

Handreichung der *mathewerkstatt 9*

Umgang mit dem Schulbuch

Herausgegeben von

Bärbel Barzel

Stephan Hußmann

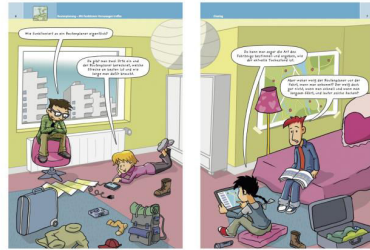
Timo Leuders

Susanne Prediger

Was sind die Kernprozesse der mathewerkstatt?

Der Unterricht wird durch immer wieder ähnliche Lernsituationen strukturiert, die „Kernprozesse“ genannt werden: Dabei bieten **Kontext** und **Kernideen** eine durchgängige Orientierung im Kapitel und zeigen den Sinn auf.

Einstieg Aktivieren von Vorerfahrungen, Hinführen mit Kernfragen



Der **Einstieg** bietet den Lernenden sinnstiftende, anschauliche Situationen, die an die Kernfragen des Kapitels heranführen. Die gezielte Aktivierung von Vorerfahrungen ermöglicht den Lehrenden eine Einstiegsdiagnose.

Erkunden An anregenden Problemen eigene Wege gehen

1 Voraussagen treffen

Routenplaner 111
 Start: Köln, Dürener Str.
 über: Elbtunnel 21129
 Hamburg
 24955
 Wassersleben
 Ziel: Aarhus
 berechnete Streckenlänge: 756 km
 voraussichtliche Reisezeit: 7 h

Tills Vater und die vier Freunde fahren im Auto von Köln nach Aarhus in Dänemark. Till und Ole haben sich aus zwei Routenplanern auch die Zeiten nach Bremen notiert:

Till			Ole		
Stadt	Strecke	Zeit	Stadt	Strecke	Zeit
Köln	162 km		Köln	162 km	
Bremen	246 km		Bremen	246 km	2:45 h
Hamburg	324 km	3 h	Hamburg	324 km	
Aarhus	432 km		Aarhus	432 km	
Aarhus	756 km		Aarhus	756 km	

Tipp
Mit der Datei zur Aufgabe 7 auf Seite 26 kannst du ausprobieren, wie ein Routenplaner funktioniert.

a) Berechne mit den Daten von Till oder Ole, wann sie laut Routenplaner in den einzelnen Städten sind.
 b) Überlegt, wie der Routenplaner die Reisedauer bestimmt hat.

Durch aktives **Erkunden** können Schülerinnen und Schüler die wichtigsten Begriffe des Themas selbstständig nacherfinden und Zusammenhänge im Dialog miteinander erarbeiten.

Ordnen Systematisieren und Sichern im Wissensspeicher

1 Proportionale Zusammenhänge erkennen

Bei proportionalen Sachzusammenhängen kann man in Tabellen hoch- und runterrechnen. Es gibt verschiedene Rechenwege, wie man fehlende Werte berechnet.

Zeit in Stunden	Tachostand in Kilometer
1	85
2	170
3	
4	

Zeit in Stunden	Tachostand in Kilometer
1	
2	170
3	255
4	425

Zeit in Stunden	Tachostand in Kilometer
	85
2	170

Beim **Ordnen** werden die Lerninhalte unter aktiver Beteiligung der Lernenden und mit Unterstützung der Lehrkraft systematisiert und im Wissensspeicher langfristig gesichert.

Vertiefen Flexibles Üben, Wiederholen, Vernetzen und Erweitern

5 Fehler aufdecken

Finde die Fehler und korrigiere sie.

- Ich habe 75 km Fahrstrecke und $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ Geschwindigkeit. Also rechne ich $75 : 60 = 1,25$. Das sind dann 1 h und 25 min Fahrzeit.
- Ich habe 45 min für die Strecke von 30 km gebraucht. Also rechne ich $45 \text{ min} + 15 \text{ min} = 60 \text{ min}$ und $30 \text{ km} + 15 \text{ km} = 45 \text{ km}$. Die Geschwindigkeit ist also $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
- Ich habe eine Geschwindigkeit von $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und eine Fahrstrecke von 100 km. Also rechne ich $80 : 100 = 0,8$. Das sind dann 48 Minuten Fahrzeit.

Das **Vertiefen** bietet flexible und anregende Überlegenheiten, mit denen die Lernenden ihr Wissen und Können trainieren, flexibilisieren, vernetzen und erweitern können.

Überprüfen Sich an der Checkliste orientieren

Checkliste **Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen**

Ich kann ...	Hier kann ich üben ...
Ich kenne ...	

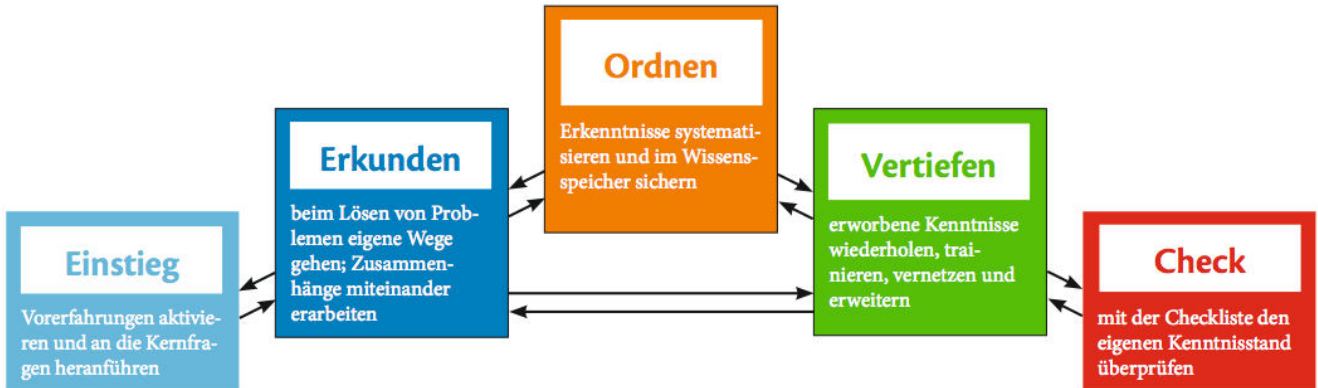
Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu proportionalen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen.
 Till fährt mit seinem Rad eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
 Wie lange braucht er für 42,5 km? Wie weit kommt er in 3,25 h bzw. 4 h 20 min?

S. 24/25 Nr. 1–5
 S. 27 Nr. 11
 S. 28 Nr. 13

Mit Hilfe einer **Checkliste** können Lernende ihr Wissen und Können überprüfen und sich orientieren, was und wie sie noch wiederholen und üben können.

Wie arbeitet man mit der mathewerkstatt?

Alle Kernprozesse sind im Unterricht wichtig, doch die Reihenfolge der Kernprozesse sollte dem eigenen Lehrstil und der Lerngruppe angepasst werden. Dabei kann mehrmals zwischen den einzelnen Kernprozessen gewechselt werden:



Als Orientierung für die Abfolge innerhalb eines Kapitels dient die Strukturtafel in den Handreichungen. In kurzen Kapiteln ist ein lineares Durchlaufen der Kernprozesse möglich. Längere Kapitel werden in überschaubare kleinere Sinneinheiten unterteilt, die Etappen (A, B, ...). Die Etappen werden jeweils durch eine Kernfrage getragen.

Beispiel Kapitel „Funktionen“:



Struktur

ca. 5 Wochen

Einstieg: Eindenken in die Funktionsweise eines Routenplaners				15
A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte voraussagen?				E O
E1	Voraussagen treffen		V1	15
E2	Voraussagen treffen mit Tabelle und Term	O1	V2 V2	20
		O2	V3-V4	20
		O3	V5 V5	30
		O4	V6-V8	45
E3	Weitere Werte finden mit Graph und Tabelle		V9 V9	45
E4	Die Voraussagen des Routenplaners überprüfen		V10-V12	15
E5	Reise-Graph oder Voraussage-Graph?		V13 V13	15
E6	Der Umgang mit dem Routenplaner		V14 V14	15
			V15	30
E7	Tachostand ungleich 0	O5	V16-V28	45
E8	Voraussagegraph mit und ohne Tachostand	O6		30
E9	Reststrecken berechnen	O7		20
				15
B Welche Informationen benötige ich, um eine lineare Funktion aufzustellen?				E O
E10	Vorausagen vom Routenplaner erklären	O8	V29-V44	30
E11	Vom Graphen zur Tabelle und zum Term	O9	V33 V33	15
		O10		25
		O11		30
				15

Die **Kernfrage** trägt durch eine Etappe, in der eine Kernidee als Antwort auf die Kernfrage erarbeitet wird.

Ist innerhalb einer Etappe ein noch kürzerer Wechsel zwischen Erkunden und Ordnen sinnvoll, so wird dies in der Strukturtafel durch Anordnung in einer Zeile angezeigt.

Zur schnellen Orientierung über die Strukturierung der Lerninhalte werden hier nicht Aufgabentitel sondern **Aufgabenziele** aufgeführt.

Ungefäher **Zeitbedarf** für die Erkunden- bzw. Ordnen-Aufgaben.

Tabelle ermöglicht Übersicht über parallele Basisaufgaben im MB
E6 (Basisaufgabe entfällt | Standard)
E7|E7 (Basis | Standard)

Kurzwege:
 1) Bei starken Lerngruppen ohne Thematisierung der Unterschiede zwischen Reise- und Vorhersagegraph (E4-E5).
 2) Ohne Einstieg und nach E1-E2 direkt mit O weitermachen und dann wieder bei E4 oder E7 einsteigen (der Einsatz von Funktionssoftware O4 muss dann im Rahmen von Aufgaben aus dem Vertiefen bearbeitet werden).

Bei Zeitknappheit oder bei weniger leistungsstarken Klassen findet man hier Empfehlungen für kürzere Wege durch das gesamte Kapitel.

Wie sind die inhaltlichen Themen der *mathewerkstatt* in Klasse 9 und 10 strukturiert?

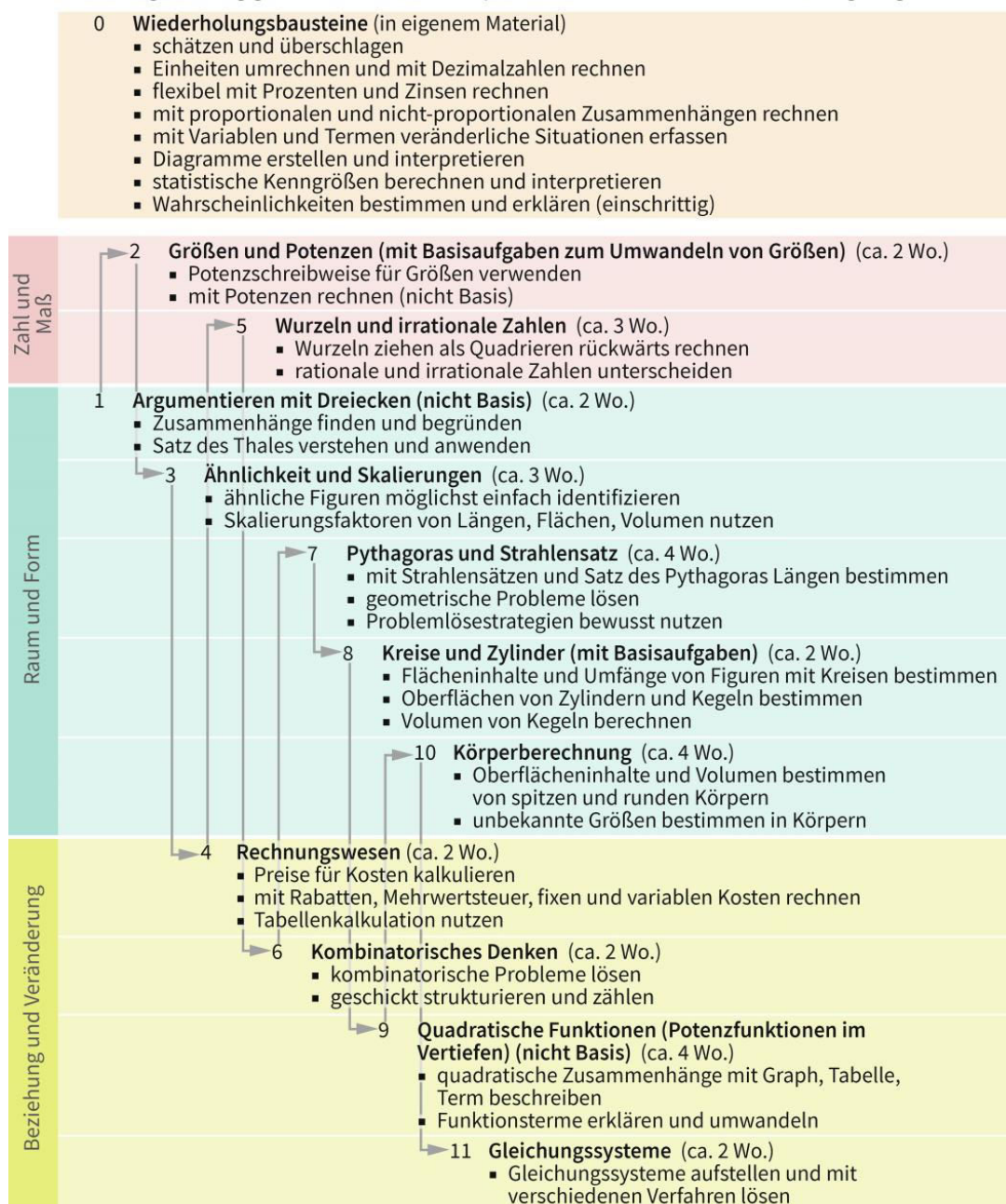
Alle **lehrplanrelevanten Themen** werden in den Kapiteln der *mathewerkstatt* erarbeitet. Die Reihenfolge der Kapitel kann an vielen Stellen den eigenen Interessen und jeweiligen Erfordernissen angepasst werden. Bauen Kapitel inhaltlich aufeinander auf und erzeugen so notwendige Abhängigkeiten zwischen den Kapiteln, so wird dies hier durch Pfeile angezeigt.

Im Folgenden finden Sie vor der Darstellung von **Baden-Württemberg** und die Abbildungen für die **anderen Bundesländer**.

mathewerkstatt 9, andere Bundesländer (z.B. Nordrhein-Westfalen)

Strukturierung der inhaltlichen Themen der *mathewerkstatt* in Klasse 9

Alle lehrplanrelevanten Themen werden in den Kapiteln der *mathewerkstatt* erarbeitet. Die Reihenfolge der Kapitel kann an vielen Stellen den eigenen Interessen und jeweiligen Erfordernissen angepasst werden. Bauen Kapitel inhaltlich aufeinander auf und erzeugen so notwendige Abhängigkeiten zwischen den Kapiteln, so wird das hier durch Linien angezeigt.



Wie werden prozessbezogene Kompetenzen in der *mathewerkstatt* gefördert?

In der *mathewerkstatt* geht es nicht nur um den Aufbau inhaltsbezogenen Wissens, sondern um die Förderung prozessbezogener Kompetenzen, z. B. beim Lösen von Problemen in realen oder innermathematischen Kontexten, beim Entwickeln mathematischer Modelle oder beim Kommunizieren oder Argumentieren über diese Prozesse. Darüber hinaus gibt es spezielle Kapitel, die prozessbezogene Kompetenzen wie das Modellieren oder das Problemlösen in den Mittelpunkt stellen. Hier werden inhaltsübergreifende Herangehensweisen und Strategien thematisiert, z. B. um Probleme in Sachkontexten strategisch und systematisch zu lösen.

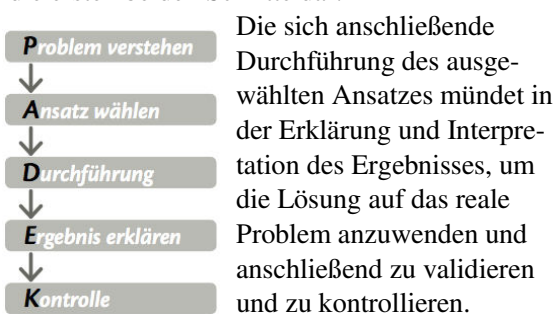
In Klasse 7 und 8 sind das folgende Kapitel:

- Modellieren mit Variablen (iteratives Modellieren)
- Rechnen vernetzen (reichhaltige Probleme bearbeiten und präsentieren)
- Zinsrechnung (Strategien explizieren und systematisieren)
- Prismen (Kontrollfragen für Ergebnis erklären und kontrollieren)

(Inhalte siehe Strukturtable S. 4-7)

Schon ab Klasse 6 wird als Hilfe sowohl beim Problemlösen als auch beim Modellieren die Schrittfolge PADEK erarbeitet:

Das Verstehen des Problems und die daraus resultierende Idee der Vorgehensweise stellen die ersten beiden Schritte dar.



Die explizite Verwendung dieser Schrittfolge (die nichtunbedingt immer strikt in dieser Reihenfolge zu durchlaufen ist) ermöglicht den Lernenden ein gezielteres und bewussteres Herangehen an komplexe Aufgaben. Für die einzelnen Schritte werden durch alle Kapitel hinweg Strategien erarbeitet (z. B. „Zurückführen auf Bekanntes“).

Wie werden die neuen Medien in der *mathewerkstatt* integriert?

Als Mittler dienen Medien stets dazu, mathematische Tätigkeiten sinnvoll zu unterstützen, so auch in der *mathewerkstatt*. Dabei gibt es verschiedene Arten von Medien:

- **Applets** sind elektronische Lernumgebungen, die einen bestimmten mathematischen Inhalt in besonderer Weise darstellen und zur Verfügung stellen, z.B. einen dynamischen Zahlenstrahl, in den man schrittweise hineinzoomen kann und dabei die besondere Struktur von Dezimalzahlen für das immer genauere Messen erfährt.
- **Digitale Werkzeuge** sind umfassendere Programme, die für viele verschiedene Aufgaben dienlich sind. Sie helfen, zeitweilig vom Rechen- und Zeichenaufwand zu entlasten und Mathematik in manchen Bereichen besser zu verstehen und Zusammenhänge deutlicher zu erkennen. Zu den digitalen Werkzeugen, die für Mathematik relevant sind, gehören neben dem einfachen Taschenrechner die Tabellenkalkulation, Geometriesoftware und Funktionenplotter. Seit den Klassen 5 und 6 werden Taschenrechner und Tabellenkalkulation eingeführt und genutzt. Der Einsatz dieser digitalen Werkzeuge wird in *mathewerkstatt* 7(3) und 8(4) fortgeführt.

Applets sind in der Regel selbsterklärend, digitale Werkzeuge brauchen eine gezielte Einführung. Hierzu werden Hilfen bereitgestellt (sogenannte Methodenspeicher), die die Funktionalität erläutern und langfristig zur Verfügung stehen. Gerade im Zusammenhang mit der Einführung von digitalen Werkzeugen wird zuweilen die Reihenfolge zwischen Erkunden und Ordnen umgedreht, um erst die technischen Bedienfertigkeiten zu sichern und sie dann in komplexen Anwendungen zu nutzen.

In der *mathewerkstatt* 8 wird zum Beispiel das Applet „Routenplaner“ im Kapitel Funktionen genutzt, um mit Hilfe eines Routenplaners Erkundungen zur Unterscheidung linearer und proportionalen Funktionen anzustellen.

Wie kann der Unterricht mit der *mathewerkstatt* aussehen?

Einstieg **Aktivieren von Vorerfahrungen, Hinführen mit Kernfragen**

Worum geht es?

Jedes Kapitel beginnt mit einer Auftaktseite, auf der die Tätigkeiten und Ziele des Kapitels in einer für die Lernenden verständlichen Sprache stehen, sodass sie vorab besprochen werden können.

Darauf folgen zwei Einstiegsseiten, die auf den Kontext des Kapitels einstimmen. Eine Alltagssituation dient als Anlass, Vorwissen zu aktivieren und erste Erfahrungen zu sammeln. Die Lernenden können Fragen formulieren, die leitend für die Arbeit mit diesem Kapitel sind. Dabei erhält die Lehrperson diagnostische Hinweise zum Wissensstand der Klasse sowohl hinsichtlich mathematischer Kompetenzen (das Vorwissen, die Bereitschaft und die Fähigkeit der Lernenden, bereits behandelte mathematische Konzepte anzuwenden) als auch hinsichtlich der vorunterrichtlichen Vorstellungen.

Wie sieht der Unterricht dazu aus?

Die Einstiegsseiten können verschieden genutzt werden:

Variante „Einstimmung“ (5–10 min): Man schaut gemeinsam die Seiten an, um auf das Thema einzustimmen. Ein kurzer Impuls regt die Lernenden an, ihre Wahrnehmung der Situation zu beschreiben und über mögliche Vorerfahrungen zu sprechen. Danach kann man mit den Erkundungsaufgaben einsteigen.

Variante „Aufgabe“ (10–40 min): Die dargestellte Situation wird als Aufgabe aufgefasst, bei der zentrale Aspekte des Kapitels schon angeschnitten werden

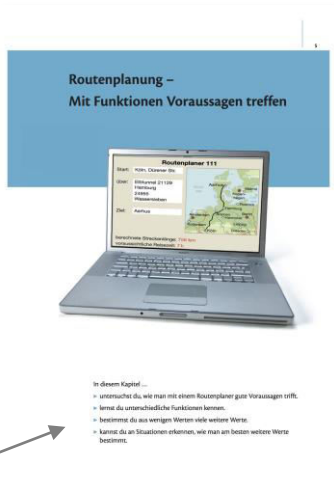
können. Die Lernenden werden dazu angeregt, zentrale Fragen zu formulieren, die sie sich in dieser Situation stellen. Diese können auf einem Poster oder an der Tafel festgehalten werden und die Klasse durch das Kapitel begleiten. Mitunter werden dabei bereits einige Erkundungsaufgaben der nachfolgenden Seiten bearbeitet.

Variante „Projekt“ (mehrere Stunden): Die Situation dient als Ausgangspunkt einer projektartigen Erarbeitung des ganzen Kapitelthemas. Ausgehend von den zentralen Fragen werden einzelne Erkundungen geplant und die Arbeit aufgeteilt. Die Erkunden- und Ordnenaufgaben des Kapitels können von der Lehrkraft im Laufe der Projektarbeit flexibel als Anregung für Einzelaufträge oder zur Zwischensammlung verwendet werden.

Diese Form entfernt sich am weitesten von der im Buch angebotenen konkreten Erarbeitungsfolge und benötigt deshalb auch mehr Vorbereitungsaufwand.

Literatur

- Leuders, Timo/ Hußmann, Stephan/ Barzel, Bärbel/ Prediger, Susanne (2011): „Das macht Sinn!“ Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen, In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 53 (37), 1–9.
- Lengnink, Katja/ Prediger, Susanne/ Weber, Christof (2011): Lernende abholen, wo sie stehen – Individuelle Vorstellungen aktivieren und nutzen, In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 53 (40), 2–7.



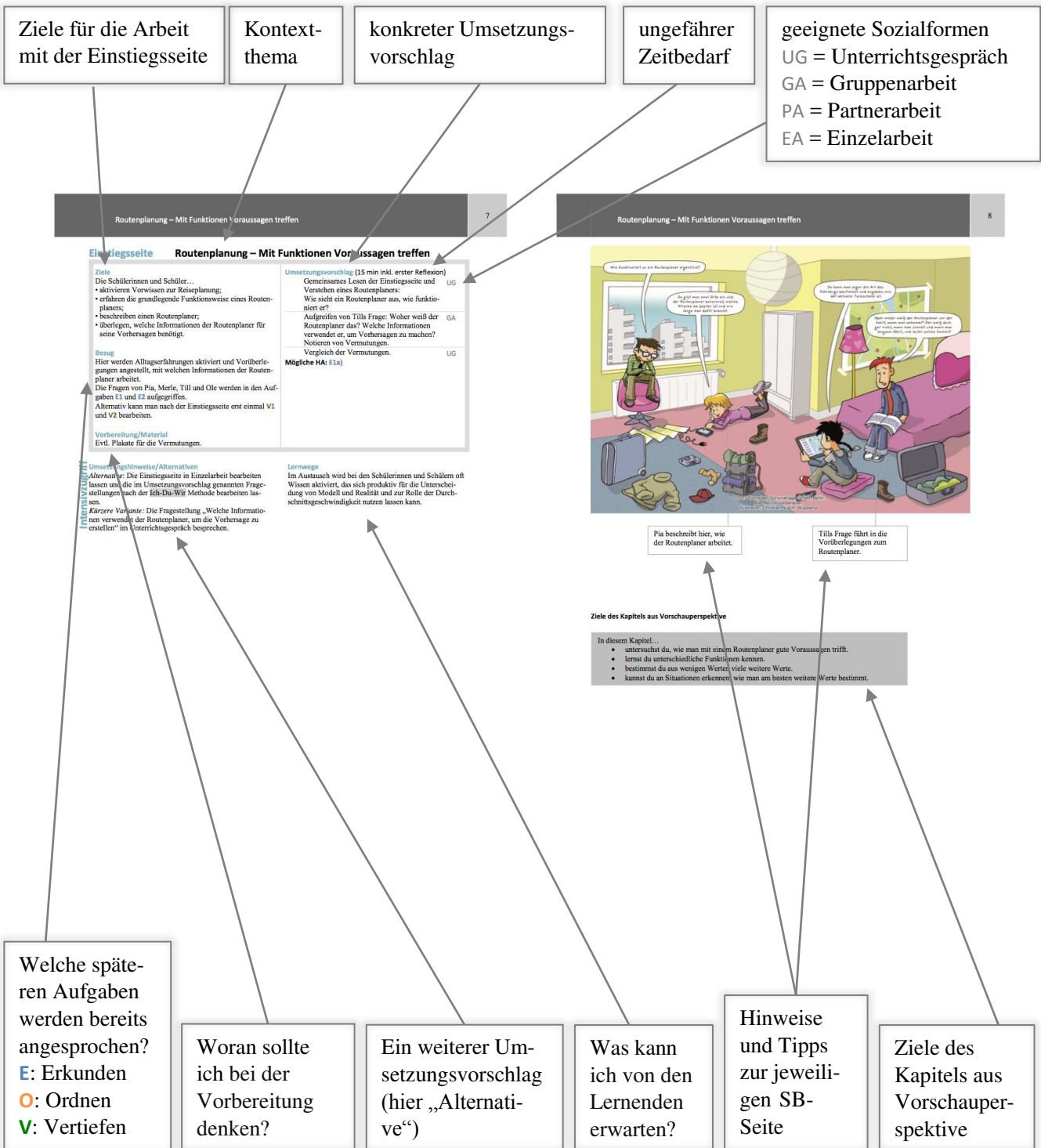
Hier stehen die Tätigkeiten und Ziele des Kapitels in einer für die Lernenden verständlichen Sprache, sodass sie vorab besprochen werden können.



Die Einstiegsituation kann man als Gesprächsanlass nutzen.

Was bietet die Handreichung dazu?

In der Handreichung findet die Lehrkraft vielfältige Unterstützung für die Vorbereitung und Unterrichtsgestaltung. Zur Ausgestaltung der unterschiedlichen Szenarien bieten die Handreichungen Umsetzungsvorschläge an, aber auch Hilfen in Form von Differenzierungsimpulsen, diagnostischen Aspekten und möglichen Lernwegen. Dabei gibt es zu jeder Seite im Schulbuch eine Seite in der Handreichung mit dazu passenden Informationen. Auf dieser Seite befinden sich didaktische Hinweise, unterteilt in „Schnellzugriff“ und „Intensivzugriff“. Im **Schnellzugriff** werden die wichtigsten Hinweise für die Vorbereitung der Stunde gegeben: Ziele, Materialien und ein konkreter Unterrichtsvorschlag. Im **Intensivzugriff** findet man zusätzlich Hinweise auf Umsetzung, Alternativen sowie Diagnose- und Differenzierungsmöglichkeiten. Darüber hinaus wird jeweils die entsprechende Schulbuchseite abgedruckt, um so eine schnelle Orientierung zu ermöglichen.



Erkunden

Mit anregenden Problemen eigen Wege gehen

Worum geht es?

Im **Erkunden** wird an reichhaltigen Problemstellungen gearbeitet. Dabei werden mathematische Begriffe und Verfahren von den Schülerinnen und Schülern selbst (nach)erfunden. Mathematische Ideen und Zusammenhänge werden also genetisch entwickelt. Hierbei stehen die Erfahrungen im Vordergrund und nicht die fachlich konsolidierte, „fertige“ Mathematik. Hier können und sollen die Schülerinnen und Schüler in ihrer eigenen Sprache über Mathematik reden und ihre eigenen Lernwege beschreiben. Dieses Erkunden soll dazu führen, dass die Lernenden genügend Erfahrungen mit den Inhalten machen, sodass sie bereits ein grundlegendes Verständnis für die „neuen“ Inhalte des Kapitels entwickelt haben, bevor das Neue systematisiert wird (z. B. *Bedeutungen eines Bruches in verschiedenen Situationen und Darstellungen erleben, bevor man mit der Formalisierung beginnt*). Im Erkunden wird durch die individuellen Wege und Zugänge der Lernenden differenziert. Zu ausgewählten Aufgaben finden sich im Materialblock zudem Basisaufgaben, die stärker vorstrukturiert oder lokal entlastet sind, um schwächere Lernende zu stützen.

Wie sieht der Unterricht dazu aus?

Beim **Erkunden** sollen Schülerinnen und Schüler sowohl eigene Wege gehen als auch mit anderen zusammen über die Probleme und Ideen kommunizieren und miteinander die Probleme lösen. Zu Beginn sollte die Lehrkraft in die Aufgabe einführen, sodass alle Lernenden daran arbeiten können. Dann aber sollten die Schülerinnen und Schüler selbst aktiv werden. Die Lehrkraft kann die Arbeit durch Impulse unterstützen und dabei diagnostische Informationen darüber sammeln, welche Wege die Lernenden gehen und was ihnen möglicherweise schwer fällt.

Am Ende der Arbeitsphasen stehen oft Reflexionen in **nachgedacht**. Hier werden im Unterrichtsgespräch wichtige Ergebnisse verglichen und Erfahrungen reflektiert. Dieser Schritt bereitet das systematische Festhalten im zugehörigen **Ordnen** vor.

Literatur

- Freudenthal, Hans (1973): *Mathematik als pädagogische Aufgabe*, Bd. 1. Stuttgart: Klett Verlag.
- Leuders, Timo/ Hußmann, Stephan/ Barzel, Bärbel/ Prediger, Susanne (2011): „Das macht Sinn!“ Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen, In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 53 (37), 1–9.

- Kapitelicon als Begleiter für ein Kapitel
- Beginn der Etappe mit dem Erkunden
- Kernfrage, der in dieser Etappe nachgegangen wird
- Hinweis auf benötigtes Material etc.
- Aufgabenüberschrift zum schnellen Erfassen des Aufgabenthemas
- Hinweis auf Besonderes, z.B. ein neues Wort mit Erklärung
- Nachgedacht-Aufgabe zur Reflexion und Vorbereitung des Ordners

Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen

Erkunden A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte voraussagen?

6 Der Umgang mit dem Routenplaner

Routenplaner 111

Start: A46
über: ...
Ziel: A1

Fahrzeugauswahl
berechnete Streckenlänge: 29 km
voraussichtliche Reisezeit: 18 min

a) Bei einem Routenplaner erkennt man nicht direkt, mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit gerechnet wird. Findet für einen Routenplaner aus dem Internet heraus, welche Durchschnittsgeschwindigkeiten mit einem Auto auf der Autobahn angenommen werden.
 • Legt dazu Start und Zielort auf den Autobahnen fest.
 • Variiert dann einen der beiden Orte und bestimmt jeweils die Durchschnittsgeschwindigkeit.
 • Werden immer dieselben Durchschnittsgeschwindigkeiten verwendet?

b) Wiederholt euer Vorgehen für verschiedene Autobahnen.
 Werden für verschiedene Autobahnen immer dieselben Durchschnittsgeschwindigkeiten angenommen. Warum kann das liegen?

c) Bestimmt genauso wie in a) auch die Durchschnittsgeschwindigkeiten für andere Straßen- und Fahrzeugtypen.


7 Tachostand ungleich 0

Für eine Fahrt nach Würzburg haben Till und Ole die voraussichtliche Ankunftszeit in Würzburg und die Zeiten für weitere Orte auf der Strecke bestimmt. Sie planen ihre Fahrt von der Autobahnauffahrt aus und werden dann schon 32 km auf ihrem Tacho stehen haben. Der Routenplaner rechnet mit einer festen Durchschnittsgeschwindigkeit für die gesamte Strecke.

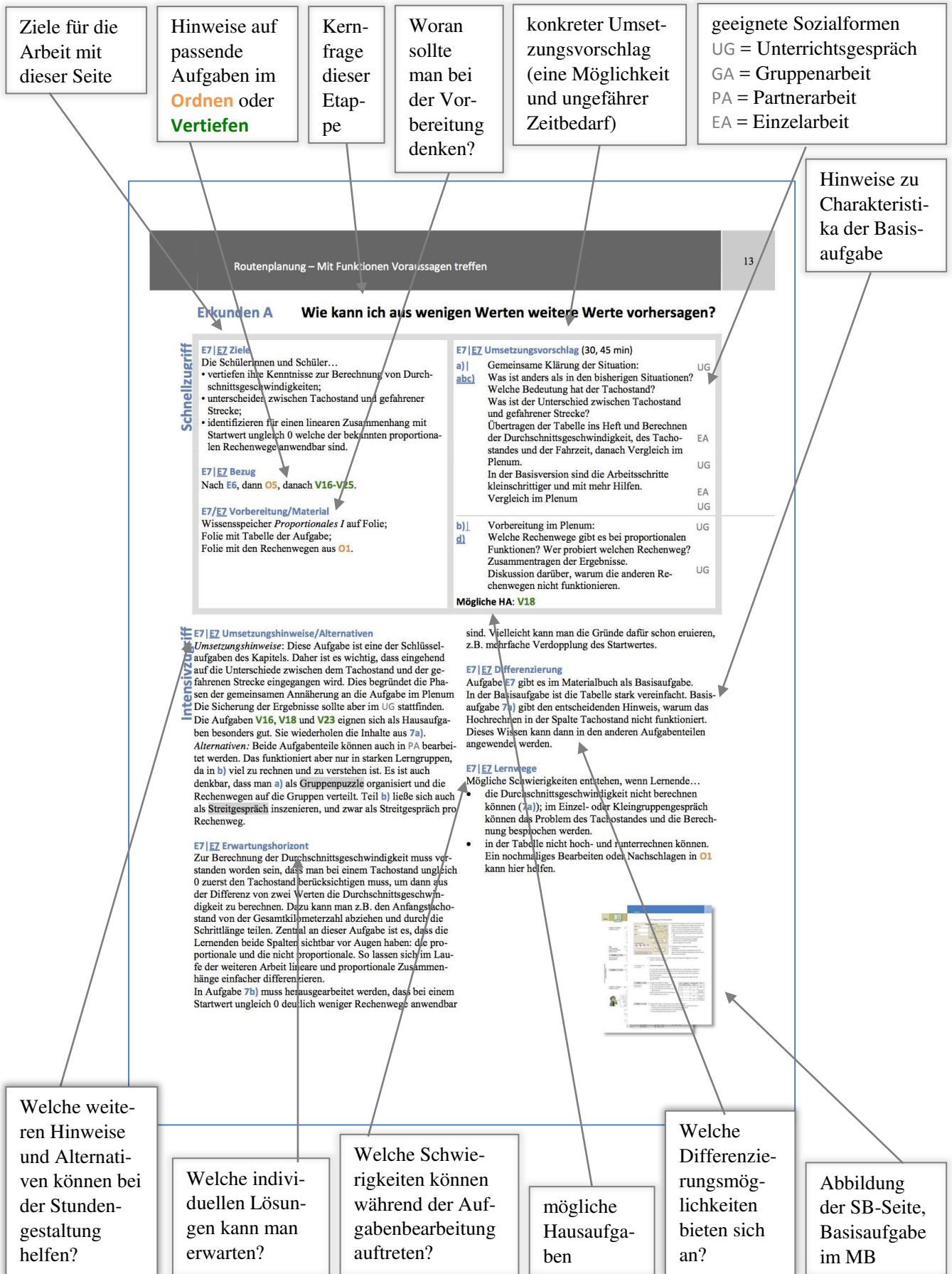
Zeit in h	gefahrte Strecke in km	Tachostand in km	Ort
0	0	32	Köls
1			
1,5		197	Kaunertal Meidelsbach
2		307	Raststätte Spaunart
3		362	Würzburg

a) Bestimmt mit Hilfe der Tabelle
 • die Durchschnittsgeschwindigkeit,
 • den Tachostand nach 2 Stunden,
 • die voraussichtliche Fahrtzeit bis Raststätte Spaunart.
 Rechnet dazu auch die Werte in der Spalte mit der gefahrenen Strecke aus.

b) Vergleiche die Spalten „Tachostand“ und „gefahrte Strecke“.
 • Können ihr in beiden Spalten die Rechenwege aus Aufgabe 2 auf Seite 8 nutzen, mit denen ihr bei proportionalen Zusammenhängen rechnet?
 • Welche Rechenwege funktionieren in welcher Spalte?
 • Warum funktionieren die anderen nicht?

- Zur Ergänzung zum Schulbuch gib es unterstützende Materialien im **Materialblock** (z.B. zum Schneiden, Spielen oder Ausfüllen, parallele oder ergänzende Basisaufgaben für Schwächere) oder im **Online-Angebot** (z.B. kleine Applets zum selbständigen Erkunden von Zusammenhängen).
- Hinweise auf diese Materialien sind auf dem Rand des Schulbuchs vermerkt.
- Zum Beispiel: 
- Hinweis auf Datei im Internet: www.cornelsen.de/mathewerkstatt, Buchkennung: MWS040026
- Mediencode (hier 026-1)

Was bietet die Handreichung dazu?



Ziele für die Arbeit mit dieser Seite

Hinweise auf passende Aufgaben im **Ordnen** oder **Vertiefen**

Kernfrage dieser Etappe

Woran sollte man bei der Vorbereitung denken?

konkreter Umsetzungsvorschlag (eine Möglichkeit und ungefährer Zeitbedarf)

geeignete Sozialformen
UG = Unterrichtsgespräch
GA = Gruppenarbeit
PA = Partnerarbeit
EA = Einzelarbeit

Hinweise zu Charakteristika der Basisaufgabe

Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen 13

Erkunden A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

Schnellzugriff

E7 | EZ Ziele
Die Schülerinnen und Schüler...
• vertiefen ihre Kenntnisse zur Berechnung von Durchschnittsgeschwindigkeiten;
• unterscheiden zwischen Tachostand und gefahrener Strecke;
• identifizieren für einen linearen Zusammenhang mit Startwert ungleich 0 welche der bekannten proportionalen Rechenwege anwendbar sind.

E7 | EZ Bezug
Nach E6, dann O5, danach V16-V25.

E7 / EZ Vorbereitung/Material
Wissenspeicher *Proportionales I* auf Folie;
Folie mit Tabelle der Aufgabe;
Folie mit den Rechenwegen aus O1.

E7 | EZ Umsetzungsvorschlag (30, 45 min)
a) | abc)
Gemeinsame Klärung der Situation:
Was ist anders als in den bisherigen Situationen?
Welche Bedeutung hat der Tachostand?
Was ist der Unterschied zwischen Tachostand und gefahrener Strecke?
Übertragen der Tabelle ins Heft und Berechnen der Durchschnittsgeschwindigkeit, des Tachostandes und der Fahrzeit, danach Vergleich im Plenum.

b) | d)
Vorbereitung im Plenum:
Welche Rechenwege gibt es bei proportionalen Funktionen? Wer probiert welchen Rechenweg? Zusammentragen der Ergebnisse. Diskussion darüber, warum die anderen Rechenwegen nicht funktionieren.

Mögliche HA: V18

Intensivzugriff

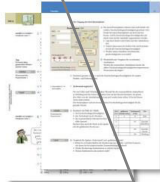
E7 | EZ Umsetzungshinweise/Alternativen
Umsetzungshinweise: Diese Aufgabe ist eine der Schlüsselaufgaben des Kapitels. Daher ist es wichtig, dass eingehend auf die Unterschiede zwischen dem Tachostand und der gefahrenen Strecke eingegangen wird. Dies begründet die Phasen der gemeinsamen Annäherung an die Aufgabe im Plenum. Die Sicherung der Ergebnisse sollte aber im UG stattfinden. Die Aufgaben V16, V18 und V23 eignen sich als Hausaufgaben besonders gut. Sie wiederholen die Inhalte aus 7a).
Alternativen: Beide Aufgabenteile können auch in PA bearbeitet werden. Das funktioniert aber nur in starken Lerngruppen, da in b) viel zu rechnen und zu verstehen ist. Es ist auch denkbar, dass man a) als Gruppenpuzzle organisiert und die Rechenwegen auf die Gruppen verteilt. Teil b) ließe sich auch als Streitgespräch inszenieren, und zwar als Streitgespräch pro Rechenweg.

E7 | EZ Erwartungshorizont
Zur Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit muss verstanden worden sein, dass man bei einem Tachostand ungleich 0 zuerst den Tachostand berücksichtigen muss, um dann aus der Differenz von zwei Werten die Durchschnittsgeschwindigkeit zu berechnen. Dazu kann man z.B. den Anfangstachostand von der Gesamtkilometerzahl abziehen und durch die Schrittlänge teilen. Zentral an dieser Aufgabe ist es, dass die Lernenden beide Spalten sichtbar vor Augen haben: die proportionale und die nicht proportionale. So lassen sich im Laufe der weiteren Arbeit lineare und proportionale Zusammenhänge einfacher differenzieren.
In Aufgabe 7b) muss herausgearbeitet werden, dass bei einem Startwert ungleich 0 deutlich weniger Rechenwege anwendbar

sind. Vielleicht kann man die Gründe dafür schon eruieren, z.B. mehrfache Verdopplung des Startwertes.

E7 | EZ Differenzierung
Aufgabe E7 gibt es im Materialbuch als Basisaufgabe. In der Basisaufgabe ist die Tabelle stark vereinfacht. Basisaufgabe 7a) gibt den entscheidenden Hinweis, warum das Hochrechnen in der Spalte Tachostand nicht funktioniert. Dieses Wissen kann dann in den anderen Aufgabenteilen angewendet werden.

E7 | EZ Lernwege
Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...
• die Durchschnittsgeschwindigkeit nicht berechnen können (7a)); im Einzel- oder Kleingruppengespräch können das Problem des Tachostandes und die Berechnung besprochen werden.
• in der Tabelle nicht hoch- und runterrechnen können. Ein nochmaliges Bearbeiten oder Nachschlagen in O1 kann hier helfen.



Welche weiteren Hinweise und Alternativen können bei der Stunden-gestaltung helfen?

Welche individuellen Lösungen kann man erwarten?

Welche Schwierigkeiten können während der Aufgabenbearbeitung auftreten?

mögliche Hausaufgaben

Welche Differenzierungsmöglichkeiten bieten sich an?

Abbildung der SB-Seite, Basisaufgabe im MB

Ordnen Systematisieren und Sichern im Wissensspeicher

Worum geht es?

Im Kernprozess des **Ordners** werden die Erkenntnisse und Erfahrungen aus dem Erkunden-Teil systematisiert und gesichert:

- Die Erfahrungen und Erkenntnisse werden bewusst gemacht (Reflektieren).
- Das individuell Erarbeitete wird mit dem regulären mathematischen Wissen abgeglichen (Regularisieren).
- Die einzelnen Einsichten werden zueinander in Beziehung gesetzt (Vernetzen).
- Das Gelernte wird im Wissensspeicher festgehalten, um später darauf zugreifen zu können (Dokumentieren).

Wie sieht der Unterricht dazu aus?

Damit das Gelernte nachhaltig gesichert wird, ist es entscheidend, die Lernenden möglichst aktiv am **Ordnen** zu beteiligen. Sie sollen zunächst selbst nachdenken, dann die eigenen Vorschläge mit anderen vergleichen und optimieren. Am Ende wird ein gemeinsames Ergebnis im Wissensspeicher festgehalten.

Die Lehrkraft erfüllt dabei eine wichtige Moderations- und Kontrollfunktion. Nur kontrollierte Ergebnisse sollten im Wissensspeicher langfristig festgehalten werden.

Im Unterricht bewährt hat sich dazu insbesondere die Methode **Ich-Du-Wir**:

- Ich = individuelles Bearbeiten,
- Du = Vergleichen mit Partner oder Gruppe,
- Wir = Einigung auf festzuhaltendes Ergebnis in der Klasse oder Gruppe.

Der **Wissensspeicher** begleitet die Lernenden über das Kapitel hinaus durch die Wochen eines oder mehrerer Schuljahre. Daher sollten verbindliche Regeln zum Aufbewahren etabliert werden. Die Lernenden sollten neben dem Matheheft, in dem die Prozesse (Aufgabenideen, Hausaufgaben etc.) aufgeschrieben werden, ein **Produktheft** (ideal als Schnellhefter) führen. Dort können sie die Wissens- und Methodenspeicher sowie Checklisten aller Kapitel aufbewahren. In dem Doppeljahrgang 7/8 kommen dabei ca. 100 Seiten zusammen. Zur besseren Ordnung und Übersicht werden ein Inhaltsverzeichnis sowie eine Kurzfassung der Wissensspeicherseiten zur Verfügung gestellt.

Die Kapitel im SB greifen immer wieder auf die Wissensspeicher zurück, auch auf die aus den Klassen 5/6. Sollte er einmal fehlen, stehen auf der KOSIMA-Homepage ausgefüllte Wissensspeicherseiten zur Vervielfältigung zur Verfügung.

Die spätere Arbeit mit dem Wissensspeicher muss bewusst von den Schülerinnen und Schülern gelernt werden. Dazu bietet das Buch immer wieder explizite Gelegenheiten.

Literatur

- Prediger, Susanne/ Barzel, Bärbel/ Leuders, Timo/ Hußmann, Stephan (2011): Systematisieren und Sichern. Nachhaltiges Lernen durch aktives Ordnen, In: *Mathematik lehren* 164, 2–9. (als Download unter: www.ko-si-ma.de)

Kernfrage passend zur entsprechenden Etappe im **Erkunden**

Hinweis auf alte Wissensspeicherseiten zur Wiederholung

Hinweis auf passendes Material im Materialblock

Hier werden die Ergebnisse des Ordners zusammengetragen und für den Wissensspeicher aufbereitet.

Ordnen A → Wie kann man aus wenigen Werten weitere Werte voraussagen?

1. Proportionale Zusammenhänge erkennen

Bei proportionalen Sachzusammenhängen kann man in Tabellen hoch- und runterrechnen. Es gibt verschiedene Rechenwege, wie man fehlende Werte berechnet.

(1)	Zeit in Stunden	Tachostand in Kilometer	(2)	Zeit in Stunden	Tachostand in Kilometer	(3)	Zeit in Stunden	Tachostand in Kilometer
	1	85		1	170		2	355
	2	170		2	340		3	510
	3	255		3	510		4	675
	4	340		4	680		5	845

2. Werte in proportionalen Funktionen⁸ bestimmen

Man kann in einer Tabelle die beiden Größen auch allgemein angeben. Die erste Größe in der Tabelle wird dann häufig mit x bezeichnet und die abhängige Größe mit $f(x)$. Gesprochen: Funktionswert von f in Abhängigkeit von x .

(1)	Zeit in h	Tachostand in km
	0	0
	1	85
	2	170
	3	255

3. Worum erkennt man in Tabelle (2), dass es sich um eine proportionale Funktion mit negativer Änderung handelt? Übertrage die Tabelle in dein Heft, ergänze zwei Zeilen und bestimme $f(x)$ für $x = 3$ und $x = 5$.

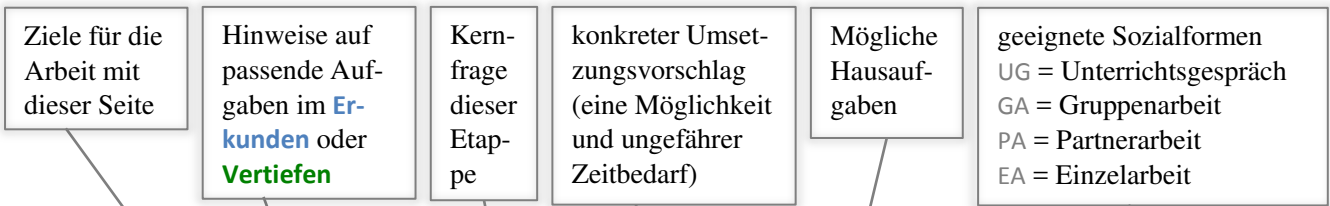
(2)	x	$f(x)$
	0	0
	1	-80
	2	-160
	3	-240

4. Vergleiche eure Ergebnisse zu b) und c) und füll den Wissensspeicher aus, soweit ihr das könnt. Einige Dinge könnt ihr erst mit Hilfe von Aufgabe 3 ausfüllen.

Alte ausgefüllte Wissensspeicher im Onlinematerial auf: www.ko-si-ma.de

Vorstrukturierter Wissensspeicher im Materialblock:

Was bietet die Handreichung dazu?



Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen 18

Ordnen A Wie kann man aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

Schnellzugriff

O1/O2 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler...
 • identifizieren verschiedene Rechenwege in Tabellen von proportionalen Zusammenhängen und bestimmen weitere Werte (O1);
 • beschreiben die erste Größe und die abhängige Größe in proportionalen Zusammenhängen mit x und $f(x)$ (O2);
 • identifizieren in Tabellen positive oder negative Änderungen (O2);
 • identifizieren in Tabellen proportionale Funktionen (O2).

O1/O2 Bezug
Systematisierung und Erweiterung der Rechenwege aus E1 und E2, nach E2 wird geübt mit V3-V4, danach O2, was man mit V8-V13 vertiefen kann.

O1/O2 Vorbereitung/Material
Tabellen auf Folie, kleine Karten mit den Namen der Rechenwege auf Folie (O1)
Tabellen, Graph und Wissenspeicher auf Folie (O2)

O1 Umsetzungsvorschlag (20 min)
Zuordnen und Erproben der Rechenwege. EA
Vergleich der Lösungen mit Folie. UG
Mögliche HA: V3, V4

O2 Umsetzungsvorschlag (30 min)

a) Erklärung mündlich, erst mit dem Partner, dann mit Folie im Plenum.	PA UG
b) Verschiedene proportionale Rechenwege ausprobieren, dann mit Folie vergleichen.	EA/ UG
c) Frage im Plenum besprechen.	UG
d) Wissenspeicher soweit möglich ausfüllen.	EA

Mögliche HA: 2d) oder V8, V9

Intensivzugriff

O1 Umsetzungshinweise
Vor dem Vergleich im UG kann erst ein Vergleich mit dem Partner stattfinden. Dann wäre es der komplette Dreischritt der Ich-Du Wir Methode.

O1 Erwartungshorizont
Die Schülerinnen und Schüler füllen die Tabellen mithilfe der vorgegebenen Rechenwege aus und kennen die jeweiligen Namen.
Besondere Aufmerksamkeit sollte auf das ‚Schrittweise addieren‘ gelegt werden, weil es nicht nur ein Rechenweg ist, der aus dem vorangegangenen Kapitel nicht bekannt ist, sondern auch der Rechenweg, der im weiteren Verlauf des Kapitels bei linearen Zusammenhängen anwendbar ist.

O1 Lernwege
Viele Schülerinnen und Schüler werden mit der ihnen vertrautesten Methode beginnen.
Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...
 • die Namen nicht den Tabellen zuordnen können.
Das Zuordnen kann auch gemeinsam im UG geschehen, in dem nochmal erklärt wird, wie man in der Tabelle den jeweiligen Rechenweg gut erkennen kann.

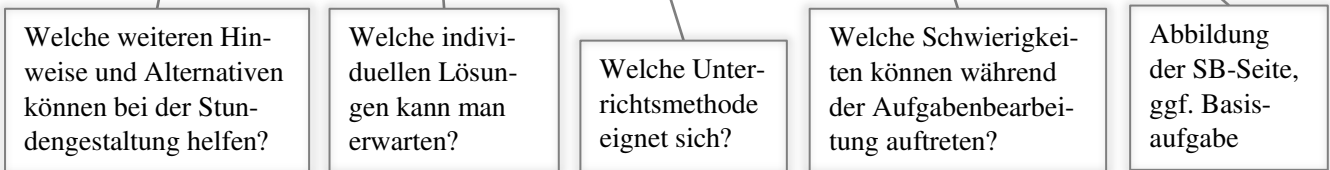
O2 Umsetzungshinweise
Je nach Lerngruppe könnte man auch zur Prüfung der Tabelle alle Rechenwege aus O1 probieren lassen, z.B. im Gruppenpuzzle. Wichtig ist, insbesondere Tabelle 2 zu negativen Änderungsraten im UG zu thematisieren.

O2 Erwartungshorizont
a) Die Lernenden erklären die Gleichungen im Kontext.
b), c) Die Lernenden beschreiben, dass es eine gleichmäßige, feste Änderung gibt und der Startwert 0 ist und können dies auch für negative Änderungen artikulieren.

O2 Lernwege
Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende ...
 • die Abhängigkeit der abhängigen Größe von der ersten Größe in der rein symbolischen Form nicht verstehen.
 • nicht über die Sprachmittel zur Beschreibung von Veränderungen verfügen. Durch das Anschreiben von Satzanfängen und notwendigen Begriffen kann das Erklären vom Lehrenden unterstützt werden.

O2 Diagnose
 • Erkennen die Schülerinnen und Schüler die erste und die abhängige Größe in der Tabelle?
 • Können sie in der Tabelle erkennen, dass es sich um eine proportionale Funktion mit negativer Änderung handelt?!

O2 Differenzierung
Schnelle Schülerinnen und Schüler können V7 bearbeiten, wozu sie aber einen Computer benötigen.



Vertiefen

Flexibles Üben, Wiederholen, Vernetzen und Erweitern

Worum geht es?

Nach dem **Erkunden** und **Ordnen** von neuen mathematischen Begriffen, Verfahren und Zusammenhängen müssen die Lernenden mit diesem neuen Wissen umgehen lernen und die neuen Vorgehensweisen üben. Dazu bietet das **Vertiefen** verschiedene Gelegenheiten an:

- Beim **Training** von grundlegenden Fertigkeiten geht es sowohl um Wiederholen und Automatisieren als auch um ein flexibles Durcharbeiten. Dabei wird viel Wert darauf gelegt, dass durchweg grundlegende Vorstellungen aktiviert und gefördert werden, damit die neuen Inhalte wirklich verstanden werden.
- Viele Aufgaben sind bewusst aus anderen Kontexten als dem Kapitelkontext gewählt, um den Transfer zu fördern. Dabei wird das Neue flexibel angewendet und die Lernenden sehen, wo ihr neues Wissen überall einsetzbar und wichtig ist.
- Auch einfache Problemlöseaufgaben unterstützen den Transfer des neuen Wissens auf weitere Situationen. Zugleich fördern sie aber auch allgemeine Kompetenzen wie z.B. das **Problemlösen** oder das **Modellieren**.

Im **Vertiefen** wird über offene, gestufte und parallele Aufgaben sowie über die Kompetenzen in der Checkliste differenziert.

Die Basisaufgaben im Materialblock bieten zudem die Chance, auf einem grundlegenden Niveau stärker angeleitet an zentralen Inhalten und Hürden zu arbeiten.

Wie sieht der Unterricht dazu aus?

Die angebotenen **Vertiefen**aufgaben folgen Prinzipien des „produktiven“ oder „intelligenten Übens“. Diese Aufgaben, die dem Wiederholen und Automatisieren dienen, regen immer auch zum Untersuchen von Mustern, zum Entdecken und Reflektieren an.

Dadurch werden sie für die Lernenden interessant und fördern das vertiefte Verständnis. Sie können auf verschiedenen Ebenen bearbeitet werden, sind also „selbstdifferenzierend“.

Kleine Entdeckungen, die die Lernenden hier machen, motivieren individuell. Sie können, aber sie müssen nicht mit der ganzen Klasse diskutiert werden. Geübt werden kann zu jedem Zeitpunkt des Kapitels: Nach einer ersten Erkundung, in der Hausaufgabe, nach **Ordnen**aufgaben oder auch nach einer ganzen Etappe. Welche Aufgabe an welcher Stelle besonders geeignet ist, erkennen die Lernenden an der Checkliste, die Lehrenden zusätzlich an der Strukturtafel des Kapitels und in den Handreichungen bei den Kommentaren zu den **Erkunden**- und **Ordnen**-Seiten.

Das **Vertiefen** gliedert sich nicht exakt nach den Etappen A, B, C... des Erkundens, sondern nach den Kompetenzbereichen des Kapitels: Vertiefen 1, 2, 3.

Literatur

- Leuders, Timo (2009): Intelligent üben und Mathematik erleben, In: T. Leuders, L. Hefendehl-Hebeker & H.-G. Weigand (Hrsg.): *Mathemagische Momente*. Berlin: Cornelsen.
(als Download unter: www.ko-si-ma.de)

Kompetenzbereich, der hier vertieft wird.

Hinweis auf den Typ einer Aufgabe, hier **Training** zum Wiederholen, Automatisieren und flexiblen Durcharbeiten

Hinweis auf die Basisaufgabe oder anderen Materialien, z.B. im Materialblock

Hier werden Bezüge zum Alltag hergestellt

The screenshot shows a page from a math textbook. At the top, it says 'Vertiefen 1' and 'Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten darstellen'. There are several numbered exercises (a, b, c, d) involving speed, distance, and time. For example, exercise a asks to fill in a table for a train's speed. Exercise b asks to calculate speed given distance and time. Exercise c asks to calculate distance given speed and time. Exercise d asks to explain the relationship between speed, distance, and time. There are also some tables and diagrams related to the exercises.

Weitere Typen von Vertiefenaufgaben:

Problemlösen – Aufgaben sind etwas offener.

Weitergedacht – Aufgaben führen über den Kern des Kapitels hinaus.

d) Erkläre, wie man allgemein vorgeht, wenn man die Strecke und Zeit kennt und die Geschwindigkeit berechnen möchte. Erkläre, wie man allgemein vorgeht, wenn man die Strecke und Geschwindigkeit kennt und die Zeit berechnen möchte.

Was bietet die Handreichung dazu?

Im **Vertiefen**-Teil der Handreichung werden die Aufgaben nicht mehr seitenweise (wie im **Erkunden**- und im **Ordnen**-Teil) kommentiert. Stattdessen werden exemplarisch Aufgaben aus dem Kapitel gewählt und mit Hinweisen versehen.

- Kernkompetenz, die in diesem Abschnitt des Vertiefens vertieft wird.
- Ziele der Aufgaben dieses Abschnittes im Zusammenhang
- Bezug zur entsprechenden Aufgabe im Erkunden oder Ordnen
- Hinweise zur Umsetzung im Unterricht, zur Differenzierung und zur Diagnose
- Hinweise zu den Lernwegen und ggf. auch zu Schwierigkeiten der Aufgabe

Vertiefen 1 Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten darstellen

Hintergrund In der Aufgabe **V1** geht es darum, die Zusammenhänge zwischen Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten zu trainieren, indem bei zwei gegebenen Größen jeweils die dritte fehlende Größe berechnet wird. In der Aufgabe **V2** wird das Umrechnen von der Einheit Minute in die Einheit Stunde und umgekehrt wiederholt, wobei Zeiten als Dezimalzahlen im Fokus stehen.

V1 **Ziel: Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten berechnen**

Typus Training, weitergedacht

Dauer 20-25 min

Bezug parallel zum Erkunden **E1**

Hinweis **Schwerpunkte:** Aus zwei gegebenen Größen die dritte fehlende Größe berechnen. Diese Aufgabe eignet sich für **PA**, auch als **HA** möglich.

Lernwege Diese Aufgabe verlangt ein intuitives Verständnis einer Geschwindigkeit als Quotient aus Strecke und Zeit. Die Formel $v = \frac{s}{t}$ ist für die Berechnung nicht erforderlich, ebensowenig das Auflösen einer Gleichung nach einer Variablen, es genügt das Hoch- bzw. Runterrechnen. Die Paralleldifferenzierung ermöglicht für lernschwächere Kinder die Beschränkung auf einfache Bruchteile einer Stunde bei den Zeitangaben, stärkere Schülerinnen und Schüler beschreiben ihre Vorgehensweise in der Teilaufgabe **d)** allgemein.

Zu diesen Handreichungen gehört auch ein Lösungsheft für Schülerinnen und Schüler mit für sie verständlich dargestellten Lösungen zu den **Vertiefenaufgaben**. Dieses Heft kann bei Bedarf den Lernenden zur Selbstkontrolle zur Verfügung gestellt werden.

Beispielseite aus dem Lösungsheft für die Schülerinnen und Schüler:

Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen 5

Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen

Vertiefen 1 Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten darstellen

Seite 24

1 **Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten**

a) *verschiedene Rechenwege sind möglich, z.B.:*

Zeit	Strecke
1 min	2 km
6 min	12 km
15 min = $\frac{1}{4}$ h	30 km
30 min = $\frac{1}{2}$ h	60 km
60 min = 1 h	120 km
120 min = 2 h	240 km
135 min = $2\frac{1}{4}$ h	270 km

Zeit	Strecke
5 min	10 km
15 min = $\frac{1}{4}$ h	30 km
20 min	40 km
30 min = $\frac{1}{2}$ h	60 km
60 min = 1 h	120 km
120 min = 2 h	240 km
150 min = $2\frac{1}{2}$ h	300 km

b) (1) 100 km in 1 h, also $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
 (2) 100 km in 1 h, also $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

c) (1) 20 km in $\frac{1}{4}$ h, also $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
 (2) 200 km = $2,5 \text{ h} \cdot 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, also 2,5 h
 (3) $3,5 \text{ h} \cdot 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 245 \text{ km}$, also 245 km

d) Zeit berechnen mit Strecke und Geschwindigkeit:
 Die Geschwindigkeit zeigt an, welche Strecke man in einer Stunde zurücklegt. Teilt man die Strecke durch die Geschwindigkeit, berechnet man, wie oft die Strecke von einer Stunde in die gesamte Strecke passt, und somit die Zeit, die man für die ganze Strecke benötigt.
 Geschwindigkeit berechnen mit Strecke und Zeit:
 Die Geschwindigkeit wird in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ angegeben, also in gefahrenen Kilometer pro Stunde.
 Die Geschwindigkeit kann man berechnen, indem man die Strecke durch die Zeit teilt.

Überprüfen Sich an der Checkliste orientieren

Worum geht es?

Die Checkliste gibt einen Überblick über die zentralen Kompetenzen, die im Kapitel nachhaltig erworben werden sollen. Die Kompetenzen sind bewusst für Schülerinnen und Schüler verständlich formuliert und werden jeweils an einer Beispielaufgabe konkretisiert. Im Materialblock befindet sich die Checkliste mit der Möglichkeit zur Selbsteinschätzung.

Die *mathewerkstatt* will mit der Checkliste einen langfristigen und nachhaltigen Kompetenzerwerb erreichen, an dem die Schülerinnen und Schüler aktiv und bewusst beteiligt sind. Dies dient insbesondere einer gezielten Wiederholung, zum Beispiel für die Klassenarbeit.

Wie sieht der Unterricht dazu aus?

Ein gemeinsamer Blick mit den Lernenden auf die Kompetenzen der Checkliste nach Erarbeitung und Sicherung der Inhalte gibt einen guten und schnellen Überblick, wo man mit der Erarbeitung gerade steht und welche Übungsaufgaben passend sind.

Literatur

- Fernholz, Jutta/ Prediger, Susanne (2007): „... weil meist nur ich weiß, was ich kann!“ Selbstdiagnose als Beitrag zum eigenverantwortlichen Lernen. In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 49 (15), 14–18.

- Titel des entsprechenden Kapitels
- Kompetenz, die in diesem Kapitel erworben werden soll.
- Beispielaufgabe zur Unterstützung der Selbsteinschätzung durch die Lernenden
- Vertiefenaufgaben, die zur Sicherung dieser Kompetenz wiederholt werden können
- Hinweis auf die Checkliste im Materialblock

Checkliste Routenplanung - Mit Funktionen Voraussagen treffen

Ich kann ...	Hier kann ich üben ...
Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu proportionalen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen. Till fährt mit seinem Rad eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $20 \frac{km}{h}$. Wie lange braucht er für 42,5 km? Wie weit kommt er in 3,25 h bzw. 4 h 20 min?	S. 24/25 Nr. 1-5 S. 27 Nr. 11 S. 28 Nr. 13
Ich kann zwischen Voraussagen mit Hilfe von Durchschnittsgeschwindigkeiten und den Reiseverläufen mit den tatsächlichen Geschwindigkeiten unterscheiden. Erstelle einen Graphen und eine Tabelle zur Voraussage eines Routenplans und anschließend einen Graphen und eine Tabelle zu einem möglichen Reiseverlauf.	S. 26 Nr. 6, 7 S. 27 Nr. 9 S. 28 Nr. 14, 15
Ich kann Merkmale (fester Faktor/feste Änderung) von proportionalen Funktionen in Tabelle, Graph und Gleichung beschreiben. Ein Auto braucht pro 100 Kilometer durchschnittlich 7 Liter. Erkläre mit Graph, Tabelle und Gleichung, warum es sich hier um eine proportionale Funktion handelt.	S. 25 Nr. 4, 5 S. 26 Nr. 8 S. 27 Nr. 10, 12 S. 28 Nr. 13 S. 35/36 Nr. 34/35
Ich kann Merkmale (feste Änderung/Stufenwert) von linearen Funktionen in Tabellen, Graphen und Gleichungen beschreiben. Das Auto von Merves Vater braucht pro 100 Kilometer durchschnittlich 7 Liter und es befinden sich immer 5 Liter Jodfärbung im Tank. Erkläre mit Graph, Tabelle und Gleichung, warum es sich hier um eine lineare Funktion handelt.	S. 29 Nr. 11, 18 S. 32 Nr. 26, 27 S. 33 Nr. 32 S. 36 Nr. 36, 37 S. 37 Nr. 39
Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu linearen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen. Till fährt mit seinem Rad eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $20 \frac{km}{h}$. Auf seinem Tacho stehen noch 45 km vom Vortag. Wie viele Kilometer stehen nach 2 h, 3,25 h bzw. 3 h 20 min auf dem Tacho?	S. 29 Nr. 16, 17 S. 30 Nr. 19-21 S. 31 Nr. 23-25 S. 32/33 Nr. 27-29 S. 34 Nr. 31 S. 35/37 Nr. 38/40
Ich kann Merkmale (Gesamtgröße und Änderungsverhalten) von umgekehrt proportionalen Funktionen in Tabelle, Graph und Gleichung beschreiben. 200 km Strecke sind zurückzulegen. Wie lange braucht man mit unterschiedlichen Durchschnittsgeschwindigkeiten für den Weg? Erkläre, wie sich die Durchschnittsgeschwindigkeit ändert, wenn man die doppelte oder die dreifache Zeit benötigt.	S. 39 Nr. 6E S. 40 Nr. 48, 50, 51 S. 44 Nr. 58-60
Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu umgekehrt proportionalen Funktionen aufstellen. Für einen Geburtstag stehen 30 Liter Cola zur Verfügung. Alle sollen gleich viel bekommen. Es ist aber noch nicht klar, wie viele Gäste kommen werden. Wie viel Cola bekommt jeder?	S. 39 Nr. 46, 47 S. 40 Nr. 49 S. 41 Nr. 52, 53
Ich kann Situationen danach unterscheiden, ob man weitere Werte bestimmen kann, und entscheiden, ob die Funktion proportional, linear oder umgekehrt proportional ist. Nenne jeweils eine typische Situation für jeden funktionalen Zusammenhang. Erkläre, warum die Situation jeweils typisch ist.	S. 42/43 Nr. 54-57 S. 45 Nr. 61

» Hinweis: Im Materialblock auf Seite 81 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung. Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter www.cometen.de/mathewerkstatt, Buchkennung: MW5040026, Mediencode: 046-1)

Checkliste zum Ausfüllen im Materialblock:

Checkliste Routenplanung - Mit Funktionen Voraussagen treffen

Ich kann ...	Hier kann ich üben ...	Zielscheibe
Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu proportionalen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen. Till fährt mit seinem Rad eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $20 \frac{km}{h}$. Wie lange braucht er für 42,5 km? Wie weit kommt er in 3,25 h bzw. 4 h 20 min?	S. 24/25 Nr. 1-5 S. 27 Nr. 11 S. 28 Nr. 13	<input type="radio"/>
Ich kann zwischen Voraussagen mit Hilfe von Durchschnittsgeschwindigkeiten und den Reiseverläufen mit den tatsächlichen Geschwindigkeiten unterscheiden. Erstelle einen Graphen und eine Tabelle zur Voraussage eines Routenplans und anschließend einen Graphen und eine Tabelle zu einem möglichen Reiseverlauf.	S. 26 Nr. 6, 7 S. 27 Nr. 9 S. 28 Nr. 14, 15	<input type="radio"/>
Ich kann Merkmale (fester Faktor/feste Änderung) von proportionalen Funktionen in Tabelle, Graph und Gleichung beschreiben. Ein Auto braucht pro 100 Kilometer durchschnittlich 7 Liter. Erkläre mit Graph, Tabelle und Gleichung, warum es sich hier um eine proportionale Funktion handelt.	S. 25 Nr. 4, 5 S. 26 Nr. 8 S. 27 Nr. 10, 12 S. 28 Nr. 13 S. 35/36 Nr. 34/35	<input type="radio"/>
Ich kann Merkmale (feste Änderung/Stufenwert) von linearen Funktionen in Tabellen, Graphen und Gleichungen beschreiben. Das Auto von Merves Vater braucht pro 100 Kilometer durchschnittlich 7 Liter und es befinden sich immer 5 Liter Jodfärbung im Tank. Erkläre mit Graph, Tabelle und Gleichung, warum es sich hier um eine lineare Funktion handelt.	S. 29 Nr. 11, 18 S. 32 Nr. 26, 27 S. 33 Nr. 32 S. 36 Nr. 36, 37 S. 37 Nr. 39	<input type="radio"/>
Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu linearen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen. Till fährt mit seinem Rad eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $20 \frac{km}{h}$. Auf seinem Tacho stehen noch 45 km vom Vortag. Wie viele Kilometer stehen nach 2 h, 3,25 h bzw. 3 h 20 min auf dem Tacho?	S. 29 Nr. 16, 17 S. 30 Nr. 19-21 S. 31 Nr. 23-25 S. 32/33 Nr. 27-29 S. 34 Nr. 31 S. 35/37 Nr. 38/40	<input type="radio"/>
Ich kann Merkmale (Gesamtgröße und Änderungsverhalten) von umgekehrt proportionalen Funktionen in Tabelle, Graph und Gleichung beschreiben. 200 km Strecke sind zurückzulegen. Wie lange braucht man mit unterschiedlichen Durchschnittsgeschwindigkeiten für den Weg? Erkläre, wie sich die Durchschnittsgeschwindigkeit ändert, wenn man die doppelte oder die dreifache Zeit benötigt.	S. 39 Nr. 6E S. 40 Nr. 48, 50, 51 S. 44 Nr. 58-60	<input type="radio"/>
Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu umgekehrt proportionalen Funktionen aufstellen. Für einen Geburtstag stehen 30 Liter Cola zur Verfügung. Alle sollen gleich viel bekommen. Es ist aber noch nicht klar, wie viele Gäste kommen werden. Wie viel Cola bekommt jeder?	S. 39 Nr. 46, 47 S. 40 Nr. 49 S. 41 Nr. 52, 53	<input type="radio"/>
Ich kann Situationen danach unterscheiden, ob man weitere Werte bestimmen kann, und entscheiden, ob die Funktion proportional, linear oder umgekehrt proportional ist. Nenne jeweils eine typische Situation für jeden funktionalen Zusammenhang. Erkläre, warum die Situation jeweils typisch ist.	S. 42/43 Nr. 54-57 S. 45 Nr. 61	<input type="radio"/>

» Zielkriterie, S. 46, Kapitel „Routenplanung“, mathewerkstatt 61.8

Bezug zur Seite im Schulbuch

„Zielscheibe“ zur Selbsteinschätzung

Was bietet die Handreichung dazu?

- Hinweise zu den Kompetenzen, die im Kapitel vertieft werden, aber nicht explizit auf der Checkliste stehen.
- Hinweise zu den arbeitsmethodischen Kompetenzen dieses Kapitels
- Notwendiges Vokabular für eine gezielte Wortschatzarbeit
- Hinweise zur alternativen Leistungsüberprüfung

The image shows two pages from a textbook, pages 36 and 37, illustrating a 'Routenplanung' (Route planning) task. The pages contain a checklist of tasks (K1-K8) and various mathematical notes. Red boxes highlight specific sections: 'Kompetenzen' on page 36, 'Hinweise' on page 37, and 'Basiskompetenzen' at the bottom of page 37.

Auflistung von Kompetenzen vergangener Kapitel oder Schuljahre, auf die hier zurückgegriffen wird.

Auflistung der Basiskompetenzen, die langfristig unbedingt behalten werden sollten. Sie werden in der Übekartei weiter gesichert und wach gehalten.

Diese Basiskompetenzen werden in der Übekartei aufgegriffen und können bei Bedarf je nach Leistungsstand vertieft wiederholt oder erweitert werden. Die Arbeit mit der Übekartei beginnt stets mit Selbstdiagnose-Karten, die durch die Arbeit mit der Übekartei leiten.

Die Übekartei für die mathewerkstatt 8(4) wird voraussichtlich Ende 2015 veröffentlicht. Hier abgebildet sind zwei Beispielseiten aus der mathewerkstatt 6(2).

Lineare Funktionen
 Kann ich Tabellen, Graphen und Gleichungen zu linearen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen?
A1

Überprüfen:
 Entscheide, ob es sich bei den folgenden Zusammenhängen um lineare Funktionen handelt. Falls ja, erstelle eine sinnvolle Tabelle, ein dazu gehöriges Graphen und die Gleichung.

- (1) Zeit, um ein Haus zu bauen (Anzahl der Bauarbeiter)
- (2) Einmieten einer Kinovorstellung mit einem bestimmten Preis (Anzahl der Kinobesucher)
- (3) Preis einer Taxifahrt mit Grundgebühr (gefahrenes Kilometer)

Lösungsweg zur Überprüfen-Aufgabe A1:

Nur der Zusammenhang (3) ist eine lineare Funktion, weil der Startwert nicht 0 ist, es gibt nämlich eine Grundgebühr von zum Beispiel 3,50€. So viel muss bezahlt werden, auch wenn das Taxi noch gar nicht gefahren ist. Außerdem steigt der Preis einer Taxifahrt um einen festen Wert, nämlich die Anzahl der gefahrenen Kilometer.

Für die Tabelle muss man sich eine feste Änderung, also einen Preis für den gefahrenen Kilometer ausdenken (zum Beispiel 0,80€). Wenn man nun Werte für die gefahrenen Kilometer einsetzt, kann man den Preis einer Taxifahrt berechnen.

Mit der Tabelle kann man dann eine Funktionsgleichung aufstellen. Die Steigung ist dabei die feste Änderung aus der Tabelle und das b ist der Startwert bei 0.

Auch der Graph kann mit Hilfe der Tabelle gezeichnet werden. Dazu können die Wertepaare aus der Tabelle in das Koordinatensystem eingetragen werden. Wenn man diese Punkte miteinander verbindet, entsteht die Funktionsgerade.

Materialübersicht für dieses Kapitel

In der Materialübersicht werden alle für dieses Kapitel notwendigen Materialien aus dem Materialblock und von den Online-Seiten aufgelistet und den jeweiligen Aufgaben im Schulbuch zugeordnet.

Informationen zu den Abkürzungen in der Materialübersicht

Hier findet die Lehrkraft die Materialien im Allgemeinen.

Hier wird aufgeführt, wo die Lehrkraft das Material jeweils findet, z.B. auf der KOSIMA-Homepage.

Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen 38

Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:
<http://www.ko-si-ma.de> → Produkte → Handreichungen → mathewerkstatt 8,
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040026):
www.cornelsen.de/mathewerkstatt → mathewerkstatt 8 oder mathewerkstatt 4.

Funktionen 1	Bild der Einstiegsseite (SB KOSIMA)
Funktionen 2	Applet Routenplaner (SB E1 CORNELSEN, Mediencode: 026-1)
Funktionen 3	Wissenspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB E2/E3 MB Kl. 7)
Funktionen 4	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB E2/E3 KOSIMA)
Funktionen 5	Wissenspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB E3 MB Kl. 7)
Funktionen 6	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB E3 MB)
Funktionen 7	Wissenspeicher <i>Terme 7</i> (SB E3 MB Kl. 7)
Funktionen 8	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Terme 7</i> (SB E3 KOSIMA)
Funktionen 9	Basisaufgabe <i>Tachostand gleich 0</i> (SB E2 MB)
Funktionen 10	Basisaufgabe <i>Voraussage-Graph mit und ohne Tachostand</i> (SB E8 MB)
Funktionen 11	Wissenspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB E7/E7 MB Kl. 7)
Funktionen 12	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB E7/E7 KOSIMA)
Funktionen 13	Basisaufgabe <i>Voraussagen vom Routenplaner erklären</i> (SB E10 MB)
Funktionen 14	Basisaufgabe <i>Eine feste Menge Bonbons verteilen</i> (SB E12 MB)
Funktionen 15	Arbeitsmaterial <i>Zeiten bestimmen</i> (SB E12 MB)
Funktionen 16	Arbeitsmaterial <i>Proportionale Zusammenhänge erkennen</i> (SB O1 MB)
Funktionen 17	Wissenspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB O2 MB Kl. 7)
Funktionen 18	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB O2 KOSIMA)
Funktionen 19	Wissenspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB O2 MB Kl. 7)
Funktionen 20	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB O2 KOSIMA)
Funktionen 21	Wissenspeicher <i>Funktionen 3</i> (SB O2/O3 MB)
Funktionen 22	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Funktionen 3</i> (SB O2/O3 KOSIMA)
Funktionen 23	Methodenspeicher <i>Hilfsmittel 6</i> (SB O4 MB)
Funktionen 24	Wissenspeicher <i>Funktionen 4</i> (SB O5/O7 MB)
Funktionen 25	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Funktionen 4</i> (SB O5/O7 KOSIMA)
Funktionen 26	Wissenspeicher <i>Funktionen 6</i> (SB O8/O10 MB)
Funktionen 27	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Funktionen 6</i> (SB O8/O10 KOSIMA)
Funktionen 28	Wissenspeicher <i>Funktionen 5</i> (SB O9 MB)
Funktionen 29	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Funktionen 5</i> (SB O9 KOSIMA)
Funktionen 30	Arbeitsmaterial <i>Mit wenigen Informationen eine Gleichung erstellen</i> (SB O10 MB)
Funktionen 31	Wissenspeicher <i>Funktionen 7</i> (SB O12/O13 MB)
Funktionen 32	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Funktionen 7</i> (SB O12/O13 KOSIMA)
Funktionen 33	Wissenspeicher <i>Funktionen 8</i> (SB O14/O15 MB)
Funktionen 34	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Funktionen 8</i> (SB O14/O15 MB)
Funktionen 35	Arbeitsmaterial <i>Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten</i> (SB V1 MB)
Funktionen 36	Basisaufgabe <i>Zeiten als Dezimalzahlen</i> (SB V2 MB)

Hier werden die Materialien dem Kapitel entsprechend mit einem Namen durchnummeriert.

Hier wird die Art des Materials angegeben, z.B. Wissenspeicher oder Arbeitsmaterial.

Hier wird die Aufgabe aufgeführt, für die das Material konzipiert ist. Manche Materialien können für mehrere Aufgaben verwendet werden.