

Im Filmstudio – Vergrößern und verkleinern in mehreren Dimensionen



Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....	ab Seite 2
Einstieg	ab Seite 6
Erkunden	ab Seite 8
Ordnen	ab Seite 14
Vertiefen	ab Seite 18
Checkliste	ab Seite 27
Digitale Angebote für dieses Kapitel.....	ab Seite 29

Herausgegeben von:

Bärbel Barzel
Stephan Hußmann
Timo Leuders
Susanne Prediger

Autoren:

Judith Blomberg
Matthias Glade
Susanne Prediger

Redaktion:

Raja Herold-Blasius

© 2016 Kosima-Projekt:

Zitierbar als Blomberg, Judith; Glade, Matthias & Prediger, Susanne (2016): Im Filmstudio – Vergrößern und verkleinern in mehreren Dimensionen. In: Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (Hrsg.): Handreichungen zur Mathewerkstatt 9. Dortmund/ Freiburg/ Essen: Kosima. Online unter www.ko-si-ma.de

© 2016 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin:

Das Copyright gilt für alle dargestellten Seiten und Auszüge von Seiten des Schülerbuches und des Materialblocks der *mathewerkstatt*; Rechteinhaber und Bildquellen sind in den entsprechenden Bildnachweisen dieser Produkte ausgewiesen.

Titel **Im Filmstudio – Vergrößern und verkleinern in mehreren Dimensionen**
Thema **Ähnlichkeit und Vergrößern von Flächen und Volumina**

Kontexte – Kernfragen – Kernideen

Das geometrische Konzept der Ähnlichkeit hängt ganz eng mit dem Vergrößern und Verkleinern zusammen. Das nicht maßstabgetreue Vergrößern und Verkleinern verzerrt die Bilder oder ändert ganz bewusst oder unbewusst Größenrelationen, so dass Ausgangs- und Endfigur nicht mehr ähnlich sind.

Maßstabgetreue Vergrößerungen und Verkleinerungen werden in Filmstudios genutzt, um Figuren sehr groß oder klein erscheinen lassen. In diesem Kontext des Filmstudios, in dem Bühnenbilder und Gegenstände als Teil der Bühnendeko vergrößert bzw. verkleinert werden sollen, um Personen besonders groß oder klein erscheinen zu lassen, entwickeln die Lernenden Kriterien, wann eine Skalierung – also eine Verkleinerung oder Vergrößerung – richtig durchgeführt wurde, wenn nämlich die Figuren ähnlich bleiben. Bei Dreiecken muss man dafür nur wenige Kriterien (Gleichheit der Seitenverhältnisse oder Winkel) prüfen.

Beim Vergrößern von Gegenständen machen die Lernenden die faszinierende Entdeckung, dass Flächen und Volumina anders, eben nicht linear, wachsen. Diese Erstbegegnung mit quadratischem und kubischem Wachstum wird bewusst in den geometrischen Zusammenhang gestellt, damit Lernende es später auch für geometrische Kontextaufgaben nutzen können.

Kernfrage A: Wie vergrößere ich so, dass die Formen nicht verzerrt sind?

Beim Erstellen von Bühnenbildern und dem Vergleich der Bilder sieht man in E1, dass manche Bilder verzerrt sind. Das „Nicht-Verzerrt-Sein“ wird im Laufe der Etappe (E2|E2, E3, O2, O3|O3) als Ähnlichkeit, d.h. über die Gleichheit der Winkel und der Seitenverhältnisse konkreter gefasst, diese beiden Eigenschaften ergänzen die Idee der maßstabgetreuen Skalierung. Am Ende der Etappe (E4, O5) stellt sich zudem die Frage, wie man möglichst ökonomisch Original und Bild vergleichen kann, ohne jedes Mal alle Winkel und Seitenverhältnisse zu kontrollieren, so werden die Ähnlichkeitssätze für Dreiecke und Vierecke erarbeitet.

Kernfrage B: Wie wachsen Länge, Fläche und Volumen?

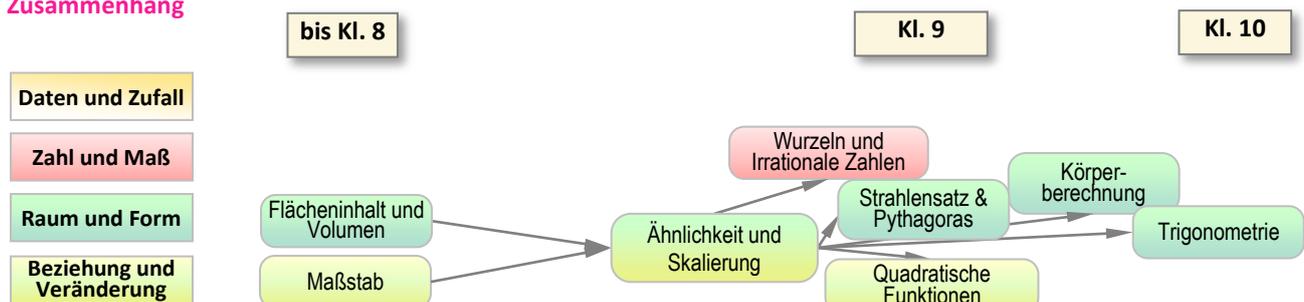
Beim Vergrößern von Gegenständen stellt sich die Frage, wie sich Flächen und Volumina beim Vergrößern verhalten (E5, E6, E7). So muss lineares, quadratisches und kubisches Wachstum unterschieden werden, da eben nicht alles linear wächst (O6).

Diese Erkenntnis hat interessante Auswirkungen auf die Tier- und die Filmwelt: Kann es einen Riesenaffen wie King-Kong wirklich geben? Ausgehend von der Frage, welches Körpergewicht bei großen Tieren auf ihren Füßen lastet, wird das kubische Wachstum im Verhältnis zum quadratischen betrachtet und so herausgestellt, dass das Wachstum Grenzen unterworfen ist (E8).

Kompetenzen

- K1: Ich kann beim Skalieren zwischen Maßen von Ausgangsfigur und Endfigur hin und her rechnen.
- K2: Ich kann erklären, wann zwei Figuren zueinander mathematisch ähnlich heißen.
- K3: Ich weiß, welche Beziehungen für Winkel und Seitenverhältnisse in ähnlichen Figuren gelten.
- K4: Ich kann eine Figur zeichnerisch von einem Punkt aus vergrößern.
- K5: Ich kann mit möglichst wenigen Angaben prüfen, ob zwei Dreiecke einander ähnlich sind.
- K6: Ich kann berechnen, wie sich beim Skalieren die Flächeninhalte und Volumina verändern.
- K7: Ich kann in Funktionsgraphen und Tabellen erklären, inwiefern Flächeninhalte und Volumina anders wachsen als Längen.

Zusammenhang



Struktur

ca. 3 Wochen

Einstieg: Filmkulisse mit verzerrten Vergrößerungen untersuchen					15	
A Wie vergrößert man so, dass die Formen nicht verzerrt sind?					E	O
E1	Skalierungen durchführen	O1	Wiederholung Maßstab, Veränderungsfaktor Sprache und Rechnung	V1-V3, V5, V6, V4 V4	Figuren skalieren und mit den Maßen rechnen	45 15
E2 E2	Skalierte Bilder kontrollieren bzgl. Seitenverhältnissen	O2	Definition der Ähnlichkeit	V7	Ähnliche Figuren	35 15
E3ab) E3c)	Seitenverhältnisse in ineinanderliegenden Dreiecken im Applet	O3 O3	Eigenschaften ähnlicher Figuren	V8 V9 V9 V10-V14 V15	Ähnliche Figuren und Seitenverhältnisse untersuchen	25 20
		O4	<i>Zentrische Streckung</i>	V16-V20 V21, V22 V23, V24	<i>Zeichnerisch skalieren von einem Punkt aus Skalierungen in der Umwelt Andere Vergrößerungstechniken</i>	25
E4	<i>Hinreiche Bedingungen für Ähnlichkeit suchen</i>	O5ac) O5b)	Ähnlichkeitssätze für Dreiecke und Vierecke	V25-V27	Ähnlichkeit möglichst einfach überprüfen	35 25
B Wie wachsen Länge, Fläche und Volumen?					E	O
E5	Untersuchung des Quadratwachstums			V28	Flächenveränderung beim Skalieren	30
E6	Ausweitung auf andere Flächen			V29 V30 V30 V31 V32, V33 V34 V34	Flächen- und Volumenveränderung beim Skalieren	20 35 35
E7abc) E7d)	Untersuchung des Volumenwachstums	O6	Vergleich Längen-, Flächen- und Volumenwachstum	V35	<i>Funktionale Sicht auf Flächen- und Volumenveränderung</i>	
E8	<i>Anwendung der Kenntnisse zum Wachstum auf Allometrie</i>			V36-V39	<i>Große und kleine Lebewesen in der Welt</i>	30

Basisweg (bei Nutzung aller Basisaufgaben im niedrigeren Niveau):

E1 – O1 – E2 – O2 – E3ab) – O3 – O5ac) – E5 – E6 oder V28 – E7abc) – O6

Intensivzugriff

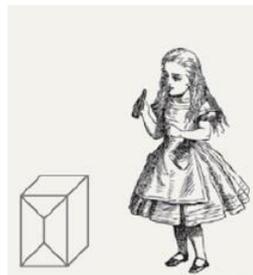
Hintergrund

Ähnlichkeit wird in diesem Kapitel in dynamischer Sicht thematisiert, d.h. im Zusammenhang mit Vergrößern und Verkleinern, weil so bereits substantielle Vorkenntnisse aus Klasse 6 (Kapitel Maßstab) aktiviert werden können. Im Kapitel entwickeln die Lernenden Kriterien für das mathematische Konzept der Ähnlichkeit und vergleichen das Wachstum von Längen, Flächen und Körpern. Die Ähnlichkeitssätze werden im Kapitel Strahlensatz und Pythagoras (Klasse 9) aufgegriffen, um dort unbekannte Längen zu bestimmen, im Kapitel Körperberechnung (Klasse 9) auch im Dreidimensionalen. Das Ähnlichkeitskonzept ist außerdem grundlegend für das Kapitel Trigonometrie (Klasse 10). Das Wachstum von Flächen liefert die Erstbegegnung mit quadratischen Funktionen, die im Kapitel quadratische Funktionen (Klasse 9) weiter ausgebaut werden.

Etappe A: Wie vergrößere ich so, dass die Formen nicht verzerrt sind?

Zunächst muss zum Konzept Ähnlichkeit eine dynamische Intuition aufgebaut werden: Zwei Figuren heißen mathematisch ähnlich, wenn sie ineinander vergrößert/verkleinert werden können, ohne die Form zu verzerren.

In **E1** vergrößern und verkleinern die Lernenden Bilder und kontrollieren ihre Vergrößerungen, so dass an mehreren Beispielen intuitive Kriterien für „nicht-verzerrte“ Bilder aktiviert oder entwickelt werden. Dabei liegt der Fokus zunächst auf dem Zusammenhang zwischen den Maßen im Original und den Maßen im Bild. Damit ist ein handlungspraktischer Erfahrungshintergrund geschaffen für Skalierungen. Sie bilden auch den Anlass, den Umgang mit Maßstab und Veränderungsfaktor aus Klasse 6 in **O1** zu wiederholen.



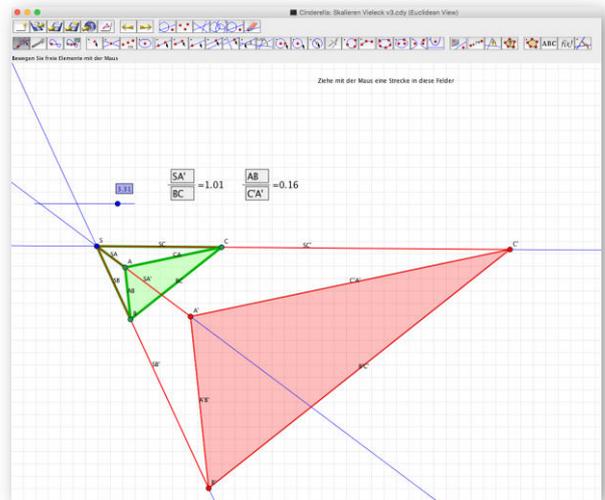
Ähnliche Figuren werden in **O2** in Abgrenzung zum Alltagsbegriff von Ähnlichkeit definiert und als formertreu skaliert (d.h. ohne Verzerren vergrößert/verkleinert).

Bei einander ähnlichen Figuren ...

- (1) sind die entsprechenden Winkel in beiden Figuren gleich groß.
- (2) sind die Seiten zueinander parallel, wenn die Figuren ineinander geschoben werden.
- (3) wurden alle Seitenlängen der kleinen Figur mit demselben Faktor vervielfacht zur großen Figur.
- (4) entsprechen die Seitenverhältnisse in der kleinen Figur denen in der großen Figur.

In **O3** wird diese dynamisch abbildungsgeometrische Definition im Sinne des klassischen Ähnlichkeitsbegriffs zur Gleichheit der Seitenverhältnisse und Winkel hin erweitert.

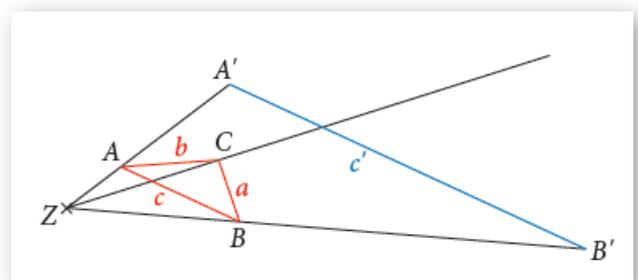
Die verschiedenen relevanten Perspektiven auf Maße in Ausgangs- und Endfigur werden in **E2|E2, E3** und **O3|O3** explizit ausdifferenziert, indem zunächst offen, dann zunehmend fokussiert die Eigenschaften untersucht werden. Die Untersuchung der ähnlichen Figuren auf typische Gemeinsamkeiten erfolgt auch mit Hilfe einer Datei eines dynamischen Geometriesystems (in **E3**). Dazu wird ab Jahrgang 9 das DGS Cinderella empfohlen, das online frei herunter ladbar ist (bei Problemen in der Darstellung eine neuere Version herunterladen). Für Cinderella werden in mehreren Kapiteln vorbereitete Dateien zur Verfügung gestellt, die nahezu als Applet funktionieren.



Die Ähnlichkeitssätze für Dreiecke und Vierecke (entdeckt in **E4**, gesichert in **O5**) ermöglichen dann, die Kontrolle der Ähnlichkeit durch Gleichheit von Seitenverhältnissen und/ oder Winkeln möglichst ökonomisch zu gestalten. Dabei wird im Basisweg auf eine Explizierung für Vierecke verzichtet (**O5b**).

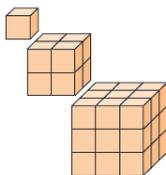
Diese Ähnlichkeitsbeziehungen bilden den geometriedidaktischen Kern des Kapitels, der für alle Lernenden für die weiteren Kapitel (insbesondere Strahlensatz, Körperberechnung und Trigonometrie) bedeutsam ist.

Ergänzt wird die Etappe um die Fertigkeit der zentrischen Streckung (angebaut in **E3**, gesichert als Fertigkeit in **O4**), zumindest für die Bundesländer, in denen sie im Lehrplan gefordert werden. Im Basisweg kann darauf verzichtet werden.



Etappe B: Wie wachsen Länge, Fläche und Volumen?

Hat ein Quadrat die doppelte Seitenlänge, dann hat es auch den doppelten Flächeninhalt, oder? Der doppelt so große Würfel hat dann doppeltes Volumen, oder?



Über diese typischen Fehlvorstellungen ihrer Schülerinnen und Schüler ärgern sich viele Lehrkräfte. Doch wo bekommen diese die Lerngelegenheiten, andere Vorstellungen über das Wachstum von Länge, Fläche und Volumen im Vergleich zu erhalten? Etappe B widmet sich genau diesem Thema und schafft damit eine Brücke des geometrischen Kapitels zum Themenbereich der Algebra, das auch für die Validierung von Körperberechnungen später eine wichtige Vorstellungsgrundlage bildet. Die dabei geschafften ersten Annäherungen an quadratische und kubische funktionale Zusammenhänge werden im Kapitel Quadratische Funktionen weiter ausgebaut.

Die Etappe beginnt mit der Untersuchung des Wachstums des Quadrats (in E5), die dann ausgeweitet wird auf andere Flächen (in E6). Analog wird das Wachstum des Volumens des Würfels untersucht (E7abc) und die Ausweitung auf andere Körper vollzogen, jedoch nicht im Basisweg (E7d). Systematisiert werden die Wachstumsmuster im direkten Vergleich in O6.

1. Seitenlänge (in m)	2. Seitenlänge (in m)	Seitenlänge (in m)	Flächeninhalt (in m ²)	Seitenlänge (in m)	Volumen (in m ³)
x	L(x)	x	A(x)	x	V(x)
1		1		1	
2		2		2	
3		3		3	
4		4		4	

Interessant sind die Anwendungen des Wissens über Wachstum für sogenannte allometrische Fragen aus der Tierwelt: Könnte Kingkong überhaupt so groß werden, oder würde er dann Plattfüße bekommen, weil sein Gewicht so viel stärker wächst als seine Fußsohlen (E8)?

Differenzierung mithilfe von Basisaufgaben

Differenziert wird in diesem Kapitel durch stärkere Vorstrukturierung und Konkretisierung sowie durch Weglassen nicht zentraler Lerninhalte zugunsten von mehr Lernzeit für die zentralen Inhalte.

Die Basisaufgaben ermöglichen eine stärker vorstrukturierte Annäherung an die zentralen Inhalte, insbesondere in den Aufgaben E2, O3, V4, V9, V30 und V34.

Übersprungen werden können in Etappe A die zentrische Streckung als Fertigkeit (O4), denn diese wird auf die Vorstellung der ineinander liegenden Dreiecke reduziert. Übersprungen werden auch die Ähnlichkeitssätze für Vierecke (O5b).

In Etappe B kann aus Zeitgründen auch das Untersuchen des Flächenwachstums auf das Quadrat beschränkt werden, also die anderen Flächen ausgelassen (E6) oder im Vertiefen (V28) stärker angeleitet werden. Jedenfalls wird für Volumen nur der Würfel untersucht und die anderen Körper ausgelassen (E7d). Bei beiden reicht die intuitive Übertragung ohne Begründungswissen.

Auch die Anwendungen des Wissens über Wachstum in der Allometrie werden ausgelassen (E8).

Diagnose

Diagnostisch zu achten ist insbesondere auf folgende konzeptuelle und prozedurale Aspekte im Können und Denken der Lernenden:

- Inwiefern haben die Lernenden ihr Verständnis von Ähnlichkeit abgegrenzt vom Alltagsverständnis und angeknüpft an formerhaltendes Skalieren ohne Verzerrungen? (wird sichtbar in O2 und ggf. weiter konsolidiert durch V7)
- Inwiefern können die Lernenden die Ähnlichkeit von Figuren durch die Merkmale Winkelgleichheit, Seitenverhältnisgleichheit innerhalb der Figuren, Seitenverhältnisgleichheit zwischen den Figuren überprüfen? (oder auf niedrigem Niveau vor allem Existenz des einheitlichen Skalierungsfaktors) (wird sichtbar in O3 und ggf. weiter konsolidiert durch V8, V9)
- Inwiefern können Lernende ihre Fehlvorstellung überwinden, dass Flächen und Volumen genauso wachsen wie Längen? (wird sichtbar in O6 und ggf. weiter konsolidiert durch V29-31)

Zusätzliches Trainingsangebot

Zu jeder Trainingsaufgabe befinden sich weitere Trainingsaufgaben im Onlinebereich von CORNELSEN.

Literatur

Hölzl, Reinhard (2009): Ähnlichkeit. In: H.-G. Weigand et al.: *Didaktik der Geometrie*. Berlin/ Heidelberg: Springer, 215-229.

Einstiegsseite

Im Filmstudio: Filmkulisse mit verzerrten Vergrößerungen

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- denken sich in den Kontext des Vergrößerns und Verkleinerns von Bühnenbildern ein;
- nähern sich dem Verzerrten als Problem, das es weiter zu untersuchen gilt.

Bezug

Die durch die Einstiegsseite entwickelte Situation wird in **E1** konkreter für die Lernenden erfahrbar, wenn sie selbst Vergrößerungen von Bühnenbildern vornehmen und die Produkte auf ihre Eignung prüfen sollen.

Die Prüfen, welche Skalierungen verzerrt sind, wird in **E2|E2** systematisch aufgegriffen.

Vorbereitung/Material

Gibt es einen aktuellen Film, der den Lernenden präsent ist und für den das Bühnenbild angepasst werden musste?

Umsetzungsvorschlag (10 min)

Gemeinsames Anschauen der Seite und Sammeln erster Beschreibungen und Ideen, z.B. zu folgenden Fragen:

UG

- Was haben die Bühnenbauer überhaupt gemacht?
- Wieso ist die Bühnenbildnerin so entsetzt? Wo ist denn das erstellte Bühnenbild alles unpassend?
- Worauf muss man achten, damit ein Bühnenbild nicht verzerrt wird beim Vergrößern?

Intensivzugriff **Umsetzungshinweise/Alternativen**

Die Lernenden erkennen die mangelnde Eignung der Kulissen meist schnell, können die Phänomene jedoch unterschiedlich gut beschreiben.

Auf der Auftaktseite wird die mangelnde Passung der Seitenverhältnisse thematisiert, da ungleiche Winkel im Vergleich einfacher zu erkennen sind. Es empfiehlt sich die getätigten Formulierungen für die mangelnde Passung der Seitenlängen und für Kriterien, die Vergrößerungen ohne Verzerrung beschreiben, festzuhalten.

Diese Formulierungen bilden eine informelle Ressource für den zu erwerbenden Begriff der Ähnlichkeit mit seinen Kriterien, auf die die Lehrkraft und die Lernenden beim Erklären zurückgreifen können.

In **E1** und **E2|E2** wird die Suche nach den informellen Strategien und Konzepten – dann im Kontext selbst gestellter Vergrößerungen/ Verkleinerungen – fortgesetzt.



Vergrößerungen und Verkleinerungen im Filmstudio bilden den Kontext für das Thema Ähnlichkeit und Skalierung

Verzerrte Formen führen zur Kernfrage: Wie vergrößere ich so, dass die Formen nicht verzerrt sind?

Ziele des Kapitels aus Vorschauerspektive

In diesem Kapitel...

- verkleinerst und vergrößerst du Filmkulissen so, dass alles zusammenpasst.
- kontrollierst du auf verschiedenen Wegen, ob jemand richtig vergrößert oder verkleinert hat.
- untersuchst du, wie unterschiedlich Längen, Flächen und Volumina beim Vergrößern und Verkleinern wachsen.
- lernst du, warum Tiere nur im Film unbegrenzt wachsen können.

Erkunden A Wie vergrößere ich so, dass die Formen nicht verzerrt sind?

Schnellzugriff

E1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- verstehen das Vergrößern/ Verkleinern der Kulisse als Möglichkeit, Filmfiguren klein/ groß aussehen zu lassen;
- vergrößern/ verkleinern vorgegebene Ausgangsfiguren;
- prüfen die Eignung verschiedener Vergrößerungen;
- formulieren Kriterien für richtige/ falsche Vergrößerungen.

E1 Bezug

Weiter mit **O1**.

E1 Vorbereitung/Material

Materialblock, evtl. Kopiervorlagen mit verzerrten Endfiguren im digitalen Angebot ausdrucken und unter die Schülerprodukte mischen.

E1 Umsetzungsvorschlag (ca. 45 min)

	Gemeinsames Lesen des Vortextes und Klärung der zu bearbeitenden Aufträge	UG
ab)	Skalieren der Ausgangsfigur „Karton“ oder „Haus“, Beschreibung und Beschriftung	EA
c)	Kontrolle der erstellten Endfiguren, ob ohne Verzerrung und passend zu vorgegebenen Figuren skaliert wurde	GA
d)	Vergleichen der Eigenschaften von Ausgangs- und Endfiguren	GA/ UG

Mögliche HA: **O1a), O1b)** oder **V1**

Intensivzugriff

E1 Umsetzungshinweise/Alternativen

Wichtig bei der Bearbeitung von **E1** ist es, wie beim Auftakt die ersten Konzepte festzuhalten, die die Lernenden beim Skalieren und bei der Kontrolle von Skalierungen nutzen.

Damit die Lernenden sich auch mit falschen Skalierungen auseinandersetzen (wenn zum Beispiel im Haus die Fenster oder Tür anders skaliert wird), können die Beispiele aus dem digitalen Zusatzangebot ausgedruckt und unter die Lösungen der Lernenden gemischt werden.

Die Lernenden sehen im genauen Aufschreiben der Denkschritte zunächst keinen Nutzen. Es kann aber sowohl bei der Aufarbeitung der Rechenwege über Veränderungsfaktoren und Maßstäbe, als auch bei der Suche nach Kriterien für die Konstruktion „nicht verzerrter“ Figuren wichtig sein, um zu sehen, auf welche Aspekte die Lernenden selbst beim Zeichnen geachtet haben. Das Arbeiten mit Skalierungsfaktor und Maßstab wird in **O1** wiederholt.

Impulse: Woran erkennt ihr, dass es richtig vergrößert/ verkleinert wurde? Wie seht ihr das an den Maßen in den Bildern?

E1 Lernwege

Beim Vergrößern und Kontrollieren können verschiedene Aspekte beim Vergleich der Formen und Maße von Ausgangs- und Endfigur erkannt oder genutzt werden. In **E1** wird zunächst hauptsächlich der Vergleich von Längenmaßen im Bild mit den Maßen im Ausgangsfigur angeregt. Darüber hinaus können aber auch Winkel und weitere Beziehungen in den einzelnen Bildern verglichen werden. (Weitere Perspektiven werden in **E2** angeregt.)

E1 Erwartungshorizont

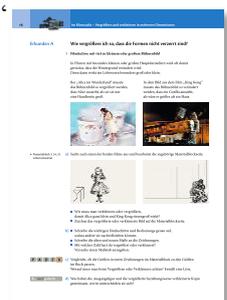
a) Hier sind auch rein qualitative Annäherungen zunächst erlaubt. Für Alice soll der 50 cm große Karton so vergrößert werden, dass die 120 cm große Alice aussieht, als wäre sie nur 10 cm groß. Also muss der Karton mit dem Veränderungsfaktor 12 vergrößert werden, d.h. im Maßstab 12:1. Wenn Kingkong größer als das Haus sein soll, kann dieses zum Beispiel mit dem Veränderungsfaktor $\frac{1}{3}$ skaliert werden, also im Maßstab 1:3. (Auch Faktor 2,5 würde vermutlich reichen).

b) In Klasse 6 wurde die Pfeilschreibweise und die Maßstabsschreibweise (Endfigur zu Ausgangsfigur) gelernt, die Lernenden nutzen vermutlich eher konkrete multiplikative Rechnungen. Aufgegriffen werden die Schreibweisen mit Pfeil und Maßstab in **O1**.

E1 Differenzierung

Die Aufgabe ermöglicht eine Auswahl nach Interesse für eine der beiden Filmkontexte. Bei Alice ist die Entscheidung des Veränderungsfaktors schwieriger, bei Kingkong vermutlich das maßstabsgetreue Zeichnen aller Elemente. Gleichwohl sind beide Aufgaben hinreichend offen, so dass sie auf unterschiedlichen Niveaus bearbeitet werden können: Die Lösungen und Wege können sich unterscheiden im Grad der Explizitheit und der Reflektiertheit der Darstellungen.

Fehler sind sehr nützlich für den weiteren Prozess, da an ihnen Kriterien für „nicht verzerrte“ Skalierungen entwickelt werden können.



Erkunden A Wie vergrößere ich so, dass die Formen nicht verzerrt sind?

Schnellzugriff

E2 | E2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- entwickeln Wege zur Prüfung der Ähnlichkeit („Nicht-Verzerrung“) unter Nutzung der Seitenlängen;
- prüfen Skalierungen durch Vergleiche der Seitenlängen und der Seitenverhältnisse.

E2 | E2 Bezug

Nach **O1**, weiter mit **O2**.

Die Basisaufgabe **E2** läuft parallel zu **E2**, ist aber wesentlich weniger komplex und stärker vorstrukturiert.

E2 | E2 Vorbereitung/Material

Evtl. Folien mit Tabellen zur Basisaufgabe.

E2 | E2 Umsetzungsvorschlag (35 min)

a) | a) Hinweisen auf Basisaufgabe Kontrolle der Bilder und Verbessern EA

b) | b) Notieren der Seitenverhältnisse und Nutzen derselben zur Kontrolle EA/ PA

c) | c) Verschiedene Lösungswege vergleichen, dabei auf Alin und Anton aus Basisaufgabe fokussieren. PA/ UG
Tabelle aus Basisaufgabe nutzen

Mögliche HA: Aufgabe aus **V1-V3**

Intensivzugriff

E2 | E2 Umsetzungshinweise

Entscheidend ist bei dieser Aufgabe die weitergehende Fokussierung auf die Seitenlängen und ihre Verhältnisse zueinander. In **b)** kann die Vorstellung des Bruchs als Seitenverhältnis für einige schwierig sein. Das Bild auf dem Rand soll unterstützen, die Seitenlängen aufeinander zu beziehen und als Anteil zu denken, um sie so mit der prominenteren Anteilsvorstellung des Bruchs zu verknüpfen. Andererseits sollte idealerweise ausgehend von Lernendelösungen (jedoch nicht notwendig in dieser Aufgabe) geklärt werden, dass Seitenverhältnisse auch einen Wert größer als 1 haben können.

Wichtig ist es, die aufgestellten Seitenverhältnisse immer auch in Satzform wie „Seite a steht zu Seite b im Verhältnis 3 zu 4. Seite a' steht zu Seite b' im Verhältnis 6 zu 8.“ verbalisieren zu lassen, damit das Überführen in die Brüche nicht rein technisch abläuft.

E2 | E2 Lernwege

a) Die Lernenden aktivieren meist eher die Sicht, Seitenlängen in Ausgangsfigur und Endfigur zu vergleichen. Erst mit **b)** nehmen mehr Lernende die Perspektive des Vergleichs der Seitenverhältnisse innerhalb einer Figur ein.

Wenn beim Vergleichen in **c)** wieder breit verschiedene Kriterien genutzt werden, ist dies intendiert und kann in Bezug auf die (die verschiedenen Kriterien aktivierenden) Aufgabencharakteristika reflektiert werden. Meist regen gleiche Seitenlängen (oder einfache Vielfache) innerhalb einer Figur eher den Fokus auf Seitenverhältnisse an – zum Teil ohne das diese formal als Brüche notiert werden.

E2 | E2 Erwartungshorizont

a) | a) Die Seitenlängen passen zusammen, wenn alle Seitenlängen in der Endfigur dasselbe Vielfache der entsprechenden Seitenlängen in der Ausgangsfigur sind.

Ebenso möglich ist die Betrachtung der Verhältnisse der Seiten innerhalb einer Figur, die in **b)** explizit angeregt wird.

b) | b) $\frac{a}{b} = \frac{3}{2} = \frac{20}{13,3} = \frac{15}{10}$ und $\frac{d}{e} = \frac{3}{6} = \frac{15}{30} = \frac{12}{24} = \frac{20}{40}$

Wenn die Seitenverhältnisse in End- und Ausgangsfigur gleich sind, sind die Bilder ähnlich.

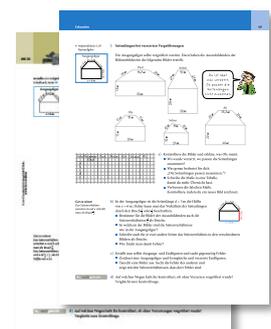
In Basis auch Verhältnisse zwischen Bildern, z.B.: $\frac{a''}{a} = \frac{15}{3}$

d) Auch wenn hier andere Wege möglich sind, so ist der Vergleich der Seitenlängen und der Skalierungsfaktoren zu erwarten.

E2 | E2 Differenzierung

In der Basisaufgabe ist die Anzahl der zu prüfenden Figuren reduziert und das systematische Notieren der Seitenlängen und der Seitenverhältnisse durch eine Tabelle weiter vorstrukturiert.

Dadurch sind die schwächeren Lernenden beim Vergleich der gefundenen Verhältnisse oft im Vorteil. Das schafft Erfolgserlebnisse.



Erkunden A Wie vergrößere ich so, dass die Formen nicht verzerrt sind?

Schnellzugriff

E3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- untersuchen ineinander liegende ähnliche Dreiecke;
- entdecken Eigenschaften beim Skalieren in Bezug auf Seitenlängen, Seitenverhältnisse und Winkel.

E3 Bezug

Nach **O2**, im Basisweg ohne **E3c**), weiter mit **O3**, ggf. **O4**.

E3 Material

Arbeitsmaterial im Materialblock auf Folie. Pro zwei Lernenden ein Computer/ Tablet mit Cinderella (kostenlos online), Applet in Cinderella im Onlinebereich

E3 Umsetzungsvorschlag (25 min)

	Kurzes Anregen der Vorstellung „von einem Punkt aus vergrößern“	UG
ab)	Untersuchen der Beispielfigur und selbst erstellter Figuren, entweder auf Papier oder am Computer	PA
vor b) od. c)	Kurze Demonstration des Applets durch die Lehrkraft	LV
c)	Untersuchung weiterer Figuren mit Applet; für Basisweg b) am Computer	PA
d)	Präsentation der Ergebnisse	UG

Mögliche HA: **V9** oder **V11**

E4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- prüfen für unterschiedliche Figuren, welche Kriterien für Ähnlichkeit hinreichend sind.

E4 Bezug

Nach **O3** oder **O4**, weiter mit **O5**. Im Basisweg kann **E4** übersprungen und direkt mit **O5** begonnen werden.

E4 Material

Pro zwei Lernenden ein Computer/ Tablet mit Cinderella, Applet in Cinderella im Onlinebereich

E4 Umsetzungsvorschlag (35 min)

	Lektüre des Vortextes, Aufgreifen der Perspektive (Sprechblasen)	
a)	Testen, ob die Kriterien Winkel/ Seitenverhältnisse hinreichend sind	Ich-Du
b)	Überprüfen mit Applet an vielen Beispielen (c) zur zeitlichen Differenzierung	PA
d)	Verschiedene Lösungswege vergleichen, evtl. erst nach O5 , um alle auf demselben Stand zu haben	PA/ UG

Mögliche HA: **V25**, im Basisweg evtl. **E4** nach **O5**

Intensivzugriff

E3 Umsetzungshinweise

Am Applet werden die Eigenschaften ineinander geschachtelter ähnlicher Dreiecke untersucht. Es lohnt sich einmal zu zeigen, dass man die Längen im Bild nur mit der Maus festhalten muss, um sie in die grauen „Maßkästchen“ zur Bestimmung der Seitenverhältnisse zu ziehen. Wenn nicht genügend Computer vorhanden sind, kann parallel zum Applet mit **V9** oder **V11** gearbeitet werden. Wichtig ist, dass die Lernenden im Arbeitsmaterial ihre Untersuchungsergebnisse festhalten. Ideal ist die Präsentation mit Beamer und auch mit Visualisierung des „Vergrößerns von einer Ecke aus“.

E3 Erwartungshorizont

Eigenschaften: Beim Vergrößern von einem Punkt der Figur aus ... bleiben die Winkel gleich; sind die Seiten in der Endfigur dieselben Vielfachen der Seitenlängen in der Ausgangsfigur (ebenso die Abstände vom Streckzentrum); sind die Seitenverhältnisse in Ausgangs- und Endfigur gleich; sind die Seiten in Ausgangsfigur und Endfigur parallel. In **c)** sind Hilfslinien nötig.

E4 Differenzierung

Im Basisweg lassen Schwächere **c)** aus. Das Applet kann dann in der Variante (Streckzentrum ist Eckpunkt der Figur) genutzt werden. Ebenso kann zur Unterstützung erst mit dem Applet gearbeitet und dann gezeichnet werden.

E4 Umsetzungshinweise

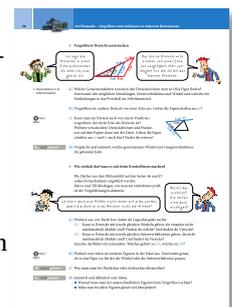
Wichtig ist es, beim Sammeln der Ergebnisse gut die Unterschiede zwischen den verschiedenen Figuren deutlich zu machen und die Lernenden anzuregen, unzureichende Kriterien mit Gegenbeispielen zu widerlegen. Für Gegenbeispiele: siehe **O5** und die Erfahrungen mit dem Applet. Mit dem Button „Seitenlängen fest“ des Applets kann zudem die Beziehung zwischen Ähnlichkeit und Kongruenz nochmal reflektiert werden.

E4 Erwartungshorizont

	Dreiecke	Vierecke	(Fünfecke, ...)
Aussagen	Nur Winkel oder Seitenverhältnisse reicht aus.	Seitenverhältnisse und Winkel müssen kontrolliert werden.	Seitenverhältnisse und Winkel müssen kontrolliert werden.
Beispiel	Beispiel	Gegenbeispiel	

E4 Differenzierung

Die Aufgabe gehört nicht zum Basisweg. Die Basisweg-Lernenden bearbeiten in der Zeit Aufgaben aus **V8-15**, bereits **O5** oder aus dem Zusatztraining. Zur Unterstützung bei der Bearbeitung von **E4** können konkrete Beispiele angeboten werden (vgl. **O5**) oder schneller zum Applet, also zu **b)**, gewechselt werden.



Erkunden B Wie wachsen Länge, Fläche und Volumen?

Schnellzugriff

E5 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- berechnen die Inhalte quadratischer Flächen bei verschiedenen Seitenlängen und stellen die Flächeninhalte in Abhängigkeit von Seitenlängen graphisch dar;
 - erklären mit eigenen Worten, dass die Fläche schneller wächst als die Seitenlänge;
 - entdecken Zusammenhänge und Unterschiede zwischen Längen- und Flächenwachstum (linear vs. quadratisch).

E5 Bezug

Weiter mit **E6** oder **V28** (im Basisweg).

E5 Material

Evtl. beschriftetes Koordinatensystem
 evtl. mehrere verschieden große Quadrate

E5 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- | | | |
|----|--|----|
| a) | Tabelle und Funktionsgraph erstellen | EA |
| | Ergebnisse mit ähnlich schnellem Lernpartner vergleichen (Lerntempoduett) | PA |
| b) | Gemeinsam mit Lernpartner aus a) Fehlersuchen und Kostenentwicklung erklären | PA |
| c) | Zusammenhänge formulieren | PA |
| d) | Ergebnisse im Plenum besprechen | UG |

Mögliche HA: **E6** oder **V28** (stärker angeleitet)

E6 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- nutzen die Rastertechnik, um Erkenntnisse zum Wachstum von quadratischen auf nicht geradlinig begrenzte Flächen zu übertragen.

E6 Bezug

Nach **E5**, weiter mit **E7**, dann erst **O6**. Alternativ (stärker vorstrukturiert) **V28**, dann weiter mit **E7**.

E6 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- | | |
|---|----|
| Bearbeitung der Aufgabe (ggf. als HA) | EA |
| Vgl. der Ergebnisse zu zweit und Überprüfen am Bild des Partners | PA |
| <i>Impuls:</i> Warum gelten offenbar die gleichen Zusammenhänge wie für Quadrate, obwohl die Fläche gar nicht quadratisch ist?
Ziel: „Fläche kann mit (immer) kleineren Quadraten ausgelegt werden.“ | UG |

Mögliche HA: ein selbstgewähltes Motiv mit Rastertechnik vergrößern und die Flächeninhalte schätzen

Intensivzugriff

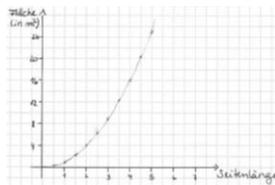
E5 Umsetzungshinweise

Die Schülerinnen und Schüler formulieren die entdeckten Zusammenhänge in ihrer Alltagssprache, diese wird in **O6** dann übergeformt durch Fachsprache.

E5 Erwartungshorizont

a), b)

	Seitenlänge (Lin. m)	Fläche (Qu. m)	Preis (in €)
Ausgangsfigur	0,5	0,25	200
verdoppelt	1	1	800
verdreifacht	1,5	2,25	1800
vervielfacht	2,5	6,25	6000
verachtfacht	5	25	20000



c) Weil Flächen in zwei Richtungen „wachsen“, führt eine Verdoppelung der Seitenlängen zu einer Verdoppelung in die Breite und zu einer Verdoppelung in die Länge, insgesamt also zu einer Vervierfachung der Fläche.

E5 Differenzierung

Schwierigkeiten bei der Skalierung des Koordinatensystems in **E5a)** kann mit einem (teilweise) beschrifteten Koordinatensystem begegnet werden. In **E5c)** helfen vorbereitete Quadrate die Aufgabenstellung zu erfassen, indem zuerst Quadrate mit doppelter (halber, ...) Seitenlänge herausgesucht und anschließend verglichen werden.

E6 Umsetzungshinweise/Alternativen

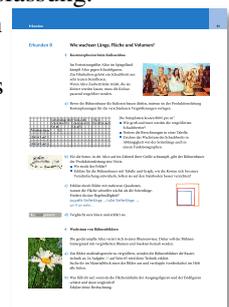
Die zentrale Erkenntnis von **E6** des quadratischen Wachstums beliebiger Flächen kann stattdessen auch aus **V28** gewonnen werden. Der Weg ist allerdings deutlich stärker vorstrukturiert.

E6 Erwartungshorizont

Die Lernenden vergrößern mit Hilfe der Rastertechnik und erkennen, dass eine Verdopplung (Verdreifachung) der Ausgangslängen die Vervierfachung (Verneunfachung) der Fläche bewirkt, auch wenn diese krummlinig ist. Sie führen dies erneut auf ein Wachstum in zwei Richtungen zurück.

E6 Differenzierung

Diese Aufgabe dient der Erkundung quadratischen Wachstums nicht geradlinig begrenzter Flächen und gehört als solche nicht zwangsläufig zur Basisfassung. Dennoch können Lernende, die den Basisweg beschreiten, mit Hilfe von **V28** zu der gleichen Erkenntnis kommen; auch wenn das vorrangige Ziel dieser Aufgabe ist, Quadrate systematisch zu vergrößern und zu verkleinern.



Erkunden B Wie wachsen Länge, Fläche und Volumen?

Schnellzugriff

E7 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- berechnen die Volumina von verschiedenen Würfeln;
 - stellen die Volumina in Abhängigkeit von der Seitenlänge als Funktionsgraph dar;
 - erklären mit eigenen Worten, inwiefern das Volumen schneller wächst als die Seitenlänge;
 - entdecken Zusammenhänge und Unterschiede zwischen Längen- und Volumenwachstum (linear vs. kubisch);
 - *übertragen die Erkenntnis des kubischen Wachstums bei einem Würfel auf weitere Körper.*

E7 Bezug

Nach E6 bzw. V28, weiter mit O6.

E7 Material

evtl. beschriftetes Koordinatensystem, evtl. Steckwürfel

E7 Umsetzungsvorschlag (35 min)

	Gemeinsam Einlesen in Aufgabenstellung	UG
ab)	Skizze erstellen, Volumina berechnen und Graphen zeichnen	EA
ab)	Ergebnisse mit ähnlich schnellem Lernpartner vergleichen (Lerntempoduett)	PA
c)	Mit Lernpartner aus b) Regelmäßigkeiten finden und formulieren	PA
c)	Besprechen der Ergebnisse, Visualisierung mit Steckwürfeln/ Zeichnung	UG
d)	Erweiterung auf andere Körper (nicht im Basisweg, ggf. als HA)	

Mögliche HA: E7d) oder V29a)-V29c) (stärker angeleitet)

Intensivzugriff

E7 Lernwege

Die Aufgabenteile b) und c) sind in der Struktur ähnlich wie Aufgabe E5 zum Flächenwachstum. Die analoge Vorgehensweise wie beim Flächenwachstum erleichtert das Entdecken der Regelmäßigkeit beim kubischen Wachstum. Die Lernenden formulieren sie zunächst in ihrer Alltagssprache, die in O6 überformt wird.

Evtl. muss der Zusammenhang zwischen Volumen und Gewicht thematisiert werden.

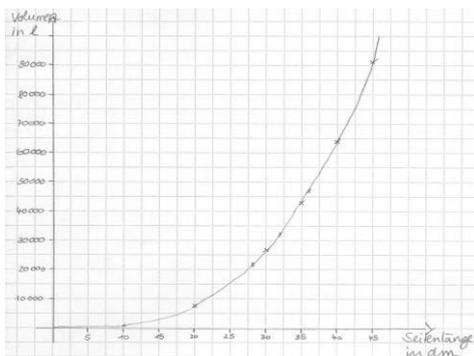
b) kann ergänzend Material gestützt mit Hilfe von Steckwürfeln bearbeitet werden. Auch kann Skalierungsschwierigkeiten beim Zeichnen mit einem (teilweise) beschrifteten Koordinatensystem begegnet werden.

E7 Erwartungshorizont

7a) $V = 4 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 64 \text{ m}^3 = 64.000 \text{ l}$

7b)

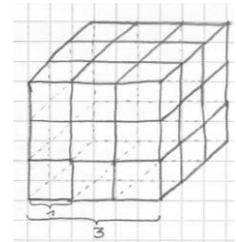
	Seitenlänge des Aquariums (in dm)	Volumen des Aquariums (in dm ³ , in l)
Ausgangsfigur	4 dm	64 dm ³ = 64 l
skaliert mit 9	36 dm	46 656 dm ³ = 46 656 l
skaliert mit 8	32 dm	32 768 dm ³ = 32 768 l
skaliert mit 7	28 dm	21 952 dm ³ = 21 952 l



c) An der Tabelle kann man sehen, dass das Volumen 729-mal (512-mal, 343-mal, 27-mal, 8-mal) so groß wird, wenn die Seitenlängen verneunfacht (verachtfacht, versiebenfacht, verdreifacht, verdoppelt) werden.

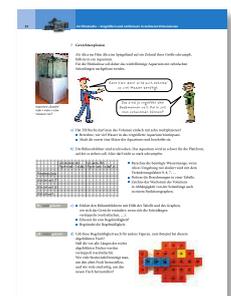
Da die Seitenlängen nur in eine Richtung wachsen und das Volumen in drei Richtungen wächst, wird es viel schneller groß. Eine Begründung kann sehr gut über Steckwürfelmodelle erfolgen.

d) Ja, diese Regelmäßigkeit gilt immer. Um den abgebildeten Fisch herzustellen, benötigt man 29 Steckwürfel. Würden alle Längen verdoppelt, bräuchte man 232 Steckwürfel, also 8-mal so viele. Würden alle Längen verdreifacht, bräuchte man 783 Würfel, also 27-mal so viele.



E7 Differenzierung

Teilaufgabe d) ist in vielen Curricula nicht Bestandteil der Basisanforderungen. Dennoch können Lernende, die den Basisweg beschreiten, mit Hilfe von V29a)-V29c) zu der gleichen Erkenntnis kommen – auch wenn das vorrangige Ziel dieser Aufgabe ist, Würfelgebilde systematisch zu vergrößern und zu verkleinern



Erkunden B Wie wachsen Länge, Fläche und Volumen?

Schnellzugriff

E8 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- berechnen Längen, Flächen und Volumina skalierten Körper und stellen Beziehungen her;
- präsentieren, vergleichen und diskutieren ihre Ergebnisse hinsichtlich der zu Grunde liegenden Annahmen;
- entdecken, wie unterschiedlich schnelles Wachstum von Längen, Flächen und Volumina auf skalierte Körper wirkt.

E8 Bezug

Nach O6, weiter mit V36-V39. Nicht im Basisweg.

E8 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- | | | |
|----|--|----|
| a) | Größe der Statue festlegen, Veränderungsfaktor finden, übrige Größen berechnen | EA |
| b) | Verhältnis Gewicht/ Fußsohlenfläche berechnen und die Bedeutung erklären | EA |

- | | | |
|----|--|----|
| b) | Vergleich der Ergebnisse, übersichtliche Darstellung in einer gemeinsamen Tabelle Erkennen, dass das berechnete Verhältnis größer ist, je größer der Gorilla ist | GA |
| c) | Gemeinsame Interpretation der Erkenntnis aus b) | GA |
| d) | Berechnen der Fußgröße, wenn kubisches Wachstum zu Grunde gelegt würde | |
| d) | Berechnen eines weiteren Verhältnisses und Analyse dessen Bedeutung für den skalierten Körper | GA |
| e) | Kurze Präsentation und Besprechung der einzelnen Aufgabenteile und der zentralen Erkenntnis, dass unterschiedliche Wachstumsarten Auswirkungen auf den (menschlichen) Körper haben | UG |

Mögliche HA: V36ab)

Intensivzugriff

E8 Umsetzungshinweise/Alternativen

Zu Beginn dieser Aufgabe muss der Modellierungsaspekt betont werden, da unterschiedliche Skalierungen in a) die Grundlage für weitere Aufgabenteile sind. Im Unterrichtsgespräch sollte die Vorgehensweise in c) als Vorbereitung von V37 thematisiert werden.

Alternativ kann ab) auch als Hausaufgabe vorbereitet werden.

E8 Erwartungshorizont

a) Hier sind unterschiedliche Lösungen möglich und erwünscht. Geht man beispielsweise davon aus, dass die schwarz-gelbe Tür 2 Meter hoch ist und die Statue bis kurz unter das höchste Frontfenster reichen soll, so muss sie ca. 10 m hoch sein. Für die weiteren Maße bedeutet dies:

Körpergröße	1056 cm	(6-mal so groß)
Armspannweite	1500 cm	(6-mal so groß)
Brustumfang	924 cm	(6-mal so groß)
Fußsohle	5400 cm ²	(36-mal so groß)
Körperoberfl.	104,4 m ²	(36-mal so groß)
Gewicht	38.880 kg	(216-mal so groß)

Dazu muss den Lernenden klar werden, dass Volumen und Gewicht proportional zusammenhängen, also auch parallel wachsen.

b) Mit der Rechnung „Gewicht geteilt durch cm²“ berechnet Ole, wie viel Gewicht auf einem cm² des Fußes von dem Gorilla bzw. King Kong lastet. Bei dem Gorilla beträgt dieser Wert 1,2 kg/cm². Bei dem King Kong aus a) sind es 7,2 kg/cm². Bei dem Vergleich mit weiteren Werten fällt auf: Je größer King Kong ist, desto mehr Gewicht lastet auf jedem cm² seiner Füße.

c) Das Gewicht wächst viel schneller als die Fußfläche. Wenn z. B. der King Kong doppelt so groß ist, ist die Fußfläche viermal so groß und das Gewicht achtmal so groß wie das des Gorillas. Das heißt, eine viermal so große Fläche muss ein achtmal so großes Gewicht tragen. Damit der King Kong keine Plattfüße bekommt, müssten seine Füße auch achtmal so groß, also 1200 m² groß sein. Der King Kong aus a) müsste demnach eine Fußfläche von 32400 cm² haben. Das sind über 3 m².

d)	Gorilla	King Kong aus a)
$\frac{\text{Gewicht}}{\text{Körperoberfl.}}$	$\frac{180 \text{ kg}}{2,9 \text{ m}^2} \approx 62 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$	$372,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$

Je größer der King Kong ist, desto mehr Wärme produziert sein Körper und desto mehr Abkühlungsfläche besitzt er. Da die Körperwärme mit zunehmender Körpergröße aber schneller steigt als die Abkühlungsfläche wächst, leidet ein großer Gorilla mehr unter Hitze als ein kleinerer.

e) Elefanten haben so faltige Haut, damit ihre Oberfläche größer ist. So können sie mehr Körperwärme abgeben. Sie haben nämlich als riesiges Tier das gleiche Problem wie der Kingkong, dass sie zu viel Volumen für ihre Oberfläche haben.

E8 Differenzierung

Diese Aufgabe ist nicht Teil des Basiswegs, ihre Ergebnisse sind dennoch für alle Lernenden spannend. Der Unterricht könnte so gestaltet werden, dass diese Schülerinnen und Schüler in den Erarbeitungsphasen Aufgaben aus dem Bereich Skalieren bearbeiten und die Ergebnispräsentationen im Klassenverband stattfinden.



Ordnen A Wie vergrößert man so, dass die Formen nicht verzerrt sind?

Schnellzugriff

O1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- bestimmen und deuten Maßstab und Veränderungsfaktor;
- verbalisieren Zusammenhänge zwischen Größen beim Skalieren.

O1 Bezug

Nach E1, weiter mit E2.

O1 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher MB21, oberer Teil und Maßstab 2 (alt) auf Folie ziehen

O1 Umsetzungsvorschlag (15 min)

ab)	Zuordnen der passenden Größen und Bestimmung fehlender Maße	EA
c)	Lösungen vergleichen und übertragen	PA/ UG

Mögliche HA: aus V2, V3, evtl. V4|V4 anfangen (braucht aber Besprechung)

O2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- unterscheiden mathematisch ähnliche Figuren von bloß ähnlich aussehenden;
- reflektieren die verschiedenen Verwendungen des Wortes „ähnlich“ im Alltag und in der Mathematik.

O2 Bezug

Nach E2, weiter mit E3

O2 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher, oberer Teil für Vergleich auf Folie

O2 Umsetzungsvorschlag (15 min)

ab)	Klärung des Begriffs „mathematisch ähnlich“ und der Aufträge Beispiele und Gegenbeispiele identifizieren und Begriffe reflektieren	UG EA/ PA
c)	Vergleichen und in den Wissenspeicher übertragen.	UG

Mögliche HA: V7

Intensivzugriff

O1 Umsetzungshinweise

Hier ist es in der gemeinsamen Reflexion wichtig, den Zusammenhang zwischen Maßstab und Veränderungsfaktor herauszustellen und wie man dies an den konkreten Zahlen sieht. Hilfreich kann es sein, den Veränderungsfaktor und den Maßstab aus den Maßen noch einmal explizit bestimmen zu lassen und die Rechnung zu notieren.

$$2 \cdot ? = 6$$

$? = 6 : 2$ (Beim Maßstab denkt man von der Endfigur aus: 6 zu 2, die Endfigur ist größer.)

„1/3“ entspricht dem Maßstab 1:3 und steht für verkleinern, wie bei Karten-Maßstäben 1:200, da ist die Karte auch kleiner als die Realität.

O1 Erwartungshorizont

a) erstes Bild- M1-V1-T2; zweites Bild M2-V2-T1

b) (1) ist richtig.

Ein Beispiel für den ausgefüllten Wissenspeicher findet sich im digitalen Angebot.

O2 Umsetzungshinweise

Wichtig ist vor allem die abweichende Begrifflichkeit in der Mathematik (auch später immer wieder) vom Alltagsbegriff der Ähnlichkeit abzugrenzen. Sprachlich durch die etwas umständliche Formulierung für die mathematische Ähnlichkeit „ähnlich zu“ bzw. „einander ähnlich“ oder „mathematisch ähnlich“.

O2 Erwartungshorizont

a) Diskussionen ergeben sich bei den Beispielen 2 und 3 (ist eine Figur, die gespiegelt/ gedreht ist, ohne Verzerren vergrößert?), 5 (hier hat eine Erweiterung der Figur stattgefunden, so dass nur die Teilfigur ähnlich ist).

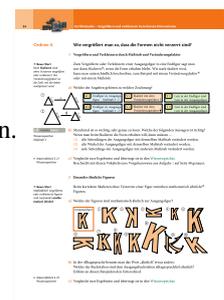
Fachmathematisch bezeichnet man die Spiegelung und Drehung als Kongruenzabbildung und damit als Ähnlichkeitserhaltende Abbildung (hier nicht thematisiert).

b) Im umgangssprachlichen Sinn wird man fast alle Figuren als ähnlich ansehen, insofern wir in allen Figuren das „K“ erkennen, auch wenn verzerrt oder noch weitergehend die Form verändert wird.

O2 Differenzierung

Vergleich im Lerntempoduett.

Alternativ können Schnellarbeitende eigene Beispiele von mathematisch ähnlichen und nicht-ähnlichen Buchstaben ergänzen.



Ordnen A Wie vergrößert man so, dass die Formen nicht verzerrt sind?

Schnellzugriff

O3|O3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- identifizieren ähnliche Figuren;
- sichern Kriterien zur Überprüfung auf Ähnlichkeit;
- stellen Seitenverhältnisse auf und verbalisieren sie.

O3|O3 Bezug

Nach O2 und E3. Weiter mit V8-V15.
Ggf. auch weiter mit O4 (nicht im Basisweg).

O3|O3 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher, mittlerer Teil
Speicher-Plakat, um Eigenschaften zum Aufhängen in der Klasse festzuhalten.

O3|O3 Umsetzungsvorschlag (20 min)

a)|a) Ähnliche Dreiecke identifizieren, Darstellungen vergleichen EA/ PA

b)|bc) Eigenschaften prüfen und konkretisieren, GA, UG dann im Plenum besprechen

d) Übertragen auf neues Beispiel EA/ PA

e) Vergleichen und Übertragen der Ergebnisse in den Wissenspeicher und auf Speicher-Plakat für Klassenraum

Mögliche HA: V8, danach V9, V11

Intensivzugriff

O3|O3 Umsetzungshinweise/Alternativen

Wichtig ist es, darauf zu achten, dass die Lernenden in b|bc tatsächlich Beispiele zur Konkretisierung nutzen und mit den Verbalisierungen arbeiten.
Die Sätze (3) und (4) sind die vorstellungsmäßigen Grundlagen für das Aufstellen von Gleichungen im Sinne der Strahlensätze.

O3|O3 Diagnose

Kann die Skalierung im Sinne von (3) gedacht werden? Können Seitenverhältnisse aufgestellt und gedeutet werden? (Sonst siehe auch Differenzierung)
Gelingt das Aufstellen konkret und (nicht zwangsläufig im Basisweg) mit Variablen?

O3|O3 Erwartungshorizont

Ein Beispiel für den ausgefüllten Wissenspeicher findet sich im digitalen Angebot.

a)|a (1) Das orange Dreieck ist ähnlich zum roten (über Seitenlängen, -verhältnisse oder Winkel begründbar). Das blaue Dreieck ist nicht ähnlich zum roten. Wer dies glaubt, hängt der additiven Fehlvorstellung an.

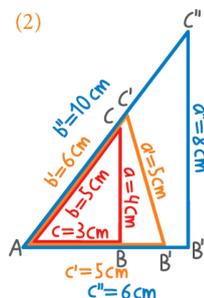
(2) Bei den ineinander geschobenen Dreiecken ist das blaue Dreieck ähnlich zum roten, das orange nicht (a' ist nicht parallel zu a).

b) Nur (5) ist falsch. Beispiele:

(3) skaliert mit 1,5 bzw. mit 2.
(4) $30/50=45/75$ bzw. $3/4=6/8$ und $3/5=6/10$.

b) In der Basisaufgabe kommt die falsche Aussage (5) nicht vor, d.h. es sind nur richtige Sätze!

c) Falsch: „a verdoppeln, b halbieren“, „ $4/5=5/6$ “ zu (3) $3/6=5/10$, $8/4=10/5$, $a/a'=b/b'$, Wenn ich a verdoppele, muss ich auch b verdoppeln. Der Rest gehört zu (4).



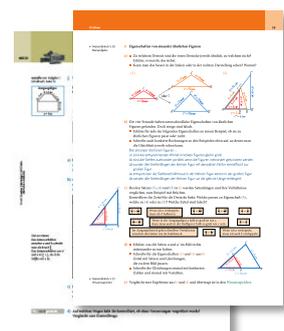
O3|O3 Differenzierung

In der Basisaufgabe ist b) geschlossener, so dass diese Lernenden schneller und sicherer an der Konkretisierung arbeiten können. Denn das Verstehen derartiger Texte ist komplex genug. Eine Bearbeitung in Kleingruppen, gegenseitiges Vorlesen und Visualisieren unklarer Textelemente am Bild kann helfen.

Wenn erkennbar ist, dass schwächere Lernende mit Satz (3) besser zurecht kommen und ihn zum Aufstellen von Gleichungen nutzen können, kann auf (4) verzichtet werden, da alle Strahlensätze so vorstellbar sind.

Konkrete Beispiele in beiden Fassungen gut besprechen, da sie ohne weitere Engführung in den Wissenspeicher übernommen werden.

Die Eigenschaften auch auf einem Speicher-Plakat festzuhalten und in die Klasse zu hängen, ermöglicht, in den Vertiefungsaufgaben immer wieder explizit darauf zu verweisen.



Ordnen A Wie vergrößert man so, dass die Formen nicht verzerrt sind?

Schnellzugriff

O4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- konstruieren ähnliche Figuren mit zentrischer Streckung;
- identifizieren den Maßstab an Beispiellängen;
- reflektieren die Invarianz der Abbildung bei Veränderung des Streckzentrums.

O4 Bezug

Überspringen im Basisweg und wenn Lehrpläne zentrische Streckung nicht fordern. Dann direkt weiter mit E4.

Falls doch gefordert, dann nach O3, weiter mit V16-V22.

O4 Vorbereitung/Material

Angefangenes Bild aus Buch groß auf Folie oder Tafel
Wissenspeicher, unterer Teil

O4 Umsetzungsvorschlag (25 min)

a) Allein zeichnen und Kontrolle in PA	EA/ PA
b) Abwechselnd Repräsentanten des Maßstabs identifizieren	PA
c) Bewusste Wahl zweier Streckzentren, allein zeichnen, in PA auswerten	EA/ PA
d) Vergleichen und in WS übertragen	UG

Mögliche HA: V16 oder V18

O5 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- deuten die Eigenschaften von ähnlichen Dreiecken als Kriterien zur Überprüfung;
- reflektieren, wie umfangreich die Prüfung sein muss;
- erklären, warum man beim Viereck mehr als Winkel oder Seitenlängen überprüfen muss.

O5 Bezug

Nach E4 oder im Basisweg statt E4. Weiter mit V25-V27.

O5 Vorbereitung/Material

Beispielbilder aus Buch groß auf Folie oder Tafel
Wissenspeicher, unterer Teil

O5 Umsetzungsvorschlag (25 min)

a) Prüfen der Bedingungen für Dreiecke	EA,GA
b c) Unterscheiden der Bedingungen für Dreieck und Vierecke, Begründen an Beispielen	EA,GA
d) Vergleichen und Ergebnisse in den Wissenspeicher übertragen	UG

Mögliche HA: V25 oder V26

Intensivzugriff

O4 Umsetzungshinweise/Alternativen

Die „Konstruktion“ der Punkte der Endfigur kann ohne Zirkel durchgeführt werden. Die Seitenverhältnisse können hier mit konkreten Zahlen angegeben werden. Teil c) soll bewusst Verbalisierungen anregen. Als Übung macht es Sinn auch die Ergebnisse von b) versprachlichen zu lassen.

O4 Erwartungshorizont

Ein Beispiel für den ausgefüllten Wissenspeicher findet sich im digitalen Angebot.

b) Die Lernenden finden den Maßstab 3:1 für die roten Linien, wenige auch für die blauen Hilfslinien.

c) Die Lage und die Längen der blauen Hilfslinien ändern sich, die Seitenverhältnisse und die Parallelität von Linien in Ausgangs- und Endfigur bleibt erhalten.

O4 Differenzierung

Im Basisweg können zeitlich parallel zu O4 die Aufgaben V21-V24 bearbeitet werden, die können die Schwächeren dann den anderen vorstellen. Gerade V23 ist eine wichtige Vorarbeit für die Etappe B.

O4 Diagnose

Werden wirklich die Abstände zum Streckzentrum gemessen und vervielfacht oder wird „nur“ anschaulich gestreckt? Werden in a) die Verhältnisse als Brüche oder zumindest konsistent notiert?

O5 Umsetzungshinweise/Alternativen

Bei Bedarf kann am Applet noch einmal an extremen Beispielen und dynamisch veranschaulicht werden, dass die Kriterien für Vierecke nicht ausreichen.

O5 Erwartungshorizont

a) (1) oder (4) oder (5) reichen aus.

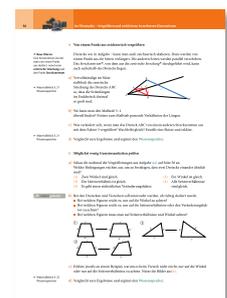
b) Bei Dreiecken reicht eines der drei Kriterien, bei Vierecken, müssen Winkel und Seitenverhältnisse stimmen.

O5 Differenzierung

In der Basisversion werden nur die Dreiecke thematisiert. Die Erkenntnis, dass zwei Winkel reichen, kann bei Nichtbearbeitung von E4 nochmal gezielt thematisiert werden, zum Beispiel mit V25 (oder es werden weiterhin drei Winkel kontrolliert).

O5 Diagnose

Erkennen die Lernenden, dass bei **b)** (1) die Winkel gleich geblieben sind und bei (3) die Seitenlängen und damit die Verhältnisse? (Sonst Maße messen lassen). Außerdem weitere Dreiecke und Vierecke skizzieren und nach Kriterien fragen.



Ordnen B Wie wachsen Länge, Fläche und Volumen?

Schnellzugriff

O6 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- bestimmen Seitenlängen, Flächeninhalte und Volumina größer werdender Würfel und reflektieren, wie sich die einzelnen Größen verändern;
 - erkennen durch Hoch- und Runterrechnen in Tabellen die Unterschiede zwischen und Regelmäßigkeiten bei den drei Wachstumsarten (proportional, quadratisch, kubisch);
 - beschreiben die drei funktionalen Zusammenhänge symbolisch, verbal und graphisch.

O6 Bezug

Nach **E5**, **E6** und **E7**. Weiter mit **V30-V35**.
Danach **E8** (nicht im Basisweg).

O6 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher, Folie des Wissensspeichers, (Steck-) Würfel

O6 Umsetzungsvorschlag (35 min)

ab)	Untersuchen des Wachstums auf Regelmäßigkeiten in Tabelle	EA
b)	Vergleich der Ergebnisse aus a) und b)	PA
c)	Aufstellen von drei Funktionsgleichungen	PA
d)	Versprachlichung der Zusammenhänge von Längen-, Flächen- und Volumenwachstum	PA
e)	Ordnen Graphen den Wachstumsarten zu	PA
f)	Vergleichen der Ergebnisse im Wissensspeicher mit Hilfe einer Folie	UG

Mögliche HA: **V30** | **V30**, **V31**

Intensivzugriff

O6 Umsetzungshinweise/Alternativen

Grundsätzlich ist es möglich, die Aufgabe komplett in Einzelarbeit bearbeiten zu lassen. Allerdings vermittelt eine Zwischensicherung im Team nach **b)** Sicherheit. Erfahrungsgemäß sind einige Lernende unsicher, wenn Zusammenhänge formal-symbolisch wie in **c)** in Form einer Gleichung dargestellt werden sollen. An dieser Stelle bietet sich die Bearbeitung der Aufgabe im Team an. Eine mögliche Organisationsform ist, die Lernenden ab **c)** wählen zu lassen, ob sie lieber alleine oder zu zweit weiterarbeiten möchten. Dazu sollte eine räumliche Trennung im Klassenraum vorgenommen werden. Je ein Bereich wird für die Einzel- bzw. die Partnerarbeit vorgesehen.

O6 Erwartungshorizont

Ein Beispiel für den ausgefüllten Wissensspeicher findet sich im digitalen Angebot.

a) Die Lernenden untersuchen die verschiedenen Würfel exemplarisch und stellen die Ergebnisse übersichtlich, z.B. in einer Tabelle dar. Sie erkennen, dass die Seitenlängen von Würfel zu Würfel um eins größer werden, dass die Vorderflächen schneller und die Volumina noch schneller wachsen.

b) Die Ergebnisse aus **a)** sind die Grundlage für das Ausfüllen der Tabellen. Angeregt durch die Pfeile erkennen die Lernenden, dass die Zusammenhänge multiplikativ sind.

c) $L(x) = x$, $A(x) = x^2$, $V(x) = x^3$

d) Nur der erste Satz lässt sich mit Hilfe der Tabellen vervollständigen. Die anderen Sätze müssen durch Hochrechnen oder mit Hilfe der Funktionsgleichung vervollständigt werden.

- ... verdoppelt ... verdoppelt (vervieracht, verachtacht) ...;
- ... verzehnfacht ... verzehnfacht (verhundertacht, vertausendacht) ...;
- ... halbiert ... halbiert (viertelt, achtelt)

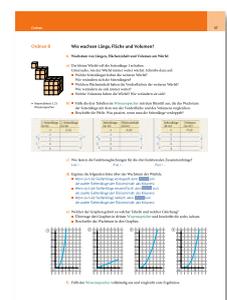
e) x-Achse ist immer die Seitenlänge

- (1) -
- (2) y-Achse: Seitenlänge $L(x) = x$
- (3) y-Achse: Flächeninhalt $A(x) = x^2$
- (4) y-Achse: Volumen $V(x) = x^3$

O6 Differenzierung

Schwächere Lernende erhalten Unterstützung beim Finden der Funktionsgleichung. Bei den Funktionsgraphen erhalten sie einen Hinweis, auf die unterschiedliche Skalierung der Achsen zu achten.

Es reicht im Basisweg der lokale Vergleich, während die funktionale Kovariationsperspektive nicht so zentral ist. Für die stärkeren Lernenden wird die funktionale Sichtweise in **V35** vertieft.



Vertiefen 1 Figuren skalieren und mit den Maßen rechnen

Hintergrund	In den Vertiefenaufgaben V1-V6 sichern die Lernenden ihr Grundverständnis von Skalierungen und den zugehörigen Veränderungsfaktoren. Sie führen leichte zweidimensionale Skalierungen von Objekten durch und üben das rechnerische Ermitteln durch Skalieren entstandener Größen.
V1	Ziel: Einfache Skalierung von Alltagsbildern durchführen
Dauer	15-30 min, variabel durch c)
Bezug	Nach E1 oder nach O1 . Als HA geeignet.
Hinweise	Die Lernenden führen das erste Mal ohne genaue Anleitung eine Skalierung durch. Die gewünschte Genauigkeit sollte zuvor vereinbart werden. Eventuell die gemessenen Werte aus a) vor der weiteren Bearbeitung mit der Klasse besprechen.
Lernwege	Die Lernenden führen bei a) zwei Skalierungen durch, wobei bei der ersten der Skalierungsfaktor vorgegeben wird. Bei der zweiten Skalierung muss dieser erst ermittelt werden. In b) wird das Vorgehen reflektiert. <i>Differenzierung:</i> Selbstdifferenzierung durch Aufgabe c) .
V2	Ziel: Zusammenhang zwischen Veränderungsfaktor und Maßen der Figur üben
Dauer	15 min
Bezug	Nach O1 . Als HA geeignet.
Hinweise	Spätestens hier sollten die Lernenden verstehen, wie man aus zwei vorgegebenen Größen (Ausgangslänge, Endlänge, Veränderungsfaktor) die dritte ermitteln kann.
Lernwege	Die Lernenden üben, skalierte Maße bzw. den Skalierungsfaktor rechnerisch zu bestimmen. b) dient als reflektierende Aufgabe dem inhaltlichen Verständnis der in a) durchgeführten Rechnungen.
V3	Ziel: Veränderungsfaktoren bzw. Maßstäbe erkennen und vergleichen
Dauer	15-20 min
Bezug	Nach O1 und V2 . Als HA geeignet.
Hinweise	Bei Bedarf kurze Wiederholung zu Maßstäben einschieben.
Lernwege	Die Lernenden üben, Veränderungsfaktoren aus verschiedenen Darstellungen abzuleiten und diese miteinander zu vergleichen. In b) müssen die verschiedenen Darstellungsformen erkannt und selbst angewendet werden.
Basisaufgabe	V4 Ziel: Mit PADEK passende Skalierungen finden
Dauer	25 min
Bezug	Nach O1 , V1 und V2 . Direkter Bezug zu E1 . Einstieg als HA geeignet (braucht dann Besprechung). Basisaufgabe paralleldifferenzierend einzusetzen zu V4 .
Hinweise	Ergebnisse können stark variieren, da viele Schätzungen stattfinden. Vergleich der Wege möglich als <u>Museumsrundgang</u> oder im <u>Placemat</u> , auch zusammen mit Regelfassung.
Lernwege	Die Lernenden gehen mithilfe von PADEK systematisch an das Problem heran und nutzen ihr Wissen über Skalierungen und bekannte Größen, um unbekannte Größen abzuschätzen. Dabei liefert diese Aufgabe eine genaue Anleitung, an der sich die Schülerinnen und Schüler orientieren können.
V4	Ziel: Passende Skalierungen finden
Dauer	25 min
Bezug	Nach O1 , V1 und V2 . Direkter Bezug zu E1 . Einstieg als HA geeignet (braucht dann Besprechung). Paralleldifferenzierend einzusetzen zur Basisaufgabe V4 .
Hinweise	Ergebnisse können stark variieren, da viele Schätzungen stattfinden. Vergleich der Wege möglich als <u>Museumsrundgang</u> oder im <u>Placemat</u> , auch zusammen mit Basisaufgabe.
Lernwege	Es müssen zunächst die Größenverhältnisse von Objekten geschätzt werden, um dann eine passende Skalierung zu finden und durchzuführen.

	V5 Ziel: Fehlerhafte Lösungsstrategien erkennen, ihnen vorbeugen und sie erklären
Dauer	15 min
Bezug	Nach E2 E2 und O2 .
Hinweise	Vor allem sinnvoll, wenn diese Strategie schon von Lernenden angewendet wurde. Es sollte betont werden, dass und wie sich Merves Weg von dem tragfähigen unterscheidet und an anderen Beispielen die mangelnde Eignung zur Erstellung von nicht verzerrten Skalierungen herausgestellt werden.
Lernwege	Die Lernenden analysieren die Vorgehensweise und diskutieren, wieso die Strategie bei Spezialfällen funktioniert, aber allgemein nicht zulässig ist.

	V6 Ziel: Beispiel für skalierte Formate im Alltag
Dauer	20-25 min
Material	Eventuell Blätter verschiedener DIN-Formate zur Anschaulichkeit.
Bezug	Nach E2 E2 und O2 . Vor allem abc) als HA geeignet.
Lernwege	Die Lernenden wenden hier das Wissen aus den vorherigen Aufgaben auf alltägliche Gegenstände an. Das Konzept der Ähnlichkeit spielt hier ebenfalls eine Rolle, was zum nächsten Abschnitt überleitet.

Vertiefen 2 Ähnliche Figuren und Seitenverhältnisse untersuchen

Hintergrund	In den Vertiefenaufgaben V7-V15 festigen die Lernenden ihr Verständnis von mathematischer Ähnlichkeit (insbesondere in V7 und V8), bestimmen rechnerisch, wann diese vorliegt (V9-V12) und entdecken einander ähnliche Figuren in ihrer Umgebung (V13-V15). Der Umgang mit Seitenverhältnissen und Winkeln wird trainiert und auf alltagsnahe Anwendungsbeispiele angewandt.
--------------------	--

	V7 Ziel: Verständnis des Konzepts mathematischer Ähnlichkeit
Dauer	20 min
Bezug	Nach O2. c) als HA geeignet.
Hinweise	Die Aufgabe dient der Ausschärfung des „mathematischen Blicks“, also der Haltung, mathematische Konzepte zur Strukturierung der eigenen Lebenswelt zu nutzen. Die Beispiele sind vermutlich oft nur im alltagsprachlichen Sinn ähnlich und nicht tatsächlich mathematisch einander ähnlich.

	V8 Ziel: Mathematische Ähnlichkeit einfacher geometrischer Figuren erkennen
Dauer	25 min
Bezug	Nach E3ab) und O3 O3 . Als HA geeignet.
Hinweise	Die Aufgabe sollte in b) mit engem Bezug zu O3 bzw. zum bereits gefüllten Wissensspeicher bearbeitet werden. Die Anwendbarkeit der Kriterien bedarf der konkreten Verifikation durch die Berechnung von Seitenverhältnissen bzw. des Messens oder argumentativen Vergleichens von Winkeln.
Lernwege	Die Schülerinnen und Schüler üben das Anwenden der Erkenntnisse aus O3 und verbinden damit das Konzept mathematischer Ähnlichkeit mit verschiedenen Eigenschaften. <i>Differenzierung: Selbstdifferenzierung in c).</i>

Basisaufgabe	V9 Ziel: Seitenverhältnisse verstehen und durch verschiedene Zahlen ausdrücken
Dauer	25-30 min
Bezug	Nach E3ab) und O3 . Basisaufgabe paralleldifferenzierend einzusetzen zu V9 .
Lernwege	Die Lernenden machen sich klar, was Seitenverhältnisse aussagen, trainieren, diese zu bestimmen und machen sich anhand von Beispielen in b) klar, wieso Skalierungen Seitenverhältnisse erhalten. c) bietet die Möglichkeit zur Kontrolle, da für die Lösung das Konzept des Seitenverhältnisses klar sein muss.

V9	Ziel: Umgang mit Seitenverhältnissen trainieren und auf Skalierungen beziehen
Dauer	25-30 min
Bezug	Nach E3 und O3 . Paralleldifferenzierend einzusetzen zur Basisaufgabe V9 .
Lernwege	Hier wird der Umgang mit Seitenverhältnissen trainiert. a) festigt das Verständnis von Seitenverhältnissen durch den Bezug zu der anderen Interpretation des Bruchs als Anteil. Denkfigur: Eine Seite ist halb so groß wie die andere, so wie beim Anteil der Teil halb so groß wie das Ganze wäre. Bei Seitenverhältnissen wird aber die Beziehung zwischen zwei Elemente beschrieben, von denen das eine nicht Teil des anderen ist. In b) wird nochmals erfahren, dass beim Vergrößern die Seitenverhältnisse gleich bleiben.
V10	Ziel: Verhältnisse verschieden ausdrücken und im Alltagskontext wiederfinden
Dauer	20 min
Bezug	Nach O3 O3 . Als HA geeignet.
Lernwege	a) führt an die Aufgabe heran. In b) und c) wird thematisiert, dass Verhältnisse durch verschiedene Zahlen und in verschiedenen Schreibweisen ausgedrückt werden können und wie diese inhaltlich gedeutet werden können.
V11	Ziel: Überprüfung mathematischer Ähnlichkeit mit Seitenverhältnissen
Dauer	15 min
Bezug	Nach E3 und O3 O3 . Als HA geeignet.
Hinweise	Als zusätzlichen Effekt kann man die Lernenden vor der Bearbeitung schätzen lassen, ob Ähnlichkeit vorliegt, da die Dreiecke alle zunächst mathematisch ähnlich aussehen, es aber nicht sind.
Lernwege	Hier findet eine klare Unterscheidung zwischen augenscheinlicher Ähnlichkeit und mathematischer Ähnlichkeit statt. Außerdem üben die Lernenden das Berechnen von Seitenverhältnissen und diese zu vergleichen.
V12	Ziel: Auf verschiedenen Wegen mathematische Ähnlichkeit untersuchen
Dauer	30-40 min
Bezug	Nach E3 und O3 O3 . Nach V11 . Als HA geeignet. Winkel werden weiter geführt in V15 und V16-V22 .
Hinweise	Differenzierung: Die Aufgabe a) ist paralleldifferenzierend. c) ist optional und selbstdifferenzierend. In der Aufgabe wird erstmals explizit auf Winkel fokussiert, deswegen ist sie sehr wichtig für alle.
V13	Ziel: Erkennen ähnlicher Objekte und Reflexion des Konzepts der Ähnlichkeit
Dauer	60 min und länger
Material	Fotokamera oder Smartphones
Bezug	Nach O2 und O3 O3 . Nur als HA geeignet.
Hinweise	Die Bearbeitung der Aufgabe kann als kleines Projekt mit Ausstellung durchgeführt werden.
Lernwege	Die Lernenden wenden das Konzept der mathematischen Ähnlichkeit auf reale Objekte an und lernen damit die Möglichkeiten und Grenzen der Anwendung dieses Konzepts in der Realität besser zu verstehen.
V14	Ziel: Vergrößern von Bildern an Computern verstehen
Dauer	10-15 min
Material	ggf. Computer mit Word o.ä. Programm zum Zeigen/ kurz Ausprobieren
Bezug	Nach O3 O3 und mindestens einer Aufgabe zu Ähnlichkeit. Als HA geeignet.
Hinweise	Es bestünde die Möglichkeit, ein entsprechendes Programm mitzubringen, sodass die Aufgabe veranschaulicht werden kann. Dementsprechend würde mehr Zeit und Material benötigt.
Lernwege	Die Lernenden müssen zur Lösung der Aufgabe bekannte Konzepte im Anwendungsbezug wiedererkennen.

	V15 Ziel: Umgang mit Seitenverhältnissen im Anwendungskontext
Dauer	30-40 min
Bezug	Nach O3 und V12ab). Als HA geeignet. Kann im Basisweg übersprungen werden.
Lernwege	Die Lernenden müssen ein Dreieck nach bestimmten Vorgaben anpassen. Dabei sind zwei Winkel und eine Seite vorgegeben. Es kann entdeckt werden, dass jedem der Winkel ein festes Seitenverhältnis zugeordnet werden kann, dass ein Hoch- und Runterrechnen mit den beiden Seitenmaßen ermöglicht.

Vertiefen 3 Zeichnerisch skalieren von einem Punkt aus

Hintergrund	In den Aufgaben V16-V20 wird die Fertigkeit des Zentrischen Streckens trainiert und vertieft. In verschiedenen Aufgaben mit und ohne Anwendungsbezug verbinden sie diese Methode mit dem Konzept der Ähnlichkeit. Im Basisweg können diese Aufgaben übersprungen werden, stattdessen bearbeiten die Lernenden die Aufgaben V21 und V22 und vor allem alternative Vergrößerungsmethoden in V23 und V24 . Gerade V23 ist eine wichtige Vorbereitung für Etappe B.
--------------------	---

	V16 Ziel: Im Koordinatensystem zeichnerisch skalieren und Muster finden
Dauer	25-35 min
Bezug	Nach O4 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg übersprungen werden.
Lernwege	Die Lernenden führen im Koordinatensystem selbstständig eine „Skalierung von einem Punkt aus“ durch. Bei b) untersuchen sie, was mit den Punkten geschieht, wenn vom Ursprung aus skaliert wird. Dadurch können sie überlegen, wie man die Aufgabe auch rechnerisch lösen kann. c) ist paralleldifferenzierend.

	V17 Ziel: Zentrum finden und Umgang mit negativen Veränderungsfaktoren
Dauer	25-30 min
Bezug	Nach O4 und V16 . Kann im Basisweg übersprungen werden.
Hinweise	Wenn negative Veränderungsfaktoren noch nicht thematisiert wurden, sollte vor oder während der Aufgabe darüber gesprochen werden. ab) paralleldifferenzierend, d) stufendifferenzierend.
Lernwege	<i>Umkehraufgabe:</i> Die Lernenden suchen Zentren und Veränderungsfaktoren. b) liefert die Erkenntnis, dass beim Rückgängigmachen einer Skalierung das Zentrum identisch bleibt, während der Veränderungsfaktor der Kehrwert des ursprünglichen Veränderungsfaktors ist. Bei c) und d) werden negative Veränderungsfaktoren thematisiert.

	V18 Ziel: Sensibilisierung für Fehler beim Skalieren
Dauer	15 min
Bezug	Nach O4 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg übersprungen werden.
Hinweise	Paralleldifferenzierend. Konzept der Ähnlichkeit kann als Hilfestellung erneut aufgegriffen werden.
Lernwege	Hier wird die Skalierung von einem Punkt aus wiederholt. Die Lernenden werden für fehlerhafte Vorgehensweisen sensibilisiert und reflektieren Charakteristika der zentrischen Streckung (Parallelität der Seiten in Ausgangs- und Endfigur).

	V19 Ziel: Rückwärts skalieren
Dauer	20 min
Bezug	Nach O4 und V17 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg übersprungen werden.
Lernwege	Offene Umkehraufgabe, die die Lernenden zum Ausprobieren verschiedener Vorgehensweisen anregt. Am Ende sollte die Erkenntnis stehen, dass es unendlich viele Möglichkeiten gibt, aber nicht geraten werden muss, wenn man einfach eine beliebige Skalierung wählt und dann wie bei V17b) Ausgangs- und Endfigur vertauscht.

V20 Ziel: Aussagen über Streckungen auf Richtigkeit prüfen

Dauer	15-25 min
Bezug	Nach O4 . Nach V17 bis V19 . Kann als HA vorbereitet werden, sollte aber dann auch diskutiert werden. Kann im Basisweg übersprungen werden.
Hinweise	Es kann helfen, darauf hinzuweisen, sich vorherige Aufgaben bei Unsicherheit nochmals genau anzuschauen und Beispiele zur Klärung zu nutzen. Wichtig ist, Kleingruppendiskussionen zur Aufgabe zu inszenieren, z.B. in einer Strategiekonferenz.
Lernwege	In dieser Aufgabe reflektieren die Schülerinnen und Schüler, was eine zentrische Streckung ist, indem sie deren Eigenschaften (2), deren Grenzen (1), (4) und die Beziehung zu anderen Konzepten (Kongruenz als Spezialfall von Ähnlichkeit (3), (5) untersuchen.

V21 Ziel: Ähnliche Figuren in Mustern erkennen

Dauer	20 min
Material	Gegebenenfalls zusätzliche geeignete Muster.
Bezug	Nach E4 oder O4 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg übersprungen werden oder nur auf Basis von E4 bearbeitet werden.
Lernwege	Die Lernenden üben das Finden von ähnlichen Figuren in Mustern und schaffen in c) eine Verbindung zum Skalieren von einem Punkt aus. <i>Differenzierung:</i> Selbstdifferenzierung in b) .

V22 Ziel: Handlungsorientiertes Vergrößern von einem Punkt

Dauer	30 min
Material	Geeignete Lichtquellen, z.B. Overheadprojektor.
Bezug	Nach E4 oder O4 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg übersprungen werden oder nur auf Basis von E4 bearbeitet werden.
Hinweise	Eventuell als kleines Projekt geeignet.
Lernwege	Die Lernenden wiederholen die Konzepte der Ähnlichkeit und des Skalierens von einem Punkt aus und wenden sie zur Modellierung eines realen Problems an. Wichtig ist hier bewusst die Bedingungen für Ähnlichkeit zu explizieren: Ausgangsfigur (Mensch) und Endfigur (Schatten an Wand) müssen parallel zueinander im Raum angeordnet sein, damit der Schatten nicht verzerrt ist.

V23 Ziel: Rastertechnik als Vorbereitung für E6

Dauer	25 min
Material	Materialblock
Bezug	Nach O3 , ohne O4 Vorbereitung für E6 für schwächere Lernende, statt V16-V21 . Als HA geeignet. Schwächere können mit V28 , der angeleiteten Fassung von E6 weiterarbeiten.
Hinweis	Die Rastertechnik beim Skalieren besteht darin, eine Fläche in Kästchen zu zerlegen und dann kästchenweise zu skalieren. Sie bildet eine wichtige Grundlage für den Übergang vom Wachstum eines Quadrats zum quadratischen Wachstum aller Flächen und ist daher für die Etappe B eine gute Grundlage, gerade für die schwächeren Lernenden. Die Stärkeren können dies in E6 allein entdecken.

V24 Ziel: Ähnlichkeit bei verschiedenen Figuren untersuchen und begründen

Dauer	15-20 min
Bezug	Nach O3 , ohne O4 . Als HA geeignet.
Lernwege	Produktive Aufgabe, in der die Lernenden ähnliche Figuren puzzeln sollen. Die Lernenden vertiefen das Konzept mathematischer Ähnlichkeit und wenden es auf weitere geometrische Figuren an. Dabei sollen sie begründen, wieso etwas ähnlich ist oder nicht.

Vertiefen 4 Ähnlichkeit möglichst einfach überprüfen

Hintergrund	Im folgenden Teil lernen die Schülerinnen und Schüler wie man beim Überprüfen von Ähnlichkeit möglichst effizient vorgeht. Dabei werden vor allem Dreiecke und Vierecke untersucht. Dabei ist ein genaues und begründetes Vorgehen gefordert, damit weder zu wenig, noch unnötig viele Eigenschaften geprüft werden. Nicht in der Basisversion. Diese Lernenden üben mit dem Zusatztraining zu Vertiefen 1 bis 3.
--------------------	---

V25 Ziel: Dreiecke effizient auf Ähnlichkeit prüfen

Dauer

15-20 min

Bezug

Nach **E4** oder nach **O5**. Als **HA** geeignet.

Lernwege

Die Lernenden untersuchen, wie viele Winkel bzw. Seitenverhältnisse bei Dreiecken (Vierecken) geprüft werden müssen. Es lohnt sich herauszustellen, dass mit zwei Winkeln der dritte ja schon feststeht und dass mit zwei Seitenverhältnisse das dritte feststeht (vgl. **V9c**), da Lernende diesen Bezug oft nicht eigenständig explizit machen.

Differenzierung: **d**) kann bei Bedarf um beliebige Figuren erweitert werden.

V26 Ziel: Vierecke effizient auf Ähnlichkeit prüfen

Dauer

20-25 min

Bezug

Nach **E4** und **O5**. Als **HA** geeignet.

Lernwege

An charakteristischen Beispielen begründen die Lernenden, warum gleiche Winkel nicht hinreichend sind für mathematische Ähnlichkeit. In **b**) reflektieren sie Kriterien für die geeignete Auswahl und Anzahl von Seitenverhältnissen. **c**) ist hier zentral um den Unterschied zum Dreieck in dieser Hinsicht nachzuvollziehen.

V27 Ziel: Ähnliche Figuren in allgemeineren Zusammenhänge untersuchen

Dauer

20-35 min

Bezug

Nach **O5**. Als **HA** geeignet, wenn die Aufgabe danach im Unterricht besprochen wird.

Lernwege

Die Lernenden wenden die Kriterien zur Ähnlichkeit an, um allgemeine Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt zu untersuchen. Dabei müssen sie ihre Antworten systematisch begründen. Dies bedarf mündliche Kommunikation, z.B. in Strategiekonferenzen.

Differenzierung: Der letzte Punkt in **b**) bietet Differenzierungspotential an.

Vertiefen 5 Flächen- und Volumenveränderung beim Skalieren

Hintergrund	In den Aufgaben V28-V34 untersuchen die Lernenden in verschiedenen Kontexten, wie sich Skalierungen auf Oberflächen und Volumina auswirken. V35 vertieft die funktionale Perspektive.
V28	Ziel: Verständnis für nichtlineare Vergrößerung der Fläche beim Skalieren aufbauen
Dauer	30 min
Bezug	Nach E5 und V23 . Möglich als angeleitete Alternative zu E6 . Als HA und im Basisweg geeignet.
Hinweise	Als Vorbereitung auf diese Aufgabe kann V23 bearbeitet werden, damit die Lernenden die Rastertechnik kennenlernen. In c) sollte evtl. eine Anzahl von Veränderungsfaktoren vereinbart werden.
Lernwege	Die Lernenden stellen bei a) bis c) fest, dass die Fläche nicht linear wächst. Bei d) wird dies zusätzlich durch einen Funktionsgraphen veranschaulicht.
V29	Ziel: Volumen- und Flächenveränderung beim Skalieren nachvollziehen
Dauer	30 min
Material	eventuell eigene Steckwürfeltiere
Bezug	Nach E6 oder als angeleitete Alternative zu E7 . Als HA geeignet. d) wird im Basisweg übersprungen.
Lernwege	Am Steckwürfel-Hund veranschaulichen sich die Lernenden, wie sich Volumina und Oberflächen beim Skalieren verändern. In den Teilen a) bis c) werden die Zusammenhänge zwischen Veränderungsfaktor und den Änderungen von Fläche und Volumen schrittweise aufgebaut und schließlich im Funktionsgraphen visualisiert. d) bahnt die Erkenntnis an, dass die Veränderungsfaktoren für Oberflächen und Volumen Potenzen des Veränderungsfaktors für die Länge sind, wodurch sich auch Fehler beim Schätzen potenzieren. Diese Perspektive, wie sich Abweichungen in Schätzungen oder Fehler in Bezug auf die Seitenlängen auf die Abweichung in Bezug auf Flächeninhalte oder Volumina auswirkt, wird in V31 fortgeführt. Bei Problemen mit dem Vergrößern von Flächen und Volumina kann der Rückgriff auf das Quadrat und den Würfel aus O6 - auch mit Nutzung konkreter Würfelbauten - helfen, den Charakter des Wachstums zu fassen.
Basisaufgabe	V30 Ziel: Vergleich von Volumen- und Flächenveränderungen beim Skalieren
Dauer	25-30 min
Bezug	Nach O6 . Als HA geeignet. Basisaufgabe paralleldifferenzierend einzusetzen zu V30 .
Lernwege	Hier wird anhand von regelmäßigen Figuren (Würfel und Rechteck) die Veränderung von Flächeninhalten und Volumina beim Skalieren beschrieben und in c) verglichen. Hier wird das explizite Aufstellen von Termen im Gegensatz zur Aufgabe im Buch noch nicht gefordert.
V30	Ziel: Vergleich von Volumen- und Flächenveränderungen beim Skalieren
Dauer	25 min
Bezug	Nach O6 . Als HA geeignet. Paralleldifferenzierend einzusetzen zur Basisaufgabe V30 .
Lernwege	Hier wird anhand von regelmäßigen Figuren (Würfel und Rechteck) die Veränderung von Flächeninhalten und Volumina beim Skalieren beschrieben und in c) verglichen. Durch die Regelmäßigkeit der Objekte sollte das Finden von Termen für die Kugelanzahlen in a) und b) leichter fallen als z.B. beim Steckwürfel-Hund aus V29 (wo es auch noch nicht gefordert wurde).
V31	Ziel: Oberflächen und Volumenveränderung im Anwendungsbeispiel
Dauer	25-30 min
Bezug	Nach O6 .
Lernwege	Die Erkenntnisse über Oberflächen- und Volumenveränderungen aus den vorigen Aufgaben werden hier auf ein reales Beispiel angewendet. Der Rückbezug auf echte Würfelbauten oder O6 kann helfen die Vorstellung der Veränderung des Volumens beim Skalieren zu aktivieren. In c) werden die Auswirkungen von geringen Abweichungen reflektiert und in d) muss rückwärts gerechnet werden.

V32 Ziel: Fehleinschätzungen kritisch beurteilen und mathematisch erklären

<i>Dauer</i>	15 min
<i>Bezug</i>	Nach O6 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg übersprungen werden.
<i>Hinweise</i>	Hier muss der proportionale Zusammenhang zwischen Gewicht und Volumen erkannt werden. Vermutlich geschieht das intuitiv, könnte aber bei Bedarf besprochen werden.
<i>Lernwege</i>	Diese Aufgabe enthält ein Anwendungsbeispiel, das beschreibt, wie sich die zuvor behandelten Zusammenhänge auf die Wahrnehmung der realen Welt auswirken können. Ob es sich um das Wachstum einer Fläche oder eines Volumens handelt, muss hier eigenständig modelliert werden. Der Rückgriff auf den Würfel aus O6 kann trotzdem helfen, die Frage zu klären. Das Modell „Volumina wachsen hoch drei.“ kann am Beispiel des Hais aber nur noch angewendet und nicht mehr wiederentdeckt werden, da der vergrößerte Hai nicht aus dem ursprünglichen zusammengebastelt werden kann.

V33 Ziel: Grafische Darstellungen kritisch beurteilen

<i>Dauer</i>	20 min
<i>Bezug</i>	Nach O6 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg übersprungen werden.
<i>Hinweise</i>	Mit dem Wissen, dass Volumina schneller als Längen wachsen, können die Lernenden erkennen, dass die unterschiedlich großen Kinderwagen nicht die tatsächlichen Unterschiede beim Kindergeld repräsentieren. Ein weiterer wichtiger Aspekt zur Auflösung der Widersprüchlichkeit der Darstellung ist zudem, dass die y-Achse nicht bei 0 beginnt.

Basisaufgabe V34 Ziel: Oberflächen und Volumenveränderung beim Skalieren berechnen

<i>Dauer</i>	20 min
<i>Bezug</i>	Nach E7 , nach O6 und V31 . Als HA geeignet. Basisaufgabe paralleldifferenzierend einzusetzen zu V34 .
<i>Lernwege</i>	Die Lernenden üben den rechnerischen Umgang mit Veränderungsfaktoren im ein- bis dreidimensionalen Fall und reflektieren die Zusammenhänge in b) und c) .

V34 Ziel: Oberflächen und Volumenveränderung beim Skalieren berechnen

<i>Dauer</i>	15 min
<i>Bezug</i>	Nach E7 , nach O6 und V31 . Als HA geeignet. Paralleldifferenzierend einzusetzen zur Basisaufgabe V34 .
<i>Hinweise</i>	Hier muss der proportionale Zusammenhang zwischen Gewicht und Volumen erkannt werden. Vermutlich geschieht das intuitiv, könnte aber bei Bedarf besprochen werden.
<i>Lernwege</i>	Die Lernenden üben den rechnerischen Umgang mit Veränderungsfaktoren im ein- bis dreidimensionalen Fall und reflektieren die Zusammenhänge in b) .

V35 Ziel: Funktionen für Flächen- und Volumenwachstum finden

<i>Dauer</i>	25-30 min
<i>Bezug</i>	Nach E7 , nach O6 und V31 . Kann im Basisweg übersprungen werden.
<i>Lernwege</i>	Die Erkenntnisse über Oberflächen- und Volumenveränderungen müssen hier auf Funktionen angewendet werden. Dies vertieft die funktionale Perspektive auf das Wachstum.

Vertiefen 6 Große und kleine Lebewesen in der Welt

Hintergrund	In den Aufgaben V36-V39 nutzen die Lernenden ihr Wissen zum Wachstum von Längen, Flächen und Volumina für interessante Anwendungskontexte, vorrangig der Tierwelt.
V36	Ziel: Gewichte von Objekten durch Zurückführen auf Bekanntes schätzen
Dauer	15-20 min
Bezug	Nach O6 und E8 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg ausgelassen werden.
Hinweise	Der Zusammenhang zwischen Gewicht und Volumen taucht wieder auf.
Lernwege	Die Schülerinnen und Schüler üben das Schätzen von Volumina und wiederholen ihr Wissen über Skalierungen dadurch. Außerdem wird in b) nochmals verdeutlicht, welche Auswirkungen schon geringe Abweichungen haben können.
V37	Ziel: Auswirkungen von Skalierung auf andere Größen (hier: Tragkraft der Ameise)
Dauer	25-30 min
Bezug	Nach O6 und E8 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg ausgelassen werden.
Hinweise	Voraussetzung der Aufgabe ist, dass die Tragkraft proportional zum Muskelquerschnitt steigt, also quadratisch. Dieser Zusammenhang ist die inhaltliche Basis für das Verständnis der Tragkraft von Lebewesen und nicht der zu Beginn zitierte singuläre Zusammenhang zum Gewicht, der sich so eben nicht auf größere Lebewesen übertragen lässt.
Lernwege	In der Aufgabe wird explizit erläutert, wieso die Tragfähigkeit einer Ameise überschätzt wird. Die Lernenden vergleichen die Auswirkungen von zwei verschiedenen Formeln zur Berechnung der Tragkraft und wenden dabei ihr Wissen über Skalierungen an. Die Sachsituation ist aufgrund der verschiedenen, nicht vertrauten Zusammenhänge herausfordernd.
V38	Ziel: Skalierung als Hilfsmittel zur Schätzung von Körperoberfläche und Gewicht
Dauer	25-30 min
Bezug	Nach O6 und E8 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg ausgelassen werden.
Hinweise	Bei d) muss der proportionale Zusammenhang zwischen Gewicht und Blutvolumen erkannt werden.
Lernwege	Die Erkenntnisse über Oberflächen- und Volumenveränderungen aus den vorherigen Aufgaben werden hier erneut auf ein reales Beispiel angewendet. Zusätzlich wird in d) reflektiert, welche weitreichenden Auswirkungen mit den bekannten Zusammenhängen einhergehen.
V39	Ziel: Mediendarstellungen kritisch und mit mathematischen Mitteln reflektieren
Dauer	25 min
Material	Materialblock
Bezug	Nach O6 und E8 . Als HA geeignet. Kann im Basisweg ausgelassen werden.
Lernwege	Die Schülerinnen und Schüler reflektieren den Artikel und veranschaulichen sich in der letzten Teilaufgabe noch deutlicher als bisher, welche Auswirkungen kleine Abweichungen haben und wie Medien damit manipulieren können.

Kompetenzen

Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- erklären mathematische Phänomene und Zusammenhänge.
- erstellen umfangreiche Entwürfe (falls alternative Leistungsbewertung, wie auf dieser Seite, skizziert erstellt wird).

Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- untersuchen geometrische Zusammenhänge mit dynamischen Geometriesystemen (DGS).

Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Schreiben und Sprechen: Diese themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende (dauerhaft) aktiv nutzen können (z.T. aus alten Kapiteln):

- Es sieht aus, als wäre er größer als...
- Ich verändere die Größen,
- Ich verdoppele/ verdreifache/...die Größe [des Kindes],
- Ich verdoppele alle Längen in der Figur,
- Ich vergrößere/ verkleinere das Dreieck von einer Ecke aus,
- Ich vergrößere..., sodass es dreimal so hoch ist,
- Das (Seiten)-Verhältnis zwischen d und e bleibt gleich,
- Sie stehen in einem Verhältnis von zwei zu vier,
- Die entsprechenden Winkel bleiben gleich groß,
- ... sind einander ähnlich,
- Das Seitenverhältnis ist eins zu drei,
- ... ist viermal so groß wie...,
- Die Seitenlängen passen zusammen,
- Die Seitenlänge a ist die Hälfte der Seitenlänge e ,
- Die Figuren sind formgleich,
- Die Endfigur ist im Vergleich zur Ausgangsfigur verzerrt,
- Ich messe die Seitenlängen,
- Das entspricht 3 cm in der zweiten Figur,
- Das Bild/ Modell hat den Maßstab 1:100 („Eins zu Hundert“),
- Ich verändere alle Seitenlängen der Ausgangsfigur mit demselben Maßstab,
- Mit demselben Faktor vergrößert/ verkleinert,
- ... sind zueinander parallel,
- Sie stellen dieselbe Seite im Dreieck dar,

- Ich verschiebe/ drehe/ spiegle die Figur,
- Wenn sich die Seitenlänge verdoppelt/ verzehnfacht/ halbiert, dann...,
- ... im Vergleich zu...,
- Vier [DIN-A 5-Blätter] passen in ein [DIN-A 3-Blatt],
- Alle ... sind einander ähnlich,
- ... das entspricht einer Vervielfachung,
- Ich vergrößere die Figur von einem Punkt aus.

Lesen und Zuhören: Diese Wörter und Satzbausteine sollten Lernende verstehen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- Sie vergrößern formerhaltend,
- Sie skalieren mit dem Veränderungsfaktor drei,
- Mit einem Veränderungsfaktor multiplizieren,
- Ich mache die Vergrößerung rückgängig, indem ich mit ... verkleinere (bzw. mit einem Faktor kleiner 1 multipliziere),
- Die Figuren sind zueinander mathematisch ähnlich,
- Es sind jeweils die grünen und blauen Dreiecke zueinander ähnlich,
- Das Streckzentrum der zentrischen Streckung liegt außerhalb/ innerhalb des Dreiecks,
- Es gibt einen einheitlichen Veränderungsfaktor,
- Die einander entsprechenden Winkel sind gleich groß,
- Die Längenverhältnisse einander entsprechender Seiten sind gleich,
- Die Funktionsgleichung beschreibt den funktionalen Zusammenhang,
- Die Figuren sind kongruent, also deckungsgleich,
- Eine [Verdoppelung] der Kantenlänge führt zu einer [Verachtfachung] des Volumens,
- Das Vierfache des ursprünglichen Terms,
- Der Funktionsterm beschreibt das Volumen/ den Flächeninhalt in Abhängigkeit von

Überprüfung

Eine **alternative Leistungsüberprüfung** könnte z.B. in einem Projekt bestehen, in dem Filmkulissen für Filme entworfen und dabei Maßstäbe gezielt verzerrt werden. Die Frage des unterschiedlichen Wachstums von Länge, Fläche und Volumen eröffnet im Alltag viele Rechenanlässe, z.B. in Fotoaufgaben wie in **V36** oder **V38**. Diese lassen sich mit interessanten Selfies gut kombinieren zu einem Miniprojekt „Mathematik im Alltag“.

Die Hinweise beziehen sich auf die Aufgaben im Schulbuch. Alternativ kann mit den zusätzlichen Trainingsaufgaben im Onlinebereich von Cornelsen geübt werden.

72



Im Filmstudio – Vergrößern und verkleinern in mehreren Dimensionen

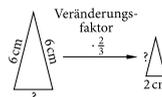
Checkliste

Im Filmstudio – Vergrößern und verkleinern in mehreren Dimensionen

Ich kann ...
Ich kenne ...

Hier kann ich üben ...

K1 Ich kann beim Skalieren zwischen Maßen von Ausgangsfigur und Endfigur hin und her rechnen.
Gib die fehlenden Maße in den Dreiecken an.



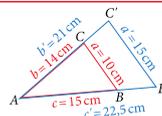
S. 58 Nr. 1-3
S. 59 Nr. 4-6

K2 Ich kann erklären, wann zwei Figuren zueinander mathematisch ähnlich heißen.
Wann sind zwei Figuren einander mathematisch ähnlich?
 ■ Warum ist das in dem Bild nicht erfüllt?
 ■ Sind die beiden Dreiecke von oben einander ähnlich?



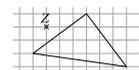
S. 60 Nr. 7, 8
S. 64 Nr. 21
S. 65 Nr. 24

K3 Ich weiß, welche Beziehungen für Winkel und Seitenverhältnisse in ähnlichen Figuren gelten.
 ■ Welche Seitenverhältnisse sind in den ähnlichen Dreiecken gleich?
 ■ Was gilt für die Winkel?
 ■ Zeichne ein weiteres dazu ähnliches Dreieck.



S. 60 Nr. 8, 9
S. 61 Nr. 10-12
S. 62 Nr. 13, 14

K4 Ich kann eine Figur zeichnerisch von einem Punkt aus vergrößern.
Vergrößere die Figur vom Punkt Z aus mit dem Veränderungsfaktor $\frac{3}{2}$.



S. 63 Nr. 16, 17
S. 64 Nr. 18-20

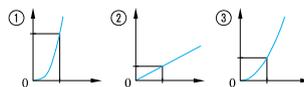
K5 Ich kann mit möglichst wenigen Angaben prüfen, ob zwei Dreiecke einander ähnlich sind.
 ■ Sind diese Dreiecke einander ähnlich?
 (1) $a = 24 \text{ cm}, b = 30 \text{ cm}, c = 40 \text{ cm}$ und $a' = 16 \text{ cm}, b' = 20 \text{ cm}, c' = 20 \text{ cm}$
 (2) $\alpha = 30^\circ, \beta = 70^\circ$ und $\alpha' = 30^\circ, \gamma' = 80^\circ$
 ■ Sind alle Vierecke einander ähnlich, die nur rechte Winkel haben?

S. 66 Nr. 25-27

K6 Ich kann berechnen, wie sich beim Skalieren die Flächeninhalte und Volumina verändern.
Das alte Aquarium ist zu klein, Ole will eins kaufen, das eine ähnliche Form hat, aber 1,5-mal so groß in jeder Richtung ist. Wie verändert sich die Stellfläche, und wie das Volumen?

S. 67 Nr. 28, 29
S. 68 Nr. 30, 31
S. 69 Nr. 32-34

K7 Ich kann in Funktionsgraphen und Tabellen erklären, inwiefern Flächeninhalte und Volumina anders wachsen als Längen.
Welcher Funktionsgraph kann zu einer Flächenfunktion gehören, welcher zu einer Volumenfunktion?
Woran erkennst du das?



S. 67 Nr. 28, 29
S. 68 Nr. 30
S. 69 Nr. 35

Kompetenzen, die im Basisweg angestrebt werden:

- K1
- K2
- K3
- K5
- K6

► Hinweis: Im Materialblock auf Seite 38 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung. Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter www.cornelsen.de/mathewerkstatt, Buchkennung: MWS040036, Mediacode: 072-1

Kompetenzen aus vorangegangenem Kapiteln:

Maßstab – Vergrößern und Verkleinern (Klasse 6)

- B** Kann ich die Längen beim Vergrößern und Verkleinern mit einem gegebenen Maßstab umrechnen?
- C** Kann ich beim Vergrößern und Verkleinern auch mit Einheiten und Dezimalzahlen umgehen?

Kompetenzen, die in der Übe-Kartei aufgegriffen werden:

- K2** Ich kann erklären, wann zwei Figuren zueinander mathematisch ähnlich sind, und welche Beziehungen für Winkel und Seitenverhältnisse für ähnliche Figuren gelten.
- K3** Ich kann erklären, wann zwei Figuren zueinander mathematisch ähnlich sind, und welche Beziehungen für Winkel und Seitenverhältnisse für ähnliche Figuren gelten.
- K5** Ich kann mit möglichst wenigen Angaben prüfen, ob zwei Dreiecke einander ähnlich sind.
- K6** Ich kann berechnen, wie sich beim Skalieren die Flächeninhalte und Volumina verändern.

Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:
<http://www.ko-si-ma.de> → Produkte → Handreichungen → mathewerkstatt 9,
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040036):
www.cornelsen.de/mathewerkstatt → mathewerkstatt 9 oder mathewerkstatt 5.

- | | | |
|--|-------------------------------|--|
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 1 | Bild der Einstiegsseite (SB KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 2 | Arbeitsmaterial <i>Einen Karton für Alice anpassen</i> (SB E1 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 3 | Arbeitsmaterial <i>Ein Haus für King Kong anpassen</i> (SB E1 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 4 | Fehlerhafte Schülerlösung <i>Einen Karton für Alice anpassen</i> (SB E1 KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 5 | Fehlerhafte Schülerlösung <i>Ein Haus für King Kong anpassen</i> (SB E1 KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 6 | Basisaufgabe <i>Seitenlängen bei verzerrten Vergrößerungen</i> (SB E2 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 7 | Arbeitsmaterial <i>Vergrößerte Dreiecke untersuchen</i> (SB E3 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 8 | Datei <i>Dreiecke von einem Punkt aus vergrößern</i> (SB E3 CORNELSEN, Mediencode: 050-1) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 9 | Datei <i>Dreiecke und Vierecke von einem Punkt aus vergrößern</i> (SB E4 CORNELSEN, Mediencode: 050-2) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 10 | Wissenspeicher <i>Maßstab 2</i> (SB O1 MB Kl. 6) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 11 | Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Maßstab 2</i> (SB O1 KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 12 | Wissenspeicher <i>Figuren 14</i> (SB O1 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 13 | Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Figuren 14</i> (SB O1 KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 14 | Wissenspeicher <i>Figuren 15</i> (SB O2/O3/O3 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 15 | Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Figuren 15</i> (SB O2/O3/O3 KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 16 | Basisaufgabe <i>Eigenschaften von einander ähnlichen Figuren</i> (SB O3 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 17 | Arbeitsmaterial <i>Rastertechnik</i> (SB O3 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 18 | Wissenspeicher <i>Figuren 14</i> (SB O4 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 19 | Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Figuren 14</i> (SB O4 KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 20 | Wissenspeicher <i>Figuren 15</i> (SB O5 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 21 | Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Figuren 15</i> (SB O5 KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 22 | Wissenspeicher <i>Funktionen 10</i> (SB O6 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 23 | Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Funktionen 10</i> (SB O6 KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 24 | Basisaufgabe <i>Große und kleine Stars aus Film und Fernsehen</i> (SB V4 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 25 | Basisaufgabe <i>Seitenverhältnisse in Dreiecken</i> (SB V9 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 26 | Arbeitsmaterial <i>Rastertechnik</i> (SB V23 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 27 | Basisaufgabe <i>Volumen- und Flächenveränderungen im Vergleich</i> (SB V30 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 28 | Basisaufgabe <i>Fehlende Werte bestimmen</i> (SB V34 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 29 | Wissenspeicher <i>Größen 8</i> (SB V37 MB Kl. 7) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 30 | Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Größen 8</i> (SB V37 KOSIMA) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 31 | Arbeitsmaterial <i>Lkw-Riesen zerstören die Straße</i> (SB V39 MB) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 32 | Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediencode: 072-1) |
| | Skalierungen & Ähnlichkeit 33 | Checkliste zum Ausfüllen (SB MB & CORNELSEN) |