke,
- ... bilden die Oberfläche einer/ eines ...,
- ... werden von zwei Parallelen geschnitten,
- Ich nähere das Volumen mit ... an,

- Wenn der Radius verdoppelt wird, dann .../ Wenn man die Seitenlängen verdoppelt, dann...
- Das Volumen/ Der Oberflächeninhalt hängt nur von einem Wert der Figur ab; es hängt von zwei Werten der Figur ab,
- ... entspricht  $\frac{3}{4}$  des Volumens des Zylinders.

**Lesen und Zuhören:** Diese neuen Fachwörter und inhaltlich tragenden Wörter sollten die Lernenden dauerhaft verstehen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- Der Term stammt aus einer Formel für ein zwei-/ dreidimensionales Gebilde,
- Der Kegelstumpf ...,
- Sie verhalten sich wie die entsprechenden Abschnitte auf der anderen Gerade,
- Der mittlere Teil einer gedrittelten Pyramide,
- Der Tetraeder, der Oktaeder.

### Überprüfung

Das Überprüfen der zentralen Kompetenzen des Kapitels ist für die Zentralen Abschlussprüfungen vermutlich in den meisten Bundesländern sehr wichtig, wobei sich die Prüfungen sehr unterscheiden. Daher sollte der Grad der Komplexität der Aufgaben denen der jeweiligen Prüfungen angepasst werden.

Neben der Prüfungsvorbereitung für die Abschlussprüfung bietet das Kapitel eine interessante Möglichkeit der **alternativen Leistungsüberprüfung** durch ein Projekt: Aufgabe **V17** führt das auf der Einstiegseite und **E1** begonnene Kontextthema des Produktdesigns fort. Es wird als Projekt in Kleingruppenarbeit zum eigenen Produktdesign oder als längerfristige individuelle Hausarbeit bearbeitet.

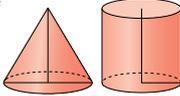
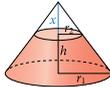
Zur Transparenz über die Bewertungskriterien sollten diese zu Beginn mit den Lernenden diskutiert werden (z.B. in Anlehnung an das Kapitel Prismen in Klasse 8).

Die Hinweise beziehen sich auf die Aufgaben im Schulbuch. Alternativ kann mit den zusätzlichen Trainingsaufgaben im Onlinebereich von Cornelsen geübt werden.



Kompetenzen, die im Basisweg angestrebt werden:  
**K1-K8**  
**K8 (mit Einschränkungen.)**

**Checkliste Produktdesign – In 3D rechnen**

	Ich kann ... Ich kenne ...	Hier kann ich üben ...
<b>K1</b>	Ich kann Körper mit Fachwörtern (Prisma, Zylinder, Kante, Körperhöhe, Höhe einer Seitenfläche, Raumdiagonale) beschreiben und sie durch Netze und Schrägbilder darstellen. Wie heißen die markierten Linien in dem Körper? Zeichne sie in ein passendes Körpernetz.	 S. 238 Nr. 1-3 S. 239 Nr. 4, 5
<b>K2</b>	Ich kann Oberflächeninhalte von geraden, spitzen, runden und zusammengesetzten Körpern (Pyramide, Kegel, Kugel) bestimmen. Zerlege den Körper von oben in sein Netz und berechne den Oberflächeninhalt.	S. 241 Nr. 10 S. 242/243 Nr. 11-14 S. 243/244 Nr. 16-18
<b>K3</b>	Ich kann das Volumen von spitzen, runden, geraden und zusammengesetzten Körpern bestimmen. (1) Berechne zu dem Prisma von oben das Volumen. Worauf musst du dabei achten? (2) Berechne das Volumen einer Kugel mit 36 cm Durchmesser.	S. 241 Nr. 8 S. 243/244 Nr. 16-18 S. 246/247 Nr. 24-26
<b>K4</b>	Ich kann erklären, wie das Volumen von Zylinder und Kegel sowie quadratischer Pyramide und Quader zusammen hängt. (1) Erläutere, welchen Anteil das Kegelvolumen an dem Zylinder hat. Wie habt ihr das herausgefunden? (2) Zeichne eine Quadratpyramide und einen Quader, beide mit Höhe $y$ und Grundflächeninhalt $F$ . Was folgt daraus für die Volumenformeln? Schreibe zwei Formeln auf.	 S. 242 Nr. 13 S. 243 Nr. 14 S. 244 Nr. 19 S. 245 Nr. 20 S. 247 Nr. 27
<b>K5</b>	Ich kann für Formeln von Oberflächeninhalt und Volumen erklären, was die einzelnen Teile bedeuten. (1) Die Formel für den Oberflächeninhalt des Zylinders ist $2\pi rh + \pi r^2$ . Welcher Teil der Formel gehört zur Mantelfläche? Woran siehst du das? (2) Woran erkennst du, dass eine Volumenformel zu einem spitzen Körper gehört, und woran, dass sie zu einem runden Körper gehört?	S. 245 Nr. 21, 22 S. 246 Nr. 23 S. 248 Nr. 28 S. 250 Nr. 33, 34
<b>K6</b>	Ich kann mit einer Formelsammlung umgehen (Formeln finden und geeignet verändern). ■ Welche Formel hat der Oberflächeninhalt eines Quaders mit der Höhe $m$ , Länge $n$ und Breite $p$ ? Warum ist sie anders als in deiner Formelsammlung? ■ Welche Oberflächenformel hat dann der oben offene Quader?	S. 244 Nr. 19 S. 248 Nr. 28 S. 250 Nr. 34
<b>K7</b>	Ich kann unbekannte Längen in Körpern bestimmen und dazu geometrische Sätze (Ähnlichkeitssätze, Satz des Pythagoras) oder Formeln (für Volumen, Oberflächeninhalt) nutzen. Erkläre, wie in diesem Kegelstumpf der Strahlensatz zu finden ist.	 S. 250 Nr. 34 S. 251 Nr. 35-37 S. 252 Nr. 38 S. 254 Nr. 42
<b>K8</b>	Ich kann mehrschrittige Problemlöseprozesse planen und dann erst durchführen (P A D E K). Bestimme die Raumdiagonale in einem Quader. Schreibe die Lösungsschritte mit Pfeilen gut auf.	S. 254 Nr. 43 S. 255 Nr. 44, 45

► *Hinweis:* Im Materialblock auf Seite 131 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung. Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter  256-1. ([www.cornelsen.de/mathewerkstatt](http://www.cornelsen.de/mathewerkstatt), Buchkennung: MWS040036, Medieneocode: 256-1)

**Kompetenzen aus vorangegangenen Kapiteln:**

**Flächenformeln (Klasse 8)**

**K2** Ich kann durch Zerlegen und Ergänzen Umfänge und Flächeninhalte von geradlinigen Figuren bestimmen.

**Prismen und Volumen (Klasse 8)**

**K4** Ich kann Oberflächeninhalte und Volumen von zusammengesetzten Quadern und Prismen bestimmen.

**K5** Ich kann Seitenlängen aus der Formel berechnen, wenn Flächeninhalt oder Volumen gegeben sind.

**K6** Ich kann Oberflächeninhalte und Volumen von zusammengesetzten Quadern und Prismen bestimmen.

**K7** Ich kann meine Berechnungen kontrollieren und dabei insbesondere Ergebnisse mit sinnvoller Genauigkeit angeben.

**Zahlensystematik (Klasse 7)**

**K2** Ich kann Brüche in Dezimalzahlen und Prozentzahlen umwandeln und wieder zurück.

**Kompetenzen, die in der Übe-Kartei aufgegriffen werden:**

**K2** Ich kann Oberflächeninhalte von geraden, spitzen, runden und zusammengesetzten Körpern (Pyramide, Kegel, Kugel) bestimmen.

**K3** Ich kann das Volumen von spitzen, runden, geraden und zusammengesetzten Körpern bestimmen.

**K5** Ich kann für Formeln von Oberflächeninhalten und Volumen erklären, was die einzelnen Teile bedeuten.

**K7** Ich kann unbekannte Längen in Körpern bestimmen und dazu geometrische Sätze (Ähnlichkeitssätze, Satz des Pythagoras) oder Formeln (für Volumen, Oberflächeninhalt) nutzen.

## Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:  
<http://www.ko-si-ma.de> → *Produkte* → *Handreichungen* → *mathewerkstatt 9*,
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040036):  
[www.cornelsen.de/mathewerkstatt](http://www.cornelsen.de/mathewerkstatt) → *mathewerkstatt 9* oder *mathewerkstatt 5*.

Körperberechnung 1	Bild der Einstiegsseite (SB KOSIMA)
Körperberechnung 2	Arbeitsmaterial <i>Protokollbogen: Oberfläche einer Kugel abschätzen</i> (SB <b>E3</b>  MB)
Körperberechnung 3	Video <i>Film zum Veranschaulichen der Oberfläche von Kugeln</i> (SB <b>E3</b>  CORNELSEN, Mediencode: 225-1)
Körperberechnung 4	Arbeitsmaterial <i>Protokollbogen: Zusammenhang von Pyramide und Quader</i> (SB <b>E5</b>  MB)
Körperberechnung 5	Video <i>Schüttversuch von Pyramide in Quader</i> (SB <b>E5</b>  CORNELSEN, Mediencode: 227-1)
Körperberechnung 6	Arbeitsmaterial <i>Protokollbogen: Mit Pyramiden puzzeln</i> (SB <b>E6</b>  MB)
Körperberechnung 7	Video <i>Film zum Zusammenfügen von Pyramiden zum Würfel</i> (SB <b>E6</b>  CORNELSEN, Mediencode: 227-2)
Körperberechnung 8	Bastelbogen <i>Bastelbogen für Pyramiden zum Puzzeln</i> (SB <b>E6</b>  CORNELSEN, Mediencode: 227-3)
Körperberechnung 9	Video <i>Film zum Zusammenfügen von Pyramiden zum Prisma</i> (SB <b>E6</b>  CORNELSEN, Mediencode: 227-4)
Körperberechnung 10	Arbeitsmaterial <i>Protokollbogen: Zusammenhang von Zylinder, Halbkugel und Kegel</i> (SB <b>E7/E8</b>  MB)
Körperberechnung 11	Video <i>Schüttversuch von Kegel, Halbkugel und Zylinder</i> (SB <b>E7</b>  CORNELSEN, Mediencode: 228-1)
Körperberechnung 12	Video <i>Schüttversuch von Kegel im Zylinder und Halbkugel</i> (SB <b>E7</b>  CORNELSEN, Mediencode: 228-2)
Körperberechnung 13	Video <i>Schüttversuch zu geraden und schiefen Körpern</i> (SB <b>E8</b>  CORNELSEN, Mediencode: 229-1)
Körperberechnung 14	Datei <i>Dreiecke in Körpern untersuchen</i> (SB <b>E9/E10</b>  CORNELSEN, Mediencode: 230-1)
Körperberechnung 15	Basisaufgabe <i>Um mehrere Ecken gedacht</i> (SB <b>E10</b>  SB)
Körperberechnung 16	Wissenspeicher <i>Körper 8</i> (SB <b>O1</b>  MB)
Körperberechnung 17	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Körper 8</i> (SB <b>O1</b>  KOSIMA)
Körperberechnung 18	Wissenspeicher <i>Körper 2</i> (SB <b>O2</b>  MB Kl. 5)
Körperberechnung 19	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Körper 2</i> (SB <b>O2</b>  KOSIMA)
Körperberechnung 20	Wissenspeicher <i>Körper 9</i> (SB <b>O2</b>  MB)
Körperberechnung 21	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Körper 9</i> (SB <b>O2</b>  KOSIMA)
Körperberechnung 22	Wissenspeicher <i>Körper 6</i> (SB <b>O3/O4/O5</b>  MB)
Körperberechnung 23	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Körper 6</i> (SB <b>O3/O4/O5</b>  KOSIMA)
Körperberechnung 24	Wissenspeicher <i>Körper 8</i> (SB <b>O4</b>  MB)
Körperberechnung 25	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Körper 8</i> (SB <b>O4</b>  KOSIMA)
Körperberechnung 26	Wissenspeicher <i>Körper 7</i> (SB <b>O4</b>  MB)
Körperberechnung 27	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Körper 7</i> (SB <b>O4</b>  KOSIMA)
Körperberechnung 28	Wissenspeicher <i>Körper 3</i> (SB <b>O5</b>  MB Kl. 5)

- Körperberechnung 29 Ausgefüllter Wissensspeicher *Körper 3* (SB **05**|KOSIMA)
- Körperberechnung 30 Wissensspeicher *Körper 5* (SB **05**|MB Kl. 8)
- Körperberechnung 31 Ausgefüllter Wissensspeicher *Körper 5* (SB **05**|KOSIMA)
- Körperberechnung 32 Wissensspeicher *Körper 10* (SB **06**|MB)
- Körperberechnung 33 Ausgefüllter Wissensspeicher *Körper 10* (SB **06**|KOSIMA)
- Körperberechnung 34 Basisaufgabe *Formeln für Körper durchdringen und sortieren* (SB **07**|MB)
- Körperberechnung 35 Wissensspeicher *Körper 11* (SB **07/07**|MB)
- Körperberechnung 36 Ausgefüllter Wissensspeicher *Körper 11* (SB **07/07**|KOSIMA)
- Körperberechnung 37 Methodenspeicher *Problemlösen 10* (SB **08/09**|MB)
- Körperberechnung 38 Ausgefüllter Methodenspeicher *Problemlösen 10* (SB **08/09**|KOSIMA)
- Körperberechnung 39 Wissensspeicher *Figuren 16* (SB **09**|MB)
- Körperberechnung 40 Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 16* (SB **09**|KOSIMA)
- Körperberechnung 41 Wissensspeicher *Figuren 17* (SB **09**|MB)
- Körperberechnung 42 Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 17* (SB **09**|KOSIMA)
- Körperberechnung 43 Basisaufgabe *Unbekannte Maße bestimmen* (SB **V7**|MB)
- Körperberechnung 44 Methodenspeicher *Problemlösen 9* (SB **V7**|MB)
- Körperberechnung 45 Ausgefüllter Methodenspeicher *Problemlösen 9* (SB **V7**|MB)
- Körperberechnung 46 Basisaufgabe *Volumen von Körpern aus Schrägbildern bestimmen* (SB **V11**|MB)
- Körperberechnung 47 Basisaufgabe *Zelten* (SB **V19**|MB)
- Körperberechnung 48 Basisaufgabe *Körper in Körpern* (SB **V24**|MB)
- Körperberechnung 49 Basisaufgabe *Interessante Bauformen* (SB **V32**|MB)
- Körperberechnung 50 Basisaufgabe *Von der Oberfläche und Mantelfläche zum Volumen* (SB **V33**|MB)
- Körperberechnung 51 Datei *Dreiecke in Körpern untersuchen* (CORNELSEN, Mediacode: 250-1)
- Körperberechnung 52 Basisaufgabe *Untersuchungen an der Oktaeder-Skulptur* (SB **V42**|MB)
- Körperberechnung 53 Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediacode: 256-1)
- Körperberechnung 54 Checkliste zum Ausfüllen (SB|MB & CORNELSEN)