Planen eines Erlebnisparks – Unbekannte Maße bestimmen

Herausgegeben von:
Bärbel Barzel
Stephan Hußmann
Timo Leuders
Susanne Prediger

Autoren:
Bärbel Barzel
Julia Joklitschke
Joachim Poloczek
Benjamin Rott

Redaktion:
Raja Herold-Blasius

Titel Planen eines Erlebnisparks – Unbekannte Maße bestimmen
Thema Pythagoras

Kontexte – Kernfragen – Kernideen

Bei der Konstruktion von großen Spiel-, Kletter- und Turngeräten spielen rechte Winkel und Längenbestimmungen eine wichtige Rolle, von daher eignen sie sich sehr gut, eine Unterrichtseinheit zu den Strahlensätzen und dem Satz des Pythagoras einzubetten. Die Grundidee ist dabei jeweils, dass man die Längen von unzugänglichen Strecken oder kaum erreichbaren Höhen näherungsweise und rechnerisch genau bestimmen kann.
Die Strahlensätze eignen sich für die Längenbestimmung, wenn man Figuren hat – bzw. herstellen kann –, in denen parallele Strecken vorkommen. Die Höhe eines Baumes kann man beispielsweise bestimmen, wenn man die Länge seines Schattens kennt und ein Referenzobjekt besitzt, dessen Höhe und dessen Schattenlänge man kennt und zum Vergleich heranziehen kann. Solche Referenzobjekte können der eigene Körper oder Gegenstände wie ein Försterdreieck sein.
Der Satz des Pythagoras eignet sich dann für die Bestimmung unbekannter Längen, wenn die gegebene Figur ein rechtwinkliges Dreieck ist bzw. durch das Einfügen von Hilfslinien ein solches Dreieck erstellt werden kann.

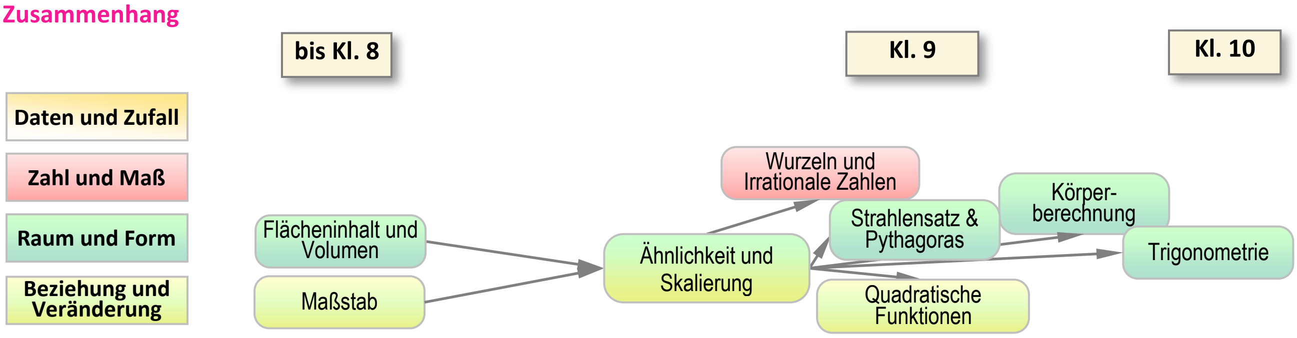
Kernfrage A: **Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?**
Durch den Einstieg in die Längenberechnung über Schattenfiguren und das Försterdreieck wird direkt an das Kapitel zur Ähnlichkeit und Skalierung angeknüpft. In den Aufgaben **E1** und **E2** wird zunächst nach zueinander passenden Größen und bewusst nach ähnlichen Dreiecken gesucht. Im Anschluss daran werden die Überlegungen systematisiert und die Strahlensätze eingeführt (**O1**, **O2**, **O3**).
In den Aufgaben **E3** bis **E6** sind dann Situationen gegeben, die sich nicht mithilfe der Strahlensätze lösen lassen; eine maßstabsgetreue Zeichnung kann hier zum Ziel führen. Dennoch ist es wünschenswert, die gesuchte Länge auch rechnerisch bestimmen zu können. Hierfür wird der Satz des Pythagoras eingeführt und in den weiteren Aufgaben dann mit Blick auf die notwendigen Voraussetzungen (**E5**, **O4**) und seine Umkehrung (**E6**, **O5**) vertieft.

Kernfrage B**: Welche Strategien kann ich bei geometrischen Problemen nutzen?**
Wenn es verschiedene Methoden bzw. Sätze gibt, mit denen unbekannte Längen bestimmt werden können, stellen sich verschiedene Fragen: Reicht nicht ein Satz? Falls man doch mehrere Sätze benötigt, woran erkennt man, welchen der Sätze man benötigt? Und welche Voraussetzungen haben die Sätze jeweils?
Diese Fragen werden mithilfe problemorientierter Kontexte in den Aufgaben **E7** bis **E9** gestellt und beantwortet. Dabei wird u. a. Wert auf das Reflektieren geometrischer Problemlösestrategien (**O6**, **O7**) gelegt.

Kompetenzen

K1: Ich kann erkennen, wann die Strahlensätze angewendet werden können und kann die Verhältnisgleichungen angeben.
K2: Ich kann Streckenlängen mit Hilfe der Strahlensätze berechnen.
K3: Ich kann den Satz des Pythagoras mit eigenen Worten wiedergeben, dabei auch die Voraussetzungen deutlich benennen.
K4: Ich kann Streckenlängen mit Hilfe des Satzes des Pythagoras berechnen.
K5: Ich kann erklären, wie man mit Hilfe der Umkehrung des Satzes von Pythagoras rechte Winkel finden kann.
K6: Ich kann zu geometrischen Problemen Strategien verwenden, zum Beispiel „Skizze erstellen“ und „Gegebenes und Gesuchtes aufschreiben“.
K7: Ich kann bei einem geometrischen Problem entscheiden, ob ein Strahlensatz oder der Satz des Pythagoras hilfreich ist.

Zusammenhang



Struktur

ca. 4 Wochen

Einstieg: Planen von Exponaten eines Abenteuerparks als Motivation zur Berechnung unzugänglicher Längen							45	
A	**Wie kann ich Längen unzugänglicher Strecken bestimmen?**						**E**	**O**
E1 | E1	Situation aus dem Abenteuerspielplatz (Baumhöhe bestimmen), die zum 1. und 2. Strahlensatz hinführt						45	
E2 | E2	Weitere Situation zum 2. Strahlensatz, Notwendigkeit der Parallelität als Voraussetzung für die Strahlensätze erkunden	O1	Zusammenhänge zwischen Längen und ähnlichen Figuren (1. und 2. Strahlensatz)	V1-V2	Analoge Situationen zu E1 und E2		25	30
				V3-V6	Längen in zueinander ähnlichen Figuren bestimmen			
		O2	Berechnen unbekannter Längen mit den Strahlensätzen					15
		| O3	Nicht-Umkehrbarkeit des 2. Strahlensatzes	V7 | V7 V8-V9 V10 | V10	Anwenden der Strahlensätze			10
E3	Längen über Flächenberechnen als Hinführung zum Satz des Pythagoras	O4	Satz des Pythagoras in der einen Richtung: Rechtwinkligkeit als Voraussetzung für $a^2+b^2=c^2$	V11 | V11 V12-V14 V18, V18 V19 | V19 V20-V25	Längen in rechtwinkligen Dreiecken bestimmen		15	25
E4	Zusammenhang der Quadrate zum rechtwinkligen Dreieck						30	
E5	Notwendigkeit des 90° Winkels						15	
| E6	Knotenschnur zur Herleitung der Umkehrung des Satzes	| O5	Satz des Pythagoras „Rückrichtung“ Aus $a^2+b^2=c^2$ folgt die Rechtwinkligkeit	V15 | V17 | V17	Längen in zueinander ähnlichen Figuren bestimmen		20	30
				| V26-V30	Beweise zum Satz des Pythagoras			
B	**Welche Strategien kann ich bei geometrischen Problemen nutzen?**						**E**	**O**
E7 | E7	Komplexere Aufgaben mit Strategien lösen	O6	Reflexion der verschiedenen Strategien bei einzelnen PADEK-Schritten	V31 | V31 V32 V35-V36	Strategien anwenden		20	25
E8	Reflexion der Strategien zum Erreichen der Teilziele						10	
E9 | E9	Was löse ich mit welchem Satz? Satz des Pythagoras oder Strahlensätze	O7	Entscheiden, ob der Satz des Pythagoras passt oder ob die Strahlensätze passen	V37-V45	Vernetzte Aufgaben		20	25

Basisweg (bei Nutzung aller Basisaufgaben):
E1 – E2 – O1 – O2 – E3 – E4 – E5 – O4 – E7 – E8 – O6 – E9 – O7
(ohne Nicht-Umkehrbarkeit des 2. Strahlensatzes, ohne Satz des Pythagoras „Rückrichtung“: Aus $a^2+b^2=c^2$ folgt die Rechtwinkligkeit)

Intensivzugriff

Hintergrund

In diesem Kapitel werden zwei wichtige Wege zur geometrischen Längenbestimmung thematisiert: die Strahlensätze und der Satz des Pythagoras, beides eingebettet in den Kontext Erlebnispark, aus dem sich viele geometrische Problemstellungen vor allem mit dem Ziel der Längenbestimmung ergeben.
Die Behandlung der Strahlensätze knüpft direkt an das Kapitel zur Ähnlichkeit und Skalierung (Klasse 9) an. Der Satz des Pythagoras wird hier neu eingeführt. Dabei besteht die Problematik, dass der Satz nur über Flächeninhalte erkundet und begreifbar gemacht werden kann, andererseits aber vor allem zur Längenbestimmung genutzt wird. In diesem Kapitel wird der „Umweg" über Flächeninhalte zur Bestimmung unbekannter Längen als Hinführung zum Satz des Pythagoras neu eingeführt. Sowohl die Strahlensätze als auch der Satz des Pythagoras werden später bei der Körperberechnung (Klasse 9) benötigt. Der Satz des Pythagoras ist darüber hinaus auch für das Kapitel Trigonometrie (Klasse 10) von großer Bedeutung.

Etappe A: Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Zunächst werden die Überlegungen aus dem Kapitel zur Ähnlichkeit und Skalierung aufgegriffen. In **E1** und **E2** wird nach zueinander passenden Größen in Dreiecksfiguren (Schattenwurf und Försterdreieck) gesucht. Unbekannte Längen schwer zugänglicher Strecken können mithilfe eines Referenzobjektes (die eigene Körpergröße bzw. die Seitenlänge des Försterdreiecks) und der Bestimmung von einfachen zugänglichen Strecken bestimmt werden. In **O1** und **O2** wird dieser Ansatz systematisiert: Feste Verhältnisse zwischen den Seitenlängen der betrachteten Dreiecke ergeben sich nur dann, wenn beide Dreiecke ähnlich zueinander sind. Werden beide Dreiecke „günstig" übereinander gelegt, ergibt sich eine Strahlensatzfigur, wobei die Geraden, die die Strahlen schneiden, parallel zueinander sein müssen. Die Unterscheidung von *Voraussetzung* zur Anwendung eines Strahlensatzes und der *Aussage* des Satzes wird hierbei bewusst thematisiert. In **O3** wird dies noch vertieft, wenn auf die Umkehrbarkeit des ersten bzw. die Nicht-Umkehrbarkeit des zweiten Strahlensatzes eingegangen wird.
In Aufgabe **E3** geht es um die Hinführung zum Satz des Pythagoras. Es ist eine Situation gegeben, die sich (aufgrund eines fehlenden Referenzobjekts) nicht mithilfe der Strahlensätze lösen lässt; zunächst führt eine maßstabsgetreue Zeichnung zum Ziel. Dennoch ist es wünschenswert, die gesuchte Länge auch rechnerisch bestimmen zu können. Für eine solche rechnerische Bestimmung wird auf den „Trick" eines babylonischen Baumeisters zurückgegriffen. Dies wird als vorstrukturierte Erkundung angeleitet: Durch die Betrachtung eines Quadrats, in dem das Dreieck mit der gesuchten Länge viermal enthalten ist, kann man eine Formel zur Berechnung der gesuchten Länge selbst herleiten. Dieses Verfahren wird in Aufgabe **E4** auf rechtwinklige Dreiecke mit beliebigen Seitenlängen verallgemeinert. Es stehen sowohl reale Legeteile als auch ein Applet zur Verfügung, um die Entdeckung des Satzes von Pythagoras zu unterstützen. In Aufgabe **E5** wird hervorgehoben, dass das hergeleitete Rechenverfahren – der Satz des Pythagoras – nur dann funktioniert, wenn eine Situation mit einem rechtwinkligen Dreieck vorliegt. Diese Überlegungen werden in **O4** zusammengefasst: Es werden Begriffe wie „Hypotenuse" und „Kathete" eingeführt und auf Voraussetzung und Aussage des Satzes des Pythagoras in Form einer „Wenn…, dann…"-Formulierung explizit eingegangen.
Aufgabe **E6** thematisiert schließlich die Konstruktion rechter Winkel mithilfe von Dreiecken, deren Seitenlängen ein pythagoreisches Zahlentripel bilden. Die Umkehrung des Satzes des Pythagoras (ebenfalls mithilfe einer „Wenn…, dann…"-Formulierung) wird in **O5** geordnet.

Etappe B: Welche Strategien kann ich bei geometrischen Problemen nutzen?

In der Etappe B werden die Erkenntnisse aus Etappe A auf geometrische Probleme angewendet. Hierbei wird insbesondere auf zwei Aspekte Wert gelegt. (1) Zugang zum Problem finden sowie passende Strategien auswählen, anwenden und reflektieren: Was ist gegeben und was ist gesucht? Erstelle eine Skizze und erinnere dich an bekannte Aufgaben. Welche Strategien haben dir geholfen? (**E7**, **E8**, **O6**) (2) Entscheiden, welcher Ansatz – Strahlensätze oder Satz des Pythagoras – hilft, das Problem zu lösen. Nicht immer ist sofort offensichtlich, welcher Satz angewendet werden kann, und nicht immer deuten vermeintlich offensichtliche Merkmale einer Situation (parallele Geraden oder rechte Winkel) auf den korrekten Ansatz (**E9**, **O7**).

Kurzweg

Strahlensatz: **E1** – **E2** – **O1** – **O2**
Satz des Pythagoras: **E3** – **E4** – **E5** – **O4** – **E7** – **E8** – **O6** – **E9** – **O7**

Diagnose

Vor allem auf die folgenden Aspekte ist zu achten:

- Inwiefern können die Lernenden bewusst entscheiden, welches der beiden vorgestellten Verfahren (Strahlensätze und Satz des Pythagoras) zur Längenbestimmung angewendet werden kann?
- Inwiefern können die Lernenden die notwendigen Voraussetzungen für die beiden Verfahren (parallele Strecken bzw. Geraden, rechter Winkel) erkennen, benennen und in ihre Überlegungen einbeziehen? (**V3**)
- Inwiefern können die Lernenden zwischen einem Satz und seiner Umkehrung unterscheiden? Welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein und welche Aussage folgt jeweils daraus?

Literatur

Rott, Benjamin; Poloczek, Joachim & Barzel, Bärbel (2016). Ein Strategietraining mit Pythagoras-Aufgaben. *ml – mathematik lehren, 196*, 28 – 32.

Einstiegsseite Planen eines Erlebnisparks – unbekannte Maße bestimmen

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…

- werden auf den Kontext eingestimmt, indem nicht einfach zu bestimmende Längen geschätzt werden müssen, um entsprechende Skizzen für Klettergerüste und andere Konstruktionen im Erlebnispark anzudenken.

Bezug

Weiter mit **E1**.

Umsetzungsvorschlag (10 min inkl. erster Reflexion)

Hinführung zur Problematik der Längenbestimmung, mögliche Leitfragen: UG

Wie könnte man die Höhe des Klettergerüsts abschätzen?

Wie könnte man die Mengen an benötigten Balken, z.B.: für die Leiter beim Aufstieg, bestimmen?

Intensivzugriff

Umsetzungshinweise/Alternativen

Der Kontext eröffnet verschiedene Möglichkeiten, Strahlensätze und Satz des Pythagoras anzuregen, da es darum geht Längen zu bestimmen, die nicht unmittelbar gemessen werden können.

Eine konkrete Situation im Auftaktbild liefert der Schattenwurf, von Baum und Till, um die Höhe des Kletterparcours abzuschätzen. Hierzu könnte die Skizze aus **E1** einbezogen werden.

Eine andere Situation liefern weitere Überlegungen, beispielsweise wie viel Platz eine angelehnte Leiter (z.B. zu einem Klettergerüst) verbraucht, damit sie stabil ist. Dabei kann auch die Notwendigkeit des rechten Winkels diskutiert werden.

Auch die Frage nach weiteren rechten Winkeln mit Blick auf die Stabilität von Sportgeräten kann einbezogen werden.

Lernwege

In erster Linie sind hier zwei Zugänge denkbar:

Erinnern an das Strahlensatzkapitel und maßstabsgetreues Erfassen der Längen. Gerade die Umständlichkeit des maßstabsgetreuen Zeichnens, um Längen zu bestimmen, motiviert die Notwendigkeit rechnerischer Wege.

Welche Bedingungen sind wichtig, damit solche Geräte stabil stehen? Wie könnte man Längen bestimmen (z.B. Wie viele Längen Holzbalken gebraucht werden – z.B.: beim Aufstieg)?

Welche weiteren Größen könnten einbezogen werden, um die Höhe des Baumes oder des Kletterparcours abzuschätzen?

Welche Längen sind bei der Planung eines Erlebnisparks noch zu bestimmen? Gibt es Gemeinsamkeiten in den Konstruktionen (z.B. Parallelen, rechte Winkel)?

Ziele des Kapitels aus Vorschauperspektive

In diesem Kapitel …

- berechnest du Längen, die man nicht direkt messen kann.
- nutzt du Zusammenhänge am rechtwinkligen Dreieck.
- lernst du Strategien, wie man geometrische Probleme löst.
- untersuchst du geometrische Zusammenhänge und achtest auf wichtige Voraussetzungen.

Erkunden A Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Schnellzugriff

E1 | E1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…
- wiederholen ihre Kenntnisse zu den ähnlichen Figuren;
- bestimmen mithilfe des Veränderungsfaktors die Höhe des Parcours;
- stellen ein Försterdreieck selbst her und bestimmen unzu-längliche Höhen von Gebäuden und anderen Objekten;
- vergleichen unterschiedliche Lösungswege und erkennen die Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

E1 | E1 Bezug

Direkt weiter mit E2 | E2.
Die Basisfassung ist enger angeleitet, kann aber parallel bearbeitet werden.

E1 | E1 Vorbereitung/Material

Basisaufgabe E1, Bastelanleitung
Material zum Herstellen eines Försterdreiecks: Pappe, dünne Äste bzw. Rundhölzer, Schere, Holzsäge und Klebstoff

E1 | E1 Umsetzungsvorschlag (45 min)

a) | a)	Lektüre des Vortextes, Klären der Aufgabenstellung.	UG
	Anfertigen der Skizzen zu Oles und Tills Situation sowie Berechnung der Höhe des Parcours	EA/ PA/ UG
b) | b)	Mithilfe einer Skizze die „Funktionsweise“ eines Försterdreiecks verstehen	EA/ PA/ UG
c) | c)	Försterdreieck herstellen und unzulängliche Längen außerhalb des Schulgebäudes bestimmen	GA/ UG
d) | d)	Vergleich unterschiedliche Lösungswege bzgl. Gemeinsamkeiten und Unterschieden	PA/ UG

Intensivzugriff

E1 | E1 Umsetzungshinweise/Alternativen

Zur Bearbeitung dieser Erkundungsaufgabe benötigt man Vorwissen aus dem Kapitel „Im Filmstudio – Vergrößern und verkleinern in mehreren Dimensionen“ zu den ähnlichen Figuren. Die Eigenschaften ähnlicher Figuren können mit den Wissensspeichern *Figuren 3* und *Figuren 15* ins Gedächtnis gerufen werden. Mit der Erstellung des Försterdreiecks und dem Bestimmen der Höhe von Gebäuden und anderen Objekten (z.B. Straßenlaterne, Windrad) kann der Nutzen der Mathematik erlebbar gemacht werden.

E1 | E1 Erwartungshorizont

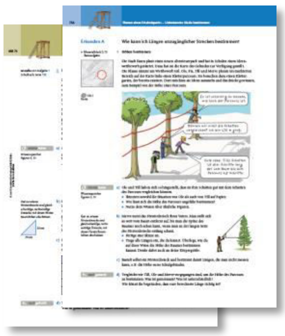
a) Die Skizzen zur Situation von Ole und Till sollen den Skizzen der Basisaufgabe a) entsprechen. Mithilfe der Wissensspeicher *Figuren 3* und *Figuren 15* wird evtl. das Wissen zu ähnlichen Figuren reaktiviert. Mit dem Veränderungsfaktor und Tills Angaben wird die ungefähre Höhe (2,63 m) des Parcours bestimmt.
Annahme für Oles Situation: Ole ist genauso groß wie Till und hat deswegen auch die gleiche Schattenlänge. Ebenso ist der Schatten des Baumes gleich lang. Dann kann die Höhe des Parcours ebenfalls mit dem Veränderungsfaktor, der in ähnlichen Figuren gilt, berechnet werden.
b) Das Bild rechts vom Aufgabetext im Buch dient als Vorlage für die Skizze. Folgende Angaben können eingetragen werden: Die Längen der Schenkel (20 cm) des Försterdreiecks; die Augenhöhe kann abgeschätzt werden; Entfernung zum Baum kann abgemessen werden.
Die Höhe des Baumes wird in Augenhöhe und Restlänge eingeteilt. So entstehen zwei ähnliche Dreiecke. Da vom Försterdreieck die Schenkel und vom größeren Dreieck die Entfernung zum Baum bekannt ist, kann mit dem Veränderungsfaktor die Restlänge bestimmt werden. Mit der Augenhöhe zusammen erhält man die Höhe des Baumes.
c) Das Försterdreieck mit der Schenkellänge 20 cm wird aus Pappe hergestellt. Als Halter wird in einen dünneren Ast ein Schlitz gesägt. Der Ast und das Dreieck werden mit Klebstoff miteinander verbunden.
d) Gemeinsamkeiten: Die Längenangaben; Berechnung der gesuchten Länge mit dem Veränderungsfaktor in ähnlichen Dreiecken.
Unterschiede: Lage der ähnlichen Dreiecke in den beiden Skizzen.

E1 | E1 Diagnose

- Sind die Eigenschaften und der Veränderungsfaktor ähnlicher Figuren noch geläufig?
- Haben die Lernenden verstanden, wie man die Höhe des Parcours berechnet?
- Haben die Lernenden verstanden, wie man mit dem Försterdreieck unzulängliche Höhen bestimmt?

E1 | E1 Differenzierung

Leistungsschwächere arbeiten mit der vorstrukturierteren Basisaufgabe E1.



Erkunden A Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Schnellzugriff

E2 | E2 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- wiederholen ihre Kenntnisse zu den ähnlichen Figuren;
- bestimmen mithilfe des Veränderungsfaktors die Teillänge des Stahlseils;
- erkennen, dass unzulängliche Strecken nur bestimmt werden können, wenn ähnliche Dreiecke vorliegen;
- vergleichen unterschiedliche Lösungswege und erkennen die Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

E2 | E2 Bezug
Nach E1 | E1, weiter mit O1.
Die Basisfassung ist enger angeleitet, kann aber parallel bearbeitet werden.

E2 | E2 Vorbereitung/Material
Basisaufgabe E2

E2 | E2 Umsetzungsvorschlag (25 min)

a) | ab)	Bestimmen der Seillänge x. Unterschiedliche Lösungsansätze sind denkbar. Die Basisaufgabe gibt einen Lösungsansatz vor, der weitergeführt werden soll. Die Richtigkeit der berechneten Länge wird mit den Eigenschaften ähnlicher Figuren begründet.	EA/ PA/ UG
c) | c)	Lösungsweg aus a) gilt nur bei ähnlichen Dreiecken.	PA
d) | d)	Vergleich unterschiedliche Lösungswege bzgl. Gemeinsamkeiten und Unterschieden	PA/ UG

Mögliche HA: V1-V2

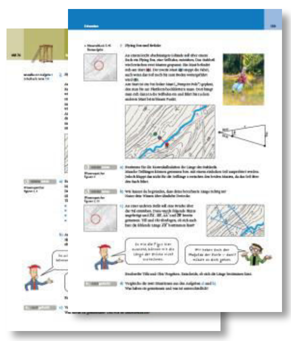
Intensivzugriff

E2 | E2 Umsetzungshinweise
In dieser Erkundungsaufgabe wird das Vorwissen bzgl. ähnlicher Figuren reaktiviert. Während die Basisaufgabe einen Lösungsansatz vorgibt, ermöglicht a) unterschiedliche Lösungsansätze. In c) wird thematisiert, dass diese Lösungswege nur bei ähnlichen Dreiecken anwendbar sind.

E2 | E2 Erwartungshorizont
a) Die fehlende Seillänge x beträgt 40 m. Damit hat das Stahlseil insgesamt eine Länge von 60 m. Neben dem Lösungsansatz der Basisaufgabe a), der nicht auf dem direkten Weg die Länge x berechnet, gibt es noch folgenden Ansatz:
20m : 3m = (x+ 20m) : 9m
b) Da die beiden Dreiecke ineinandergeschoben sind und alle entsprechenden Seiten parallel sind, entsprechen die Seitenverhältnisse in dem kleinen Dreieck denen im großen Dreieck.
c) Anhand der Skizze reflektieren die Lernenden, ob die Bedingungen für ähnliche Dreiecke wie in a) gegeben sind. Die Länge lässt sich nur mithilfe des Maßstabs berechnen.
d) Gemeinsamkeiten: Die beiden Dreiecke sind jeweils ineinandergeschoben.
Unterschiede: Nicht alle entsprechenden Seiten sind in c) parallel zueinander und damit lässt sich die Länge der Strecke nicht berechnen.

E2 | E2 Diagnose
- Kennen die Lernenden die Eigenschaften ähnlicher Dreiecke?
- Haben die Lernenden verstanden, dass die entsprechenden Seitenverhältnisse in ähnlichen Dreiecken zur Berechnung unzulänglicher Strecken benutzt werden können?

E2 | E2 Differenzierung
Leistungsschwächere arbeiten mit der vorstrukturierten Basisaufgabe E2.
Schülerinnen und Schüler, die Schwierigkeiten haben sich die Situation vorzustellen, können die Situation mit Schaschlikspießen, Knetmasse und Paketschnur nachbauen.



Erkunden A Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Schnellzugriff

E3/E4 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- erkennen, dass unbekannte Strecken in einem rechtwinkligen Dreieck mit Hilfe einer Quadratfigur durch Rechnung genau bestimmt werden können;
- erkennen Zusammenhänge zwischen Teilflächen zur Berechnung von unbekannten Längen in rechtwinkligen Dreiecken mit Hilfe von Material zum Auslegen bzw. mit einer App;
- erstellen eine allgemeine Gleichung zum Berechnen unbekannter Längen in rechtwinkligen Dreiecken.

E3 Bezug
Weiter mit **E4**.

E3 Umsetzungsvorschlag (15 min)

ab)	Unbekannte Länge zeichnerisch bestimmen Sitznachbarn vergleichen ihre Ergebnisse	EA PA
cd)	Übertragen der Quadratfigur ins Heft und bestimmen der Länge x, Flächeninhalt des großen Quadrats, der Teilflächen und Erstellen einer Gleichung zum Bestimmen der Länge x Klärung und Austausch im Plenum	PA UG

Mögliche HA: **V11**

E4 Bezug
Weiter mit **E5**.

E4 Vorbereitung/Material
Materialblock; DGS-Datei

E4 Umsetzungsvorschlag (30 min)

ab)	Anwenden der Lösungsidee von **E3** auf die Berechnung der Gesamtseillänge Vergleichen der Ergebnisse im Plenum	EA UG
c)	ICH-DU-WIR: Erkennen, dass Flächeninhalte der Teilflächen genutzt werden können, um unbekannte Länge in Dreiecken zu berechnen	EA/ PA/ UG
d)	Untersuchen mit Hilfe einer App, ob der Zusammenhang auch für andere Dreiecke mit beliebigen Längen a und b gilt	PA
e)	Zeitpuffer für stärkere Lernende: Finden einer allgemeinen Gleichung Gemeinsame Erarbeitung der allgemeinen Gleichung im Plenum	(EA) UG

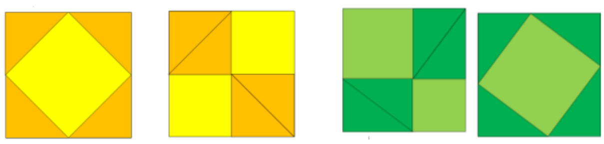
Mögliche HA: **E4d)** als vertiefende Wiederholung

Intensivzugriff

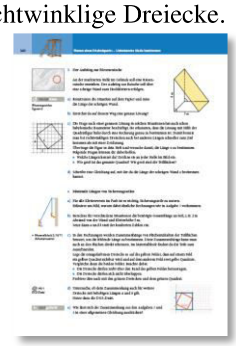
E3/E4 Umsetzungshinweise
Mit der Bearbeitung der Aufgabe **E3** erkennen die Lernenden, dass die zeichnerische Lösung zur Bestimmung einer unbekannten Länge nicht immer genau ist. Zur Erarbeitung einer rechnerischen Lösung wird das historische Vorgehen zur Berechnung unbekannter Länge mit Hilfe der Quadratfigur aufgegriffen.
In **E4** werden die Erkenntnisse von **E3** aufgegriffen und fortgeführt. Dabei wird schrittweise zunächst mit Hilfe von Arbeitsmaterial und anschließend mit der App der Zusammenhang von Teilflächen zur Berechnung von unbekannten Längen in rechtwinkligen Dreiecken erarbeitet.

E3 Erwartungshorizont
a) Je nach Qualität der Zeichnung kann die Länge der schrägen Wand 4,8 m bis 5,2 m betragen.
b) Durch Vergleichen mit anderen Schülerlösungen erkennt man, dass die zeichnerische Lösung ungenau ist.
c) Quadratfigur wird ins Heft übertragen und folgende Längen werden in die Skizze eingetragen: Bei den Teildreiecken können die beiden kürzeren Seiten mit 3 und 4 beschriftet werden. So erkennt man, dass das große Quadrat eine Seitenlänge von 7 m hat und somit einen Flächeninhalt von 49 m^2 besitzt. Die vier Dreiecke haben jeweils einen Flächeninhalt von 6 m^2. Mit Hilfe dieser Erkenntnisse kann der Flächeninhalt des kleinen Quadrats bestimmt werden (25 m^2). Daraus ergibt sich dann die Länge 5 m.
d) $4 \cdot (½ \cdot 3 \cdot 4) + x^2 = 7^2$

E4 Erwartungshorizont
a) Das Sicherungsseil bildet mit dem Abstand von der Wand ein rechtwinkliges Dreieck. Aus diesem Dreieck kann man wie in **E3** eine Quadratfigur bilden und Berechnungen durchführen.
b) Beispielsweise 2 m Abstand von der Wand und 5 m Kletterhöhe: Von der Kletterhöhe muss 1 m abgezogen werden, da mit einem Hüftgurt gesichert wird:
$4 \cdot (½ \cdot 2 \cdot 4) + x^2 = 7^2$, x = 5,74 m; 3m Meter Kletterseil hinzugeben für Knoten beim Kletternden und Seilreserve beim Sichernden; 4 + 5,74 + 3 = 12,74 m Seillänge
$4 \cdot (½ \cdot a \cdot b) + x^2 = (a + b)^2$
c)



d) Der Zusammenhang gilt nur für rechtwinklige Dreiecke.
e) $\sqrt{(a + b)^2 - 4 \cdot ½ \cdot a \cdot b}$



Erkunden A Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Schnellzugriff

E5 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…
- prüfen nach, für welche Dreiecksarten die Zusammenhänge gelten;
- erkennen, dass mit den Flächeninhalten der Quadrate über den Längen eines rechtwinkligen Dreiecks eine unbekannte Länge des Dreiecks berechnet werden kann (Satz des Pythagoras).

E5 Bezug

Weiter mit O4.

E5 Vorbereitung/Material

DGS-Datei

E5 Umsetzungsvorschlag (15 min)

a)	Untersuchen mit Hilfe einer App, ob die Länge des Geländers genauso wie in E3 berechnet werden kann	PA
b)	Erkennen mit Hilfe der App, dass die beiden Quadrate über a und b genauso groß sind wie das Quadrat über c.	PA
c)	Zeitpuffer für stärkere Lernende: Finden des Zusammenhangs zwischen a, b und c sowie der dazugehörigen Flächen	EA
	Gemeinsame Besprechung im Plenum	UG

Mögliche HA: V11

E6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…
- erkennen, dass man mit einem Geodreieck im Gelände keine rechten Winkel festlegen kann;
- reflektieren über den Einsatz der Knotenschnur, um rechte Winkel im Gelände festzulegen.

E6 Bezug

Weiter mit O5.

E6 Vorbereitung/Material

Paketschnur zur Herstellung von Knotenschnüren

E6 Umsetzungsvorschlag (20 min)

a)	Überlegen, warum ein Geodreieck nicht für das Festlegen von rechten Winkeln im Gelände geeignet ist	EA
b)	Herstellen einer Knotenschur mit 40 gleich großen Abschnitten. Legen unterschiedlicher Dreiecke mit ganzzahligen Seitenlängen	GA
	Gemeinsame Besprechung im Plenum	UG

Intensivzugriff

E5 Umsetzungshinweise

E5 ermöglicht den Lernenden mit Hilfe einer App die Erfahrung, dass ein Zusammenhang zwischen Quadraten über den Längen eines Dreiecks besteht, damit eine unbekannte Länge des Dreiecks bestimmt werden kann und der Satz des Pythagoras ausschließlich für rechtwinklige Dreiecke gilt.

E5 Erwartungshorizont

a) Pia hat Recht, das man die Länge des Geländers nicht berechnen kann, da der Mast nicht im Lot zum Gelände steht.
b) Die Quadrate über a und b sind zusammen genauso groß wie das Quadrat über c, wenn Punkt C so steht, dass es ein rechtwinkliges Dreieck ergibt.
c) Die Flächeninhalte über a und b ergeben zusammen den Flächeninhalt über c.

E5 Diagnose

Haben die Lernenden erkannt, dass der Zusammenhang zwischen den Flächeninhalten über a und b sowie dem Flächeninhalt über c nur bei rechtwinkligen Dreiecken besteht?

E6 Umsetzungshinweise

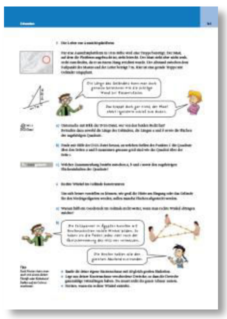
Die Aufgabe E6 ermöglicht sowohl im Klassenzimmer als auch außerhalb des Klassenzimmers mit Hilfe der Knotenschnüre Dreiecke mit ganzzahligen Seitenlängen zu legen. Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler erkennen unter Umständen, dass bei rechtwinkligen Dreiecken ihnen bekannte Zahlenkombinationen vorkommen.

E6 Erwartungshorizont

a) Beim Festlegen eines rechten Winkels im Gelände mit Hilfe des Geodreiecks wäre dieser viel zu ungenau.
b) (3, 4, 5); (5, 12, 13); (6, 8, 19); (8, 15, 17); (9, 12, 15)

E6 Differenzierung

Die Umkehrung des Satzes des Pythagoras ist nur für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler gedacht.



Erkunden A Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Schnellzugriff

E7|E7/E8 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- lösen die Aufgabe mit Hilfe von PADEK;
- wenden Strategien bewusst an;
- reflektieren den Einsatz der Strategien.

E7|E7/E8 Bezug
Weiter mit O6.

E7|E7 Vorbereitung/Material
Basisaufgabe E7

E7|E7 Umsetzungsvorschlag (20 min)

a)|a)	Erstellen einer Skizze und eintragen, was gegeben und gesucht ist. In der Basisaufgabe entscheiden, welche Skizze zur Situation passt	EA/ UG
b)|b)	Reflexion bzgl. der Hilfe und Anwendung der Strategien	EA
c)|cd)	Strategien auswählen und Aufgabe lösen	PA (GA)
	Besprechung im Plenum	UG

Mögliche HA: E8

E8 Umsetzungsvorschlag (10 min)

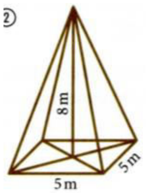
a)	Lektüre der Aufgabe und verknüpfen mit der Skizze.	EA
b)	Teilziele zum Lösen der Aufgabe festlegen, lösen der Aufgabe und verwendete Strategien reflektieren	EA/ UG

Mögliche HA: O6a)

Intensivzugriff

E7|E7 Umsetzungshinweise
In dieser Aufgabe wählen die Lernenden Strategien bewusst aus und nutzen diese zum Lösen der Aufgabe. Abschließend reflektieren sie, welche Strategien am besten geholfen haben.

E7|E7 Erwartungshorizont
a)

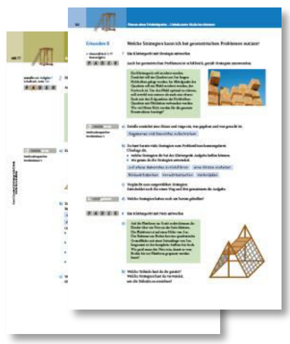


b) „eine Skizze erstellen“: Ich will erst einmal genau sehen, welche Größen schon gegeben sind und welche noch fehlen.
„auf etwas Bekanntes zurückführen“: Ich kann mehrere rechtwinklige Dreiecke erkennen, bei denen Seitenangaben fehlen. Wie man diese berechnet, weiß ich bereits.
„Vorwärtsarbeiten“: Ich fange einfach mal an, fehlende Seitenlängen, die ich berechnen kann, zu bestimmen und arbeite mich langsam vor.
„Verknüpfen“: Ich erkenne Quadrate und mehrere rechtwinklige Dreiecke – Gut, dass ich dazu viel weiß und das nutzen kann.
c) $d_{\text{Quadrat}} = 7{,}07$ m; $s_{\text{Pyramide}} = 8{,}75$ m;
Gesamtmenge = 77,14 m
d) „eine Skizze erstellen“; „Gegebenes und Gesuchtes aufschreiben“; „auf etwas Bekanntes zurückführen“

E7|E7 Differenzierung
Leistungsschwächere arbeiten mit der vorstrukturierteren Basisaufgabe E7.

E8 Umsetzungshinweise
E8 wird direkt nach E7 bearbeitet (evtl. auch als Hausaufgabe). Mit Hilfe von PADEK wird die Aufgabe gelöst. Dabei stehen besonders die ersten beiden Schritte „Problem verstehen“, „Ansatz finden“ und „Durchführen“ im Mittelpunkt. Verwendete Strategien zum Lösen der Aufgabe werden reflektiert.

E8 Erwartungshorizont
a) Übertragen der Skizze und eintragen, was gegeben und gesucht ist.
b) Seitenlänge der Grundfläche halbieren (1,50 m) – Länge der schräge Balken berechnen (4,27 m) – Länge des schrägen Balkens bis zur Plattform berechnen (1,07 m) – Restlänge des schrägen Balkens berechnen (3,20 m) – Größe des Netzes angeben (3,20 m x 3 m)
Folgende Strategien werden verwendet: „eine Skizze erstellen“, „Gegebenes und Gesuchtes aufschreiben“, „auf etwas Bekanntes zurückführen“, „Vorwärtsarbeiten“



Erkunden B Welche Strategien kann ich bei geometrischen Problemen nutzen?

Schnellzugriff

E9 | E9 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- reflektieren, ob sie zum Lösen der Aufgabe den Satz des Pythagoras und/ oder die Strahlensätze benötigen;
- lösen die Aufgaben mit dem Satz des Pythagoras und/ oder den Strahlensätzen.

E9 | E9 Bezug
Weiter mit O7.

E9 | E9 Vorbereitung/Material
Basisaufgabe E9

E9 | E9 Umsetzungsvorschlag (20 min)

	Lektüre des Vortextes, Klären der Aufgabenstellung	UG
abc) | a)	ICH-DU-WIR: Bearbeiten der Aufgaben mithilfe der Strategien aus Aufgabe E7	EA/ PA/ UG
| b)	Diskussion, welche Informationen wichtig sind, ob man Satz des Pythagoras und/ oder Strahlensätze anwendet	PA/ UG

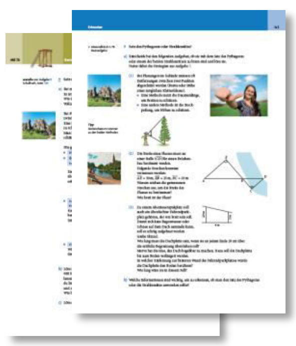
Intensivzugriff

E9 | E9 Umsetzungshinweise
Diese Aufgabe dient dazu, dass die Lernenden lernen, woran man erkennt, dass man den Satz des Pythagoras und/ oder die Strahlensätze anwendet. Zum Lösen sollen die Strategien aus E7 verwendet werden.

E9 | E9 Erwartungshorizont
a) (1) Um zu verstehen, wie die beiden Methoden (Daumenlänge und Stockpeilung) funktionieren, müssen die Lernenden im Internet recherchieren. Danach müssen sie die Methoden an eigenen Beispielen erproben und die gesuchten Größen berechnen. In der Basisaufgabe ab) sind beide Methoden erklärt und eine konkrete Aufgabenstellung liegt vor.
(2) 2. Strahlensatz: Der Fluss ist 12 m breit.
(3) Satz des Pythagoras: Die Dachplatte ist mit Überstand 2,61 m lang (2,21 + 2 · 0,2 = 2,61 m)
1. Strahlensatz: Die verlängerte Dachplatte ist 7,31 m lang (0,2 + 2,21 + 4,91 = 7,31 m).
Satz des Pythagoras: Die Dachplatte berührt in 4,48 m Entfernung den Boden.
b) Satz des Pythagoras kann nur in rechtwinkligen Dreiecken eingesetzt werden. Für die Verwendung des Strahlensatzes benötigt man zwei Strahlen, die von parallelen Geraden geschnitten werden. Enthält diese Figur auch Dreieck mit rechten Winkeln, so kann man auch den Satz des Pythagoras anwenden.

E9 | E9 Diagnose
- Erkennen die Lernenden, ob man den Satz des Pythagoras und/ oder die Strahlensätze zum Lösen der Aufgaben anwenden muss?
- Benutzen die Lernenden Strategien zum Lösen der Aufgaben?

E9 | E9 Differenzierung
Leistungsschwächere arbeiten mit der vorstrukturierteren Basisaufgabe E9.



Ordnen A Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Schnellzugriff

O1 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- festigen ihr Wissen bzgl. ähnlicher Dreiecke;
- können zu einer Voraussetzung die passende Aussage formulieren.

O1 Bezug
Nach E1, E2, weiter mit O2 und V1-V2.

O1 Vorbereitung/Material
Wissensspeicher

O1 Umsetzungsvorschlag (30 min)

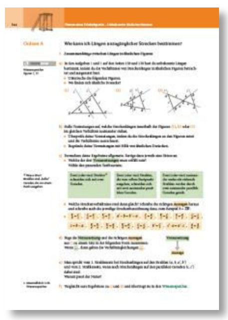
ab)	Verhältnisgleichungen werden aufgestellt und überprüft sowie ihre Richtigkeit mithilfe ähnlicher Dreiecke begründet	EA
ab)	Vergleichen der Ergebnisse	PA/ UG
cde)	Bearbeiten der Aufgaben in Einzelarbeit; anschließend werden die Ergebnisse im Plenum besprochen	EA/ PA
f)	Vergleich der Lösungen im Klassenverband Ergebnisse aus cd) werden im Wissensspeicher festgehalten	UG EA

Mögliche HA: O2a), V1, V2

Intensivzugriff

O1 Umsetzungshinweise
In dieser Aufgabe werden in ab) zunächst Vermutungen zu Streckenverhältnissen in ähnlichen Dreiecken aufgestellt und durch Messen und Ausrechnen der Verhältnisse überprüft sowie mit Hilfe ähnlicher Dreiecke begründet. Anschließend müssen die Lernenden einer Voraussetzung die richtigen Aussagen zusammenfügen (1. und 2. Strahlensatz).

O1 Erwartungshorizont
ab) ähnliche Dreiecke: (1) und (3)
Da die beiden Dreiecke ineinandergeschoben sind bzw. sich ineinanderschieben lassen und alle entsprechenden Seiten parallel sind, entsprechen die Seitenverhältnisse in dem kleinen Dreieck denen im großen Dreieck.
Folgende Verhältnisse gelten:
(1) $a : a' = b : b'$; $b : c = b' : c'$
(2) $a : a' = b : b'$; $a : c = a' : c'$
cd) Siehe ausgefüllter Wissensspeicher
e) Der Name ist passend, da in beiden Fällen 2 bzw. 4 Strahlen vom selben Startpunkt ausgehen.



Ordnen A Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Schnellzugriff

O2 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- ordnen jeweils eine der Karten „Skizze“, „Gegeben & Gesucht“, „Verhältnisgleichung“ und „Beispielrechnung“ richtig zu bzw. ergänzen die fehlenden.

O2 Bezug
Nach O1, weiter mit O3 (für besonders leistungsstarke Lernende) und V3-V10.

O2 Vorbereitung/Material
Ausschneiden der Karten des Materialblocks, Wissensspeicher

O2 Umsetzungsvorschlag (15 min)

a)	Ordnen jeweils eine der Karten „Skizze“, „Gegeben & Gesucht“, „Verhältnisgleichung“ und „Beispielrechnung“ richtig zu bzw. ergänzen die fehlenden	EA
b)	Vergleich der Lösungen mit dem Sitznachbarn und danach im Klassenverband Ergebnisse werden im Wissensspeicher festgehalten	PA/ UG EA

Mögliche HA: V3, V4, V6

O3 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- können erklären, warum die Umkehrung für den 1. Strahlensatz gilt bzw. für den 2. Strahlensatz nicht gilt.

O3 Bezug
Nach O2, weiter mit V3-V10.

O3 Umsetzungsvorschlag (10 min)

a)	Formulierung der Umkehrung des 1. Strahlensatzes	EA/ UG
b)	Zeigen, dass die Umkehrung des 2. Strahlensatzes nicht gilt	EA/ UG

Intensivzugriff

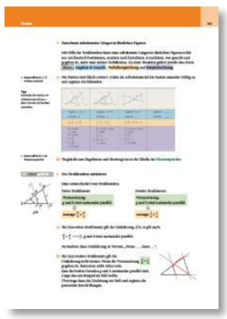
O2 Umsetzungshinweise
In dieser Aufgabe wird den Lernenden bewusst gemacht, dass unbekannte Längen in ähnlichen Figuren sowohl zeichnerisch als auch rechnerisch bestimmt werden können.

O2 Erwartungshorizont
Siehe ausgefüllter Wissensspeicher

O3 Umsetzungshinweise/Differenzierung
Die Umkehrbarkeit des 1. Strahlensatzes und die Nichtumkehrbarkeit des 2. Strahlensatzes ist ein Zusatzangebot für besonders leistungsstarke Lernende.

O3 Erwartungshorizont
a) Wenn g und h parallel zueinander sind, dann gilt
b‘ : b = a‘ : a

b) Durch das Übertragen der Skizze ins Heft und das Ergänzen der passenden Beschriftungen erkennen die Lernenden, das der 2. Strahlensatz nicht umkehrbar ist.



Ordnen A Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Schnellzugriff

O4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…
- können die Merkmale einer Kathete und Hypotenuse beschreiben;
- kennen den Satz des Pythagoras;
- können den Satz des Pythagoras beweisen.

O4 Bezug

Nach **E3**, **E4**, **E5**;
zur Anwendung des Satzes des Pythagoras weiter mit **V11-V14**, **V16** und **V18-V25**;
zu weiteren Beweisen weiter mit **V26-V30**.

O4 Vorbereitung/Material

DGS-Datei, Arbeitsmaterial im Materialblock, Wissensspeicher

O4 Umsetzungsvorschlag (25 min)

a)	Beschreiben der Merkmale einer Kathete und Hypotenuse	EA
b)	Mit der App untersuchen, für welche Dreiecke das rote Quadrat den gleichen Flächeninhalt wie die beiden anderen hat	PA
c)	Formulierung einer Wenn-dann-Aussage über die Erkenntnisse aus b)	EA/ PA
abc)	Sicherung im Plenum; evtl. Verwendung der App	UG
d)	Beweisen des Satzes des Pythagoras mit Hilfe der grünen Teile des Arbeitsmaterials	HA
e)	Eintrag in Wissensspeicher	EA

Mögliche HA: e), V15, V16, V18, V20

Intensivzugriff

O4 Umsetzungshinweise

a) dient der Begriffsbildung (Kathete und Hypotenuse) und sollte noch zur Vermeidung der Über- bzw. Untergeneralisierung mit Beispielen und Gegenbeispielen vertieft werden.
In bc) wird mit Hilfe der DGS-Datei verdeutlicht, dass der Satz des Pythagoras nur für rechtwinklige Dreiecke gilt. Außerdem wird eine Wenn-dann-Aussage formuliert, die mit Hilfe der App überprüft wird. Dabei sollen die Begriffe Kathete und Hypotenuse verwendet werden.
Um die Allgemeingültigkeit des Satzes des Pythagoras zu beweisen, dient e). Dabei wird auf Material zurückgegriffen, mit dem bereits in **E4** gearbeitet wurde.

O4 Erwartungshorizont

a) Die Katheten sind die beiden kürzeren Seiten im Dreieck und schließen den rechten Winkel ein. Die Hypotenuse ist die längste Seite im Dreieck und liegt dem rechten Winkel gegenüber.
b) Nur in (1) hat das rote Quadrat den gleichen Flächeninhalt wie die beiden blauen Quadrate.
c) Wenn das Dreieck einen rechten Winkel hat, dann ist der Flächeninhalt des roten Quadrats gleich der Summe der Flächeninhalte beider blauen Quadrate: $a^2 + b^2 = c^2$.
d) Die beiden kleineren Dreiecke sind a^2 und b^2; das große Quadrat ist c^2.
Begründung: Beide Quadrate sind jeweils mit den vier gleich großen Dreiecken bedeckt. Deshalb muss die Restfläche bei beiden Quadraten gleich groß sein.
Die Voraussetzung ist wichtig, da nur bei rechtwinkligen Dreiecken die Aussage zutrifft.
e) Siehe ausgefüllter Wissensspeicher

O4 Diagnose

- Können die Lernenden die Begriffe Kathete und Hypotenuse richtig beschreiben?
- Können die Lernenden den Satz des Pythagoras mit Hilfe der Begriffe Kathete und Hypotenuse erläutern.
- Haben die Lernenden verstanden, dass der Satz des Pythagoras nur in rechtwinkligen Dreiecken gilt?

Ordnen A Wie kann ich Längen unzulänglicher Strecken bestimmen?

Schnellzugriff

O5 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- erklären die Umkehrung des Satzes des Pythagoras in eigenen Worten;
- kennen Beispiele für pythagoreische Tripel.

O5 Bezug
Nach **E6**, weiter mit **V15**, **V17**, **V30**.

O5 Vorbereitung/Material
Wissensspeicher

O5 Umsetzungsvorschlag (30 min)

ab)	Bearbeitung in Einzelarbeit, dann Kontrolle mit dem Partner	EA PA
c)	Formulierung der Wenn-dann-Aussage Besprechung und Vergleich im Plenum	EA UG
de)	Erarbeitung in Einzelarbeit Besprechung im Plenum	EA UG
f)	Eintrag in Wissensspeicher	EA

Mögliche HA: V15, V17

Intensivzugriff

O5 Umsetzungshinweise
In **O5** werden die Ergebnisse von **E6** aufgegriffen und für Seitenlängen, die ein rechtwinkliges Dreieck bilden, der Begriff „pythagoreisches Tripel“ eingeführt. Mögliche pythagoreische Tripel werden rechnerisch und zeichnerisch überprüft. Anschließend wird eine Wenn-dann-Aussage für die Umkehrung des Satzes des Pythagoras formuliert und festgehalten.

O5 Erwartungshorizont
a) Seitenverhältnisse, die mithilfe der Knotenschnur zu einem rechtwinkligen Dreieck führen: (3, 4, 5); (5, 12, 13); (6, 8, 19); (8, 15, 17); (9, 12, 15)
Bildet man mit der Knotenschnur ein Dreieck mit den oben angegebenen Seitenverhältnissen, so erhält man zwischen den beiden kürzeren Seiten einen rechten Winkel.
b) (2) (3|4|5); (3) (6|8|10); (5) (5|12|13)
c) Wenn die Summe der Flächeninhalte der beiden kleinen Quadrate genauso groß ist wie der Flächeninhalt des großen Quadrates über der langen Dreiecksseite, dann ist das Dreieck ABC rechtwinklig.
d) Da hast du recht. Bei der Umkehrung des Satzes des Pythagoras werden Voraussetzung und Aussage vertauscht.
e) (1) Wenn ich eine 3 m lange Leiter habe und diese im Abstand von 1 m von der Hauswand stelle, kann ich berechnen, in welcher Höhe die Leiter an der Hauswand lehnt.
(2) Mit Hilfe von Knotenschnüren haben die Seilspanner in Ägypten jedes Jahr nach der Nilüberschwemmung die Felder neu vermessen. Dazu benötigten sie rechte Winkel, die sie mit der Kontenschnur erzeugt haben.
f) Siehe ausgefüllter Wissensspeicher

E5 Diagnose
- Können die Lernenden die Umkehrung des Satzes des Pythagoras in eigenen Worten erläutern?
- Haben die Lernenden verstanden, dass die Zahl eines pythagoreischen Tripels die Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks sind?

O5 Differenzierung
Die Umkehrung des Satzes des Pythagoras ist nur für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler gedacht.

Ordnen B Welche Strategien kann man bei geometrischen Problemen nutzen?

Schnellzugriff

O6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…

- ordnen einer Strategie einzelnen Schritte des Lösungsweges (Beschreibung und Ausführung) zu;
- finden zu verschiedenen Strategien den passenden PADEK-Schritt und ein eigenes Beispiel.

O6 Bezug

Nach **O7**, **O8**; weiter mit **V31-V36**.

O6 Vorbereitung/Material

Arbeitsmaterial; Methodenspeicher

O6 Umsetzungsvorschlag (25 min)

	Lektüre des Vortextes, Klären der Aufgabenstellung	UG
a)	ICH-DU-WIR: Zuordnen der Strategien zu der passenden Stelle der Musterlösung	EA/ PA/ UG
b)	Ausfüllen der Strategiekarten mit jeweils einem Beispiel zu dem passenden PADEK-Schritt	PA/ UG
c)	Eintrag in Methodenspeicher	EA

Mögliche HA: V31

Intensivzugriff

O6 Umsetzungshinweise

Mit dieser Aufgabe sollen den Lernenden Problemlösestrategien und damit strategisches Denken bewusst gemacht und geübt werden. Dazu sollen Strategien den passenden Stellen einer Musterlösung zugeordnet und danach entschieden werden, bei welchem PADEK-Schritt die Strategie hilfreich ist. Abschließend wird das neu erworbene Wissen auf Strategiekarten und im Methodenspeicher gesichert.

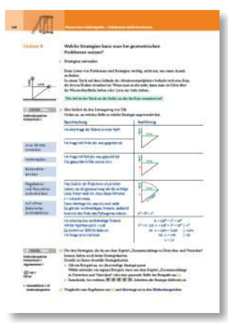
O6 Erwartungshorizont

a) „eine Skizze erstellen“ (Ich übertrage die Skizze in mein Heft); „Gegebenes und Gesuchtes aufschreiben“ (Ich trage mit grün ein, was gegeben ist. Ich trage mit rot ein, was gesucht ist.); „Verknüpfen“ (Das Seil an der Boje kann ich ja herüberziehen, …); „auf etwas Bekanntes zurückführen“ (Dann überlege ich, was ich noch weiß: …); „Rückwärtsdenken“ (Ich erkenne das rechtwinklige Dreieck mit der Hypotenuse (x + 0,8), …)

bc) Siehe ausgefüllter Methodenspeicher

O6 Diagnose

- Finden die Lernenden zu jedem Lösungsschritt der Musterlösung die passende Strategie?
- Können die Lernenden die Strategien anhand eines Beispiels erläutern?
- Können die Lernenden die Strategien einzelnen PADEK-Schritten zuordnen?



Ordnen B Welche Strategien kann man bei geometrischen Problemen nutzen?

Schnellzugriff

O7 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…

- erkennen, ob der Satz des Pythagoras und/ oder die Strahlensätze zum Lösen der Aufgaben geeignet ist und begründen die Entscheidung;
- erstellen eine Skizze zum Problem und tragen Gegebenes und Gesuchtes ein.

O7 Bezug

Nach O9; weiter mit V37-V45.

O7 Umsetzungsvorschlag (25 min)

	Lektüre des Vortextes, Klären der Aufgabenstellung	UG
a)	ICH-DU-WIR: Skizze zum Problem anfertigen, Gegebenes und Gesuchtes eintragen, Satz des Pythagoras und/ oder Strahlensätze als Ansatz auswählen	EA/ PA/ UG
b)	Begründen, welche Informationen für die Wahl des Satzes wichtig bzw. unwichtig sind	PA/ UG

Mögliche HA: V38

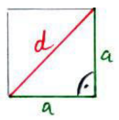
Intensivzugriff

O7 Umsetzungshinweise

Bei dieser Aufgabe steht der PADEK-Schritt „Ansatz“ im Fokus, indem die Schülerinnen und Schüler entscheiden müssen, ob der Satz des Pythagoras und/ oder Strahlensätze hilfreich zum Lösen des Problems ist. Die Entscheidungsfindung wird durch die Strategien „eine Skizze erstellen“ und „Gegebenes und Gesuchtes aufschreiben“ unterstützt.

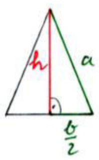
O7 Erwartungshorizont

a) (1)



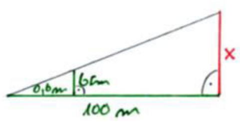
Diagonale bildet mit den Seiten des Quadrats ein rechtwinkliges Dreieck. (Satz des Pythagoras)

(2)



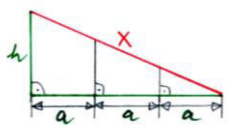
Höhe h bildet mit der Dachkante a und der halben Hausbreite $\frac{b}{2}$ ein rechtwinkliges Dreieck. (Satz des Pythagoras)

(3)



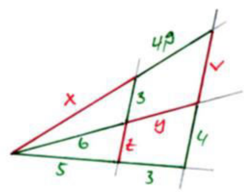
Die Länge des Daumens und der Pempers Pole sind parallel und schneiden zwei Strahlen. (2. Strahlensatz)

(4)



Höhe h und Abstände (3 · a) bilden mit der Rutsche ein rechtwinkliges Dreieck. (Satz des Pythagoras)

(5)



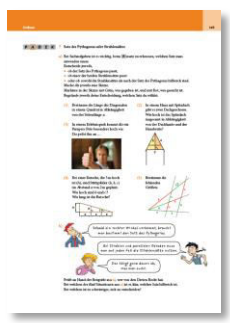
Zwei parallele Geraden schneiden 3 Strahlen. (1. und 2. Strahlensatz)

O7 Diagnose

- Erkennen die Lernenden, ob man den Satz des Pythagoras und/oder die Strahlensätze zum Lösen der Aufgaben anwenden muss?
- Können die Lernenden die Entscheidung begründen, welcher Satz zum Lösen der Aufgaben hilfreich ist?

O7 Differenzierung

Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler lösen 2 der 5 Aufgaben.



Vertiefen 1 Längen in zueinander ähnlichen Figuren bestimmen

Hintergrund	In den Vertiefungsaufgaben **V1-V10** werden zunächst einzelne Längen ähnlicher Figuren bestimmt. Dabei hilft ein phänomenologischer Zugang (**V1**, **V2**), einen gelungenen Einstieg in das Thema Strahlensätze zu finden. Weitere inner- (**V3-V7**) und außermathematische Aufgabenformate (**V8-V10**) zeigen Anwendungen in verschiedenen Kontexten im Bereich des ersten und zweiten Strahlensatzes. **V8-V10** sind dabei als vertiefende Aufgaben einzuschätzen und vor allem für sicherere Lernende gut geeignet.

V1 Ziel: Schätzen von Längen mit Hilfe von Skizzen

Dauer 15 min

Bezug Nach **E2** oder nach **O1**, weiter mit **V2**. Als **HA** geeignet.

Hinweise Training; die Lernenden setzen sich mit einer Alltagssituation auseinander und entwickeln ein dazugehöriges mathematisches Modell. Auf gleiche Einheiten ist zu achten. Die Lernenden können durchaus unterschiedliche Skizzen entwickeln, die kein gemeinsames Zentrum beinhalten. Hier ist eine Reflexion bezüglich der Winkeltreue und somit ähnlicher Dreiecke ratsam. Es empfiehlt sich, ggf. eine Verschiebung in Richtung eines gemeinsamen Zentrums zu diskutieren und die dadurch bessere Schätzung zu thematisieren.

V2 Ziel: Vergleich von Schätzungen, Messungen und maßstabsgerechten Zeichnungen

Dauer 35 min

Bezug Nach **E2** oder nach **O1** oder nach **V1**. Als **HA** geeignet.

Hinweise Training; Die Lernenden nutzen hier die Ähnlichkeiten von Dreiecken. Das kleine Dreieck wird dabei von Unterarm und Daumen gebildet. Auf gleiche Einheiten beim Rechnen ist zu achten. Die Lernenden können hier auch zusammenarbeiten, um sich Aufgaben wie Messen und Aufschreiben zu teilen. Vor- und Nachteile der einzelnen Methoden können im Plenum zusammengetragen werden.

V3 Ziel: Erkennen von Strahlensatzfiguren

Dauer 10-15 min

Bezug Nach **E1-E2**, **O2**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Training; Die Lernenden entwickeln einen kritischen Blick zur Identifikation von Strahlensatzfiguren. Es sollte auf eine kohärente Schreibweise geachtet werden (z.B.: das Zentrum zuerst nennen oder das „nicht-Verdrehen“ von Brüchen auf einer Seite der Gleichung).

V4 Ziel: Ergänzung von Strahlensatzgleichungen mit verschiedenen Lücken mithilfe einer Skizze

Dauer 10-15 min

Bezug Nach **E1-E2**, **O2**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Training; Die Lernenden verbinden hier eine Skizze mit verschiedenen Strahlensatzgleichungen. Vor allem diagonal stehende Lücken fordern hierbei die Lernenden. Das Abmalen der Skizze und Verwenden verschiedener Farben kann schwächeren Lernenden als Hilfe dienen. Teilweise gibt es mehr als eine Lösung (siehe Lösungsheft).

V5 Ziel: Anwendung des zweiten Strahlensatzes im Anwendungskontext

Dauer 10 min

Bezug Nach **E1-E2**, **O2**. Als **HA** geeignet.

Hinweis **V5** stellt die erste kontextgebundene Strahlensatzaufgabe im Bereich Vertiefen dar (**V1** und **V2** können auch ohne diese konkreten Sätze bearbeitet werden). Die Lernenden sollten hier auf die korrekte Beschriftung der Skizze achten, indem sie sich zum Beispiel gegenseitig kontrollieren.

V6 Ziel: Identifikation von Fehlern bei Strahlensatzgleichungen zu gegebenen Skizzen

Dauer 10-15 min

Bezug Nach **E1-E2**, **O2**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Diese Aufgabe sollte von allen Lernenden gleichermaßen bearbeitet werden, da hier der Blick für die korrekte Aufstellung der Strahlensätze thematisiert wird. Die gefundenen Fehler sollten deutlich hervorgehoben und die korrekte Variante dargestellt werden.

V7 Ziel: Konstruieren von Strahlensatzfiguren aus gegebenen Dreiecken

Dauer 15-20 min

Bezug Nach **V1-V6**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Die Lernenden müssen hier geeignete Ecken für das Zentrum einer Strahlensatzfigur finden. Das Aufstellen eines anschließenden Plans kann helfen, strukturiert die Aufgabe zu bearbeiten.

Basisaufgabe V7 Ziel: Konstruieren von Strahlensatzfiguren aus gegebenen Dreiecken

Dauer 10-20 min

Bezug Nach **V1-V6**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Die Basisaufgabe ist inhaltsgleich zu **V7a)**. Jedoch weist sie eine stärkere Strukturierung auf. Durch das Übereinanderlegen der beiden Dreiecke ist die Strahlensatzfigur deutlicher zu erkennen. Einzelne Aspekte von ähnlichen Dreiecken werden hier noch einmal thematisiert, um den Zusammenhang zu Strahlensätzen zu verdeutlichen. Dies schafft eine festere Grundlage zur anschließenden Berechnung der Seiten. In Aufgabenteil **b)** geht es dann konkret um die Berechnung des Umfangs. Ein Lösungsweg ohne Strahlensätze wird in dieser Aufgabenvariation nicht erarbeitet.

V8 Ziel: Verhältniseinteilungen durch geschickte Konstruktion von Strahlensatzfiguren

Dauer 15-25 min

Bezug Nach **V1-V7**.

Hinweis Diese Problemlöseaufgabe ist sehr gehaltvoll. Um die Streifen hinter dem Papierstreifen besser zu erkennen, kann beispielsweise Butterbrotpapier verwendet werden (dieser Tipp sollte bei der Verwendung als Hausaufgabe vorher klar genannt werden). Auch das Nachzeichnen einer einzigen Strahlensatzfigur kann schwächeren Schülerinnen und Schülern helfen, sich besser zu orientieren. Die Lehrkraft ist bei dieser Aufgabe angehalten, die einzelnen PADEK-Schritte zu betonen und darauf zu achten, dass die Lernenden planvoll vorgehen, um das Problem systematisch zu lösen.

V9 Ziel: Konstruktion von Strahlensatzfiguren mit Rotationspunkt als Zentrum

Dauer 15-20 min

Bezug Nach **V1-V7**, weiter mit **V10**. Als **HA** geeignet.

Hinweis In dieser Aufgabe ist vor allem die Konstruktion einer geeigneten Strahlensatzfigur entscheidend. Entweder kann diese in „Sanduhrenform" bleiben (ähnlich zu dem Bild) – hier muss dann entsprechend auf die korrekte Aufstellung des Terms geachtet werden. Bei einer schwächeren Lerngruppe empfiehlt sich, in einem Zwischenschritt durch Rotation eines Dreiecks beide Dreiecke in die klassische Strahlensatzfigur zu überführen (siehe Lösungsheft).

V10 Ziel: Konstruktion von Strahlensatzfiguren mit Rotationspunkt als Zentrum und Schätzung

Dauer 15-25 min

Bezug Nach **V9**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Training; Diese Aufgabe sollte direkt im Anschluss an **V9** bearbeitet werden. Auch hier ist eine Rotation eines Dreiecks bei schwächeren Lernenden hilfreich. Zur Steigerung der Komplexität im Anschluss an **V9** muss hier noch eine weitere Strecke ($\overline{AB}$) geschätzt werden (siehe Lösungsheft). Bei der Bearbeitung als Hausaufgabe sollte dies beachtet und im Vorfeld klar genannt werden.

Vertiefen 2 Längen in rechtwinkligen Dreiecken bestimmen

Hintergrund	Die Vertiefenaufgaben **V11-V25** beinhalten Aufgaben zum Satz des Pythagoras. Hierbei geben zahlreiche Trainingsaufgaben, die vielfältigen Aufgabenformate zur Wiederholung. **V11**, **V12** und **V14** thematisieren die Berechnung von Längen im Anwendungskontext. **V13-V16** handeln außerdem von Zusammenhängen mit dazugehörigen Flächen. Auch die Umkehrung des Satzes des Pythagoras wird in **V17** thematisiert. In den folgenden Aufgaben soll vor allem der sichere Umgang im Mittelpunkt stehen, sodass **V18-V25** verschiedene Zugänge dazu bieten. **V24** ist vor allem für stärkere Schülerinnen und Schüler konzipiert, wobei eine entsprechende Basisaufgabe nach unten differenziert und somit die Entdeckung des Pythagoras im Raum für alle ermöglicht wird.

V11 Ziel: Erkennen von rechtwinkligen Dreieckssituationen im Anwendungskontext

Dauer 10-20 min

Bezug Nach **E4-E5**, **O4**. Als **HA** geeignet.

Hinweise Training; Durch das Erstellen der Skizze wird deutlich, dass es sich um zwei identische Situationen handelt. Für den mathematischen Inhalt ist es irrelevant, ob die obere Leiter gedreht ist, oder wie groß das Zwischenpodest ist.

Basisaufgabe V11 Ziel: Erkennen von rechtwinkligen Dreieckssituationen im Anwendungskontext

Dauer 10-20 min

Bezug Nach **E4-E5**, **O4**. Als **HA** geeignet.

Hinweise Die Basisaufgabe ist inhaltsgleich zu **V11.** Der erste Teil ist stärker vorstrukturiert, indem die passende Skizze schon gegeben ist. Die Lernenden begründen an dieser Stelle, warum die Skizze alle erforderlichen Informationen enthält. Somit wird die Übertragung des Realmodells auf das mathematische Modell vereinfacht, wobei eine Reflexion erhalten bleibt.

V12 Ziel: Erkennen von rechtwinkligen Dreieckssituationen im Anwendungskontext

Dauer 15-20 min

Bezug Nach **E4-E5**, **O4**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Training; Vor allem die Vorüberlegung, dass die Rutsche nicht am Ufer enden darf, sondern in den See hineinragen muss, ist zentral (ggf. vorher klären, falls Aufgabe als Hausaufgabe dient). In Aufgabenteil **b)** erkennen die Lernenden, dass es ausreicht, den Winkel einer maßstabsgetreuen Zeichnung zu messen. Dies kann im Klassenverband noch einmal zentral herausgestellt werden, indem die Ähnlichkeiten beider Dreiecke (Skizze und Real-situation) erläutert werden.

Basisaufgabe V12 Ziel: Erkennen von rechtwinkligen Dreieckssituationen im Anwendungskontext

Dauer 15-20 min

Bezug Nach **E4-E5**, **O4**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Die Basisaufgabe ist inhaltsgleich zu **V12**. Der erste Teil ist stärker vorstrukturiert, indem die passende Skizze schon gegeben ist. Die Lernenden begründen an dieser Stelle, warum die Skizze alle erforderlichen Informationen enthält. Somit wird die Übertragung des Realmodells auf das mathematische Modell vereinfacht, wobei eine Reflexion erhalten bleibt. Vor allem die Vorüberlegung, dass die Rutsche nicht am Ufer enden darf, sondern in den See hineinragen muss, ist zentral. In Aufgabenteil **b)** erkennen die Lernenden, dass es ausreicht, den Winkel einer maßstabsgetreuen Zeichnung zu messen. Dies kann im Klassenverband noch einmal zentral herausgestellt werden, indem die Ähnlichkeiten beider Dreiecke (Skizze und Realsituation) erläutert werden.

V13 Ziel: Vorgehen und Berechnung der Hypotenuse verschiedener Dreiecke

Dauer 10-15 min

Bezug Nach **E4-E5**, **O4**.

Hinweis Training; In dieser Aufgabe wird durch die Verwendung des Applets vor allem der Umgang mit digitalen Werkzeugen geschult und mit dem Wissen über rechtwinklige Dreiecke verknüpft. Im zweiten Teil der Aufgabe geht es um das Verbalisieren des Satzes des Pythagoras.

V14 Ziel: Kombination von Strahlensatz und Satz des Pythagoras

Dauer	15-20 min
Bezug	Nach **E4-E5**, **O4**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Training; Diese Aufgabe ist sehr handlungsorientiert konzipiert. Das richtige Messen in der Realsituation sowie die Übertragung in eine geeignete Skizze stellen hierbei wesentliche Komponenten dar.

V15 Ziel: Überprüfung der Rechtwinkligkeit über Flächeninhalte

Dauer	5-10 min
Bezug	Nach **E6**, **O5**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Training; Die Bearbeitung dieser Aufgabe kann entweder durch Abzählen oder durch Rechnen geschehen. Die Lehrkraft sollte hier noch einmal deutlich herausstellen, dass diese Aufgabe die Umkehrung des Satzes des Pythagoras thematisiert.

V16 Ziel: Bestimmung des Flächeninhaltes an der Hypotenuse

Dauer	5-10 min
Bezug	Nach **E4-E5**, **O4**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Training; Im Gegensatz zu **V15** geht es in dieser Aufgabe wieder um die gewohnte Richtung über den Satz des Pythagoras. Die Trainingsaufgabe dient vor allem schwächeren Schülerinnen und Schülern zur Übung.

V17 Ziel: Überprüfung auf Rechtwinkligkeit verschiedener Dreiecken bei gegebenen Seitenlängen

Dauer	25-35 min
Bezug	Nach **E6**, **O5**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Die Lernenden setzen sich mit dem systematischen Probieren auseinander. Hier kann noch einmal eine geeignete Systematisierungshilfe diskutiert werden. In Aufgabenteil **b)** werden zwei Möglichkeiten zur Überprüfung vergleichend durchgeführt und in **c)** kritisch reflektiert. Die Umkehrung des Satz des Pythagoras wird hierbei intensiv eingeübt. In Aufgabenteil **d)** werden die vorherigen Aufgabenteile verschränkt. Die Lehrkraft sollte hier besonders auf die Abstraktion der vorherigen Beispiele achten.

Basisaufgabe **V17** Ziel: Überprüfung auf Rechtwinkligkeit verschiedener Dreiecken bei gegebenen Seitenlängen

Dauer	25-35 min
Bezug	Nach **E6**, **O5**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Die Basisaufgabe enthält nicht den Aufgabenteil **a)** und **d)**. Zur Überprüfung auf Rechtwinkligkeit wird hier ein Beispiel ausführlich angegeben, an dem sich schwächere Lernende orientieren können, um die anderen Längenkombinationen zu überprüfen. Die Aufgabe dient dazu, die Lernenden in ihrem Vorgehen zu stützen und hilft bei der Strukturierung. Eine Reflexion der Aufgaben ist auch im Basisweg durch Aufgabenteil **b)** realisiert.

V18 Ziel: Flexibler Umgang mit unterschiedlichen Seitenbezeichnungen und dazugehörige Gleichungen

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach **V11-V14**, **V16**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Training; Diese Aufgabe stellt noch einmal den kalkülorientierten Blick ins Zentrum. Hier wird vor allem auf die Notation geachtet. Im Training befinden sich noch weitere Beispiele. Darüber hinaus können sich auch Lernende selbst Beispiele ausdenken und gegenseitig zuordnen. Hierdurch soll vor allem die Kompetenz im Umgang mit Variablen weiter gefördert werden.

V19 Ziel: Höhenberechnung im gleichschenkligen Dreieck

Dauer 15-25 min

Bezug Nach **V11-V14**, **V16**. Als **HA** geeignet.

Hinweis In dieser Aufgabe wird nicht explizit auf die Erstellung einer Skizze hingewiesen. Es ist darauf zu achten, dass die Lernenden eine geeignete Darstellung wählen, um das Problem zu lösen. Für Aufgabenteil **b)** eignet sich eine gesonderte Skizze, die darstellt, dass $\frac{7}{5}$ der Länge der Leiter gesucht sind.

Basisaufgabe **V19** Ziel: Höhenberechnung im gleichschenkligen Dreieck

Dauer 15-25 min

Bezug Nach **V11-V14**, **V16**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Die Basisaufgabe ist inhaltsgleich zu **V19**. Der erste Teil ist jedoch stärker vorstrukturiert, indem die Lernenden die passende Skizze auswählen. Die Lernenden begründen an dieser Stelle, warum die Skizze alle erforderlichen Informationen enthält und wieso die übrigen Skizzen ungeeignet sind. Hierdurch wird eine stärkere Verbindung von Realsituation und Mathematisierung geschaffen. In Aufgabenteil **b)** ist darauf zu achten, dass die sechs Sprossen und das abschließende Podest die Leiter in sieben Teile teilen. Die drittletzte Sprosse deckt also eine Länge von $\frac{4}{7}$ ab. Gerade hier sind ein Austausch und eine kritische Reflexion anhand einer Skizze sinnvoll.

V20 Ziel: Erkennen von rechtwinkligen Dreiecken in gegebenen Skizzen

Dauer 20-25 min

Bezug Nach **V11-V14**, **V16**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Diese Aufgabe dient dem Erkennen des Satzes des Pythagoras und dem Umformen einer Gleichung mit Variablen nach bestimmten Unbekannten. Die rechte Spalte kann dabei von stärkeren Lernenden bearbeitet werden. Ein gegenseitiger Vergleich der Umformungen erhöht die Selbständigkeit des Arbeitens.

V21 Ziel: Einteilung von Flächen in rechtwinklige Dreiecke

Dauer 20-25 min

Bezug Nach **V18-V20**. Als **HA** geeignet.

Hinweise In dieser kontextbezogenen Aufgabe müssen zunächst kalkulierbare Flächen identifiziert werden. Dabei sind unterschiedliche Vorgehensweisen möglich, die im Plenum vorgestellt werden können. Das vernetzende Element im Zusammenhang mit der Prozentrechnung verbindet dabei verschiedene mathematische Bereiche. Die Lehrkraft sollte darauf achten, diese Vernetzung noch einmal deutlich zu machen.

V22 Ziel: Erkennen von rechtwinkligen Dreieckssituationen

Dauer 5-10 min

Bezug Nach **V18-V20**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Die Lernenden entwickeln ausgehend vom Text eine Skizze, in der auch die abgelaufene Länge eingetragen wird. Diese kann beispielsweise durch 0,5 m pro Schritt berechnet werden. Zur Erstellung der fertigen Skizze ist also eine weitere Vorüberlegung notwendig (diese im Vorfeld besprechen, falls Aufgabe zu Hause bearbeitet werden soll). Andere Schrittlängen sind natürlich auch angemessen.

Basisaufgabe **V22** Ziel: Erkennen von rechtwinkligen Dreieckssituationen

Dauer 5-10 min

Bezug Nach **V18-V20**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Die Basisaufgabe ist inhaltsgleich zu **V22**. Nachdem in den vorherigen Basisaufgaben oftmals Skizzen vorgegeben wurden, wird hier durch ein Bild der Situation unterstützend eingegriffen. Die Problemstellung wird dann ausgehend vom Bild in Eigenleistung auf eine Skizze übertragen. Darüber hinaus wurde die Schrittlänge vorgegeben. Eine Reflexion zur Passung ist angebracht, da die Drachenschnur stark durchhängt.

V23 Ziel: Termumformungen nach verschiedenen Größen in rechtwinkligen Dreiecken

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach **V18-V20**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Die Lernenden berechnen hier fehlende Längen mit Hilfe des Satzes des Pythagoras. Sowohl ausgehend von einer Skizze als auch ausgehend von reinen Längenangaben. Im zweiten Teil der Aufgabe empfiehlt sich eine Skizze oder ein Abgleich mit Skizzen aus dem ersten Teil, um den passenden Term zu generieren.

V24 Ziel: Satz des Pythagoras im dreidimensionalen Raum

Dauer	15-25 min
Bezug	Nach **V18-V20**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	In dieser Aufgabe wird der Satz des Pythagoras auf eine dreidimensionale Situation übertragen. Hierzu ist eine Skizze hilfreich, die die Situation widerspiegelt. Die Lernenden sollten zunächst einen Plan aufstellen wie die gesuchte Größe zu ermitteln ist. Ein zweischrittiges Vorgehen ist hier sinnvoll (ggf. sind hier Hinweise für die Hausaufgabe ratsam). Im Anschluss daran kann die Lehrkraft auch die Zusammenfassung des Vorgehens in nur einer Rechnung thematisieren.

Basisaufgabe **V24** Ziel: Satz des Pythagoras im dreidimensionalen Raum

Dauer	15-25 min
Bezug	Nach **V18-V20**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Die Basisaufgabe ist inhaltsgleich zu **V24**. Durch die starke Vorstrukturierung kann die Verkettung vom Satz des Pythagoras schrittweise vollzogen werden. Hierbei hilft eine farbige Skizze eines Quaders an dem ersichtlich wird, dass zunächst die grüne Diagonale errechnet wird und diese hilft, um die gesuchte blaue Strecke zu bestimmen. Bei Rechnungen ist darauf zu achten, dass die Torbreite zunächst halbiert werden muss.

V25 Ziel: Problemlöseaufgabe im Anwendungsbereich unter Verknüpfung mit Prozentrechnung

Dauer	30-40 min
Bezug	Nach **V18-V20**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Diese Problemlöseaufgabe im realitätsnahen Kontext eignet sich für Lernende auf allen Leistungsniveaus. Hier können die Lernenden arbeitsteilig in Kleingruppen agieren (falls die Aufgabe nicht als Hausaufgabe gestellt wird), um Trampelpfade in der Umgebung zu finden und auszumessen. Auch die Gehgeschwindigkeit muss ermittelt werden. Entweder durch Erfahrungen, Schätzungen oder Recherchen. Hier sind vielfältige Beispiele zu erwarten, die im Plenum verglichen werden können (ein Museumsgang ist denkbar).

Vertiefen 3 Beweise zum Satz des Pythagoras

Hintergrund	Dieser Aufgabenkomplex (**V26-V30**) beinhaltet verschiedene Zugänge zu Beweisen des Satzes des Pythagoras. Dabei wird besonders auf die Identifikation verschiedener Arbeitsstrategien Wert gelegt. Da jede dieser Aufgaben sehr reichhaltig ist, hat die Lehrkraft in diesem Teil eine gute Gelegenheit sich auf einen Teil (oder nur eine) der Vertiefenaufgaben **V26-V28** zu konzentrieren (Einteilungen in Gruppen sind auch denkbar). Die abschließenden Aufgaben **V29**, **V30** stellen eine weitergehende Vertiefung dar, die den Satz des Pythagoras noch einmal von anderen Seiten beleuchtet.

V26 Ziel: Erkennen von ähnlichen Dreiecken zum Beweis des Satz des Pythagoras

Dauer	20-30 min
Bezug	Nach **E4-E5**, **O4**.
Hinweise	Dieser Ähnlichkeitsbeweis zum Satz des Pythagoras ist vor allem für nicht ganz so leistungsstarke Lernende konzipiert. Die Vorstrukturierung und die Vorgabe nützlicher Strategien führt die Lernenden durch den Beweis.

V27 Ziel: Beweis des Satz des Pythagoras über Innenwinkelsummen

Dauer	20-30 min
Bezug	Nach **E4-E5**, **O4**.
Hinweise	Dieser Beweis ist im Gegensatz zu **V26** ein stückweit komplexer. Der Beweis ist dabei auf die Teilaufgaben **a)** bis **c)** aufgeteilt. Hier ist vor allem die Lehrkraft angehalten, durch individuelle Hilfestellungen nicht zu viel vorwegzunehmen. Das Ausschneiden und Nachlegen der Figur ist vor allem für schwächere Lernende besonders sinnvoll.

V28 Ziel: Intuitiv geometrisch-anschaulicher Beweis zum Satz des Pythagoras

Dauer	20-30 min
Bezug	Nach **E4-E5**, **O4**.
Hinweis	Der Beweis durch Zerlegen und umsortieren ist besonders handlungsorientiert, die Formulierung des Beweises ist jedoch anspruchsvoll. Hier muss vor allem auf gleiche Winkel und gleichlange Seiten in den verschiedenen Figuren geachtet werden. Die Lernenden können hier beispielsweise zunächst möglichst viele Auffälligkeiten sammeln, die anschließend im Plenum sortiert werden und zum Beweis ergänzt werden.

V29 Ziel: Übertragung des Wissens über den Satz des Pythagoras auf Körper

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach **E4-E5**, **O4**.
Hinweis	Nachdem erste Beweise diskutiert wurden, geht diese Aufgabe über in dreidimensionale Körper. Dabei dient Aufgabenteil **a)** also Vorbereitung auf den anschließenden Aufgabenteil **b)** in dem es um ganz beliebige, aber ähnlichen Körper geht.

V30 Ziel: Erkundung pythagoreischer Tripel

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach **E4-E5**, **O4**.
Hinweis	In dieser Vertiefenaufgabe wird die Strategie systematisches Probieren gefördert und mit den Eigenschaften des Satz des Pythagoras verknüpft. Schwächeren Schülerinnen und Schülern können dabei entsprechende Plättchen oder eine Systematisierungshilfe in Form einer Tabelle helfen.

Vertiefen 4 Strategien anwenden

Hintergrund	Die Vertiefenaufgaben **V31-V36** verschränken das neu gewonnene Wissen zum Satz des Pythagoras mit dem planvollen Problemlösen. Dafür werden in **V31** und **V32** zunächst verschiedene Strategien wiederholend dargestellt. Diese Aufgaben eignen sich daher besonders gut für einen Wiedereinstieg. **V33** und **V34** legen besonderen Wert auf innermathematische Strukturen des Satz des Pythagoras (**V33**) auch im Zusammengang mit Flächeninhalten (**V34**). **V35** dient der Erkennung und Anwendung nützlicher Strategien – vor allem mit dem Fokus auf Begründungen geeigneter Skizzen. **V36** stellt eine klassische Problemlöseaufgabe dar, die Lernenden aller Niveaus fordert und fördert.

V31 Ziel: Planvolle Strategieauswahl und anschließende Umsetzung im Kontext des Satzes des Pythagoras

Dauer	30-40 min
Bezug	Nach **E7-E8**, **O6**. Als **HA** geeignet.
Hinweise	Die Verknüpfung von Strategieanwendung und dem Satz des Pythagoras wird in dieser Aufgabe thematisiert. Dabei ist Beispiel (1) sehr handlungsorientiert gestaltet. In Beispiel (2) wird dabei die Rückrichtung des Satzes des Pythagoras in den Fokus gesetzt, um auch dieses Rechenkalkül mit der Reflexion über zu nutzende Strategien zu verschränken. Im letzten Beispiel (3) geht es im letzten Schritt vor allem um eine kritische Rückführung von der Mathematisierung zur Problemstellung.

Basisaufgabe **V31** Ziel: Planvolle Strategieauswahl und anschließende Umsetzung im Kontext des Satzes des Pythagoras

Dauer	30-40 min
Bezug	Nach **E7-E8**, **O6**. Als **HA** geeignet.
Hinweise	Die Basisaufgabe ist inhaltsgleich zu **V31**. Das Beispiel (3) dient hierbei als Einstieg in die Aufgabe. Es wird an dieser Stelle ein möglicher Lösungsweg vorgestellt, wobei die Lernenden damit verschiedene Strategien identifizieren. Dies ermöglicht ein eigenständigeres Vorgehen in Aufgabenteil **b)**, in dem die anderen Problemstellungen gelöst werden sollen. Die abschließende Reflexion über die Häufigkeit der genutzten Strategien verbindet die bearbeiteten Beispiele noch einmal auf einer metakognitiven Ebene.

V32 Ziel: Nachvollziehen vorgeschlagener Strategien zur Problemlösung

Dauer	15-25 min
Bezug	Nach **E7-E8**, **O6**. Als **HA** geeignet.
Hinweise	In dieser Vertiefenaufgabe reflektieren die Lernenden – ähnlich wie in Aufgabe **V32** – verschiedene Strategien. Da schon die ersten beide Schritte des PADEK-Modells vorgegeben wurden, werden die Lernenden in dieser Aufgabe auf verschiedene Arbeitswege aufmerksam gemacht, die nachvollzogen und eigenständig vollendet werden sollen. Die Lehrkräfte sollten hier vor allem die Unterschiede beider Ansätze gemeinsam mit der Klasse thematisieren.

V33 Ziel: Reflexion zu Rechenoperationen beim Satz des Pythagoras

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach **V32**. Als **HA** geeignet.
Hinweis	In dieser Aufgabe sollte vor allem in Bezug auf bisherige Problemlöseaufgaben gearbeitet werden. **V32** kann hier als Ausgang zur Reflexion dienen. Die Lehrkraft sollte vor allem die Berechnung von Katheten – und ein ggf. dazugehöriges Umstellen der Gleichung – thematisieren.

V34 Ziel: Berechnung von Flächeninhalten bei rechtwinkligen und gleichseitigen Dreiecken

Dauer	15-20 min
Bezug	Nach **V35**.
Hinweis	Diese Vertiefenaufgabe erfordert zunächst ein gutes Textverständnis. Hierzu können die Lernenden beispielsweise in Paaren arbeiten, oder sich den Text durch andere Strategien strukturieren, um den Inhalt zu verstehen. Skizzen und eigene Beispiele helfen, das Problem zu verdeutlichen. Die Teilaufgaben können auch getrennt voneinander bearbeitet werden, wobei Aufgabenteil **b)** etwas herausfordernder ist.

V35 Ziel: Zuordnung von Realsituationen zu gegebenen Skizzen

Dauer	10-20 min
Bezug	Nach **E7-E8**, **O6**. Als **HA** geeignet.
Hinweise	Lernende, die Schwierigkeiten bei der Übertragung von Realsituation zu einer geeigneten Skizze haben, sollten diese Aufgabe nicht auslassen. Hierbei sollte der Aufgabenteil **b)** keinesfalls ausgelassen werden, da gerade die Begründungsstrukturen Aufschluss über das Verständnis geben. Aufgabenteil **c)** kann ggf. ausgeweitet werden.

V36 Ziel: Problemlöseaufgabe mit verschiedenen Lösungswegen (u.a. Satz des Pythagoras)

Dauer	15-25 min
Bezug	Nach **V31-V35**.
Hinweis	Diese klassische Problemlöseaufgabe bietet großes Potential auf allen Leistungsniveaus. Schwächere Schülerinnen und Schüler können hier nach Bedarf auch zusammenarbeiten (auf Leistungshomogenität ist zu achten). Als Lehrkraft ist auf die große Vielfalt der Lösungswege Wert zu legen, da hier die Perspektiven der einzelnen Lernenden besonders gefördert werden können.

Vertiefen 5 Vernetzte Aufgaben

Hintergrund	Die Vertiefenaufgaben **V37-V45** schließen das Kapitel zum Bestimmen unbekannter Maße ab und stellen deshalb den vernetzenden Aspekt in den Mittelpunkt. Sämtliche Aufgaben sind daher in einen realitätsnahen Kontext eingebunden. Dieser sollte durch die Lernenden daher stets kritisch reflektiert werden. Die Lehrkraft sollte in diesem Aufgabenkomplex vor allem auf eine angemessene Mathematisierung achten (z.B. eine geeignete Skizze, Verwendung relevanter Informationen). Da jede Aufgabe recht umfangreich ist, empfiehlt sich eine Vorauswahl oder Aufteilung durch die Lehrkraft. Die Aufgaben können besonders gut in Kleingruppen gelöst werden, da vielfältige Diskussionsimpulse geboten werden.

V37 Ziel: Verknüpfung von Seitenverhältnissen und dem Satz des Pythagoras

Dauer 30-40 min

Bezug Nach **E9**, **O7**. Als **HA** geeignet.

Hinweise Skizzen, die beide Seitenverhältnisse darstellen, geben einen ersten Eindruck von der Charakteristik der Aufgabe. Die Lehrkraft kann hier die beiden Formate noch einmal gemeinsam mit den Lernenden gezielt thematisieren. Ebenso die Darstellung mit einer Variablen kann gut im Plenum diskutiert werden, da dies ein qualifiziertes Variablenverständnis erfordert.

Basisaufgabe **V37** Ziel: Verknüpfung von Seitenverhältnissen und dem Satz des Pythagoras

Dauer 30-40 min

Bezug Nach **E9**, **O7**. Als **HA** geeignet.

Hinweise Im Basisweg bekommen die Lernenden durch eine Stichpunktliste konkrete Anweisungen, die das Vorgehen zur Lösung strukturieren. Die Lehrkraft kann hier die beiden Formate noch einmal gemeinsam mit den Lernenden gezielt thematisieren. Ebenso die Darstellung mit einer Variablen kann gut im Plenum diskutiert werden, da dies ein qualifiziertes Variablenverständnis erfordert. Dies hilft auch in Teilaufgabe **b)** zur erfolgreichen Bearbeitung.

V38 Ziel: Umgang mit zwei Variablen

Dauer 15-20 min

Bezug Nach **E9**, **O7**. Als **HA** geeignet.

Hinweise Das Verständnis dieser Aufgabe ist recht einfach. Jedoch wird hier der Umgang mit zwei Variablen geübt. Dies sollte eingehend mit den Lernenden thematisiert werden. Die eigentliche Durchführung des aufgestellten Plans (Umstellen einer Gleichung nach einer Variablen und Einsetzen in die andere Gleichung) sollte dann weniger Schwierigkeiten bereiten. Auch binomische Formeln werden hier verwendet, sodass eine gegenseitige Kontrolle angeraten wird. Aufkommende Fehler und ein mögliches Vermeiden dieser sollten in konstruktiver Atmosphäre diskutiert werden.

V39 Ziel: Erkennen von kongruenten Dreiecken in einem Muster – Zusammenhang mit dem Satz des Pythagoras

Dauer 10-20 min

Bezug Nach **E9**, **O7**.

Hinweis Das Arbeitsmaterial bietet für diese geometrische Aufgabe die Möglichkeit, die Situation besser zu strukturieren und gleiche Flächen zu kennzeichnen. Konkretere Fragen nach kongruenten Dreiecken oder nach einem möglichen Umsortieren können schwächeren Lernenden helfen, fokussiert zu arbeiten. Der Zusammenhang zwischen Merves Aussage und dem Satz des Pythagoras sollte aufgegriffen werden.

V40 Ziel: Diagonale eines Fahrzeuges als Hypotenuse

Dauer 20-30 min

Bezug Nach **E9**, **O7**.

Hinweis Diese Aufgabe beinhaltet zunächst einen schätzenden Aspekt, welcher in den weiteren Teilaufgaben nach und nach mathematisch durchdrungen wird. Das Ausschneiden kommt hier vor allem schwächeren Lernenden zugute, deren mentale Flexibilität nicht sehr stark ausgeprägt ist. Das Nachstellen der Situation (zum stärkeren Realitätsbezug) könnte den Lernenden die Erfahrung geben, dass man auch in sehr kleine Parklücken einparken könnte.

V41 Ziel: Längenberechnung mit zusätzlichem Einbezug weiterer Längen

Dauer 25-35 min

Bezug Nach **E9**, **O7**.

Hinweise Die Lernenden filtern zunächst alle relevanten Informationen aus dem Einleitungstext. Hierbei kann in Partnerarbeit diskutiert werden, um das Vorgehen besser zu strukturieren. Darüber hinaus sollte klargestellt werden, dass ebenfalls die Fahrzeughöhe mit in die Rechnung einbezogen werden sollte. Die Verallgemeinerung der Höhenberechnung aus Aufgabenteil **b)** ist etwas anspruchsvoller. Hier sollte die Lehrkraft auf das Variablenverständnis der Lernenden achten.

Basisaufgabe **V41** Ziel: Längenberechnung mit zusätzlichem Einbezug weiterer Längen

Dauer 25-35 min

Bezug Nach **E9**, **O7**.

Hinweise In der Basisaufgabe wurden nicht-relevante Fahrzeugangaben aussortiert, um das Filtern geeigneter Informationen zu erleichtern. Darüber hinaus dienen Zusatzinformationen einer stärkeren Anleitung zur geeigneten Übertragung in die mathematische Welt. Die anschließende Reflexion über genutzte Strategien dient dabei einer vertieften Auseinandersetzung mit dem vorherigen Vorgehen.

V42 Ziel: Beschaffung relevanter Informationen und Modellierung der Sonnenfinsternis

Dauer 20-25 min

Bezug Nach **E9**, **O7**.

Hinweis In dieser Aufgabe wird mit Bezug auf astronomische Phänomene der Strahlensatz realisiert. Die Lehrkraft sollte Möglichkeiten zur Recherche einiger Angaben (Radius der Planeten, Entfernung von Sonne zu Erde und zur Venus) bereithalten. Darüber hinaus sollte auf eine korrekte Skizze geachtet werden. Hier besteht die Gefahr, dass Radius und Durchmesser nicht adäquat dargestellt oder verwechselt werden.

V43 Ziel: Problemlöseaufgabe mit physikalischen Zusammenhängen von Geschwindigkeit, Weg und Zeit

Dauer 25-35 min

Bezug Nach **E9**, **O7**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Diese Problemlöseaufgabe ist recht komplex und erfordert ein reflektiertes Vorgehen. Vor Beginn der Arbeit mit dieser Aufgabe sollte daher noch mal an das PADEK-Modell erinnert werden. Außerdem sollte auf eine vollständige Notation von Gedanken und Annahmen geachtet werden, um Ergebnisse einzusortieren (verschiedene Schätzwerte führen hier schnell zu recht uneinheitlichen Ergebnissen). Diese Diversität soll aber keinesfalls unterbunden werden. Vielmehr ist sie als Mehrwert zu sehen – unter der Voraussetzung, dass die Lernenden alle Schritte erklären können. Andernfalls ist eine spätere Diskussion der Ergebnisse sehr müßig und zeitraubend. In dieser Aufgabe kann sehr gut in Paaren oder Kleingruppen gearbeitet werden.

V44 Ziel: Auswahl eines geeigneten Modells zur Berechnung der Meerestiefe

Dauer 15-20 min

Bezug Nach **E9**, **O7**.

Hinweise Vor allem die Auswahl der geeigneten Abbildung zum Echolot sollte in der Klasse thematisiert werden. Daher eignet sich eine Plenumsphase nach Abschluss von Aufgabenteil **a)**. In dieser Phase kann auch – wenn nötig – auf den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Weg eingegangen werden, um auf Aufgabenteil **b)** vorzubereiten. Eine Diskussion im Anschluss oder eine Übertragung auf andere Objekte mit Echolot (z.B. Delfine) kann bei ausreichend Zeit interessant sein, weil hier beispielsweise von Modell (2) ausgegangen werden kann, da Sender und Empfänger sehr dicht beieinanderliegen.

V45 Ziel: Routenberechnung mit physikalischen Zusammenhängen von Weg, Zeit und Geschwindigkeit

Dauer 20-30 min

Bezug Nach **E9**, **O7**.

Hinweis Zu Beginn sollte die Skizze zunächst vervollständigt werden, um einen guten Überblick zu erlangen. Hierbei können verschiedene Farben (je nach Taktik) Übersicht verschaffen. In Aufgabenteil **b)** können vor allem Kurven zur Diskussion kommen. Diese entsprächen eher der Realität, wobei eine Modellierung ggf. aufwendiger ist. In Teilaufgabe **c)** geht es (wie in **V44**) um Zusammenhänge zwischen Weg, Geschwindigkeit und Zeit. Im Anschluss sollte die komplette Aufgabe noch einmal reflektiert werden und das Vorgehen deutlich gemacht werden.

Kompetenzen

Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler…

- nutzen und reflektieren Strategien zum Lösen mathematischer Probleme.
- führen komplexere Modellierungen durch.
- Unterschieden bewusst zwischen Voraussetzung und Aussage eines Satzes, eines mathematischen Zusammenhangs.

Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler…

- stellen komplexere Problemlösungen mündlich und schriftlich dar.

Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Schreiben und Sprechen: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende (dauerhaft) aktiv nutzen können (zum Teil aus alten Kapiteln):

- Den Satz des Pythagoras nutzen,
- Hypotenuse,
- Kathete,
- Rechtwinkliges Dreieck,
- Die Flächeninhalte der Quadrate über den Seiten,
- Das Dreieck ist dem Dreieck mathematisch ähnlich,
- Strahlen,
- Strahlensätze,
- Strahlen, die vom selben Startpunkt ausgehen,
- … liegt zu … im rechten Winkel,
- Die Strecken/ Strahlen/ … sind zueinander parallel,
- Die Strecken/ Strahlen/ … sind zu einander senkrecht,
- Die Strecken/ Strahlen/ … schneiden sich,
- Die fehlende Länge/ Seite ist …,
- „Wenn … , dann …“,
- Die Voraussetzung ist … und die Aussage ist … .

Lesen und Zuhören: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende in ihrer Bedeutung erfassen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- Pythagoreisches Tripel,
- Verhältnisgleichungen,
- Strahlensatzfigur,
- Streckenlängen,
- Seitenverhältnisse/ Längenverhältnisse.

Überprüfung

Neben einer Klassenarbeit bieten sich hier auch zur Überprüfung die Vergabe von Referatsthemen oder projektartigen Aufgaben an – z.B. zum Beweisen des Satzes von Pythagoras (siehe Vertiefenteil 3) als auch umfassendere Modellierungen, hierzu eignen sich die Aufgaben **V41-V45**.

Die Hinweise beziehen sich auf die Aufgaben im Schulbuch. Alternativ kann mit den zusätzlichen Trainingsaufgaben im Onlinebereich von Cornelsen geübt werden.

Kompetenzen, die im Basisweg angestrebt werden:

Alle Kompetenzen K1-K7 gehören auch zum Basisweg.

Basiskompetenzen, die in der Übe-Kartei für das spätere Vertiefen aufgegriffen werden:

K2 Ich kann Streckenlängen mit Hilfe der Strahlensätze berechnen.

K4 Ich kann Größen (Streckenlängen, Flächeninhalte) mit Hilfe des Satzes des Pythagoras berechnen.

K7 Ich kann bei einem geometrischen Problem entscheiden, ob ein Strahlensatz oder der Satz des Pythagoras hilfreich ist.

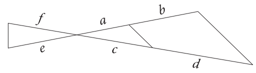
K1/5 Ich kann erklären, wie man mit Hilfe einer der Sätze begründen kann, warum bestimmte Zusammenhänge gelten (z.B.: Vorliegen eines rechten Winkels, Parallele Geraden).

166  Planen eines Erlebnisparks – Unbekannte Maße bestimmen

Checkliste — **Planen eines Erlebnisparks – Unbekannte Maße bestimmen**

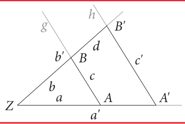
Ich kann ... Ich kenne ... | *Hier kann ich üben ...*

K1 **Ich kann erkennen, wann die Strahlensätze angewendet werden können und kann die Verhältnisgleichungen angeben.**
Erläutere an Hand der Skizze, wann man die Strahlensätze anwenden kann, und gib die entsprechenden Gleichungen an.



S. 150 Nr. 2, 3
S. 151 Nr. 6, 7

K2 **Ich kann Streckenlängen mit Hilfe der Strahlensätze berechnen.**
Bestimme die fehlenden Größen ($g \parallel h$).
(1) $a = 2$ m; $b = 0{,}7$ m; $b' = 2{,}1$ m
(2) $c' = 34$ cm; $a' = 70$ cm; $a = 2$ dm

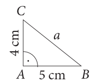


S. 150 Nr. 1, 2
S. 151 Nr. 5
S. 152 Nr. 8 – 10

K3 **Ich kann den Satz des Pythagoras in eigenen Worten wiedergeben, dabei auch die Voraussetzungen deutlich benennen.**
Wann kann man den Satz des Pythagoras anwenden und was sagt er aus?

S. 153 Nr. 13
S. 154 Nr. 15, 16,
S. 155 Nr. 18, 20
S. 156–158 Nr. 25–28
S. 161/162 Nr. 35/38

K4 **Ich kann Streckenlängen mit Hilfe des Satzes des Pythagoras berechnen.**
Berechne die fehlende Seitenlänge des rechtwinkligen Dreiecks.



S. 153 Nr. 14
S. 155 Nr. 19
S. 156 Nr. 21–25

K5 **Ich kann erklären, wie man mit Hilfe der Umkehrung des Satzes des Pythagoras rechte Winkel finden kann.**
Beschreibe, wie man mit einer Knotenschnur mit 40 Knoten, die in gleichen Abständen liegen, einen rechten Winkel konstruieren kann.

S. 154 Nr. 17
S. 158 Nr. 30

K6 **Ich kann zu geometrischen Problemen Strategien verwenden, zum Beispiel** Skizze erstellen **und** Gegebenes und Gesuchtes aufschreiben.
Welchen Durchmesser muss ein Baumstamm mindestens haben, um daraus einen Balken mit einem Querschnitt eines Rechtecks $a = 16$ cm und $b = 26$ cm auszusägen? Erstelle eine Skizze und gib an, was gegeben und was gesucht ist.

S. 159 Nr. 31
S. 160 Nr. 32
S. 161 Nr. 35

K7 **Ich kann bei einem geometrischen Problem entscheiden, ob ein Strahlensatz oder der Satz des Pythagoras hilfreich ist.**
Ein Sendemast ist 263 m hoch. 50 m unterhalb der Spitze sind zwei Halteseile angebracht, die 200 m vom Mast entfernt am Boden ankommen.
Wie lang sind die beiden Seile?
Wenn man eine Erbse (ca. 5 mm Durchmesser) 30 cm vom Auge weg hält, verdeckt sie den Mond, der 384 000 km von der Erde entfernt ist.
Wie groß ist der Monddurchmesser?

S. 162 Nr. 37–39
S. 163 Nr. 40, 41
S. 164 Nr. 42, 43

▸ *Hinweis:* Im Materialblock auf Seite 84 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung.
Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter 166-1.
(www.cornelsen.de/mathewerkstatt, Webcode: MWS040036-166-1)

Kompetenzen aus vorangegangenem Kapitel

Ähnlichkeit und Skalierungen:

K2 Ich kann erklären, wann zwei Figuren zueinander mathematisch ähnlich heißen.

K3 Ich weiß, welche Beziehungen für Winkel und Seitenverhältnisse für ähnliche Figuren gelten.

Wurzeln und Irrationale Zahlen

K6 Ich beherrsche die Regeln für das Rechnen mit Wurzeln.

K7 Ich kann mit einfachen Wurzeln von Bruchzahlen und Dezimalzahlen rechnen.

Quadratische Terme

K3 Ich kenne die binomischen Formeln und kann mit ihnen Quadrate und Produkte in Summen und Differenzen umformen.

K4/5 Ich erkenne in Summen (und in Differenzen), ob sie sich in ein Quadrat oder ein Produkt umformen lassen und kann die Umformung durchführen.

Gleichungen

K1-3 Ich kann den gemeinsamen Wert zweier Terme am Graphen, durch systematisches Probieren mit einer Tabelle oder durch Rückwärtsrechnen bestimmen.

Winkelsätze und Abbildungen

K4 Ich kann in Figuren mit Parallelen und Geraden gleich große Winkel erkennen und die Winkelpaare benennen.

Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**: *http://www.ko-si-ma.de → Produkte → Handreichungen → mathewerkstatt 9,*
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040036): *www.cornelsen.de/mathewerkstatt → mathewerkstatt 9* oder *mathewerkstatt 5*.

Pythagoras 1	Bild der Einstiegsseite (SB|KOSIMA)
Pythagoras 2	Basisaufgabe *Höhen bestimmen* (SB E1|MB)
Pythagoras 3	Karte *Topografische Karte* (SB E1|CORNELSEN, Mediencode: 138-1)
Pythagoras 4	Bastelanleitung *Försterdreieck* (SB E1|KOSIMA)
Pythagoras 5	Wissensspeicher *Figuren 3* (SB E1/E1/E2/E2|MB Kl. 7)
Pythagoras 6	Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 3* (SB E1/E1/E2/E2|KOSIMA)
Pythagoras 7	Wissensspeicher *Figuren 15* (SB E1/E1/E2|MB)
Pythagoras 8	Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 15* (SB E1/E1/E2|KOSIMA)
Pythagoras 9	Basisaufgabe *Flying Fox und Brücke* (SB E2|MB)
Pythagoras 10	Ausgefüllter Wissensspeicher *Brüche 4* (SB E6|KOSIMA)
Pythagoras 11	Wissensspeicher *Figuren 1* (SB E2|MB Kl. 7)
Pythagoras 12	Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 1* (SB E2|KOSIMA)
Pythagoras 13	Wissensspeicher *Figuren 6* (SB E3|MB Kl. 7)
Pythagoras 14	Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 6* (SB E3|KOSIMA)
Pythagoras 15	Arbeitsmaterial *Quadrate legen* (SB E4|MB)
Pythagoras 16	DGS-Datei *Rechtwinklige Dreiecke in Quadraten untersuchen* (SB E4|CORNELSEN, Mediencode: 140-1)
Pythagoras 17	DGS-Datei *Dreiecke und Quadrate aus deren Seiten untersuchen* (SB E5|CORNELSEN, Mediencode: 141-1)
Pythagoras 18	Basisaufgabe *Ein Klettergerät mit Strategie entwerfen* (SB E7|MB)
Pythagoras 19	Methodenspeicher *Problemlösen 5* (SB E3|MB Kl. 8)
Pythagoras 20	Ausgefüllter Methodenspeicher *Problemlösen 5* (SB E3|KOSIMA)
Pythagoras 21	Basisaufgabe *Satz des Pythagoras oder Strahlensätze?* (SB E9|MB)
Pythagoras 22	Wissensspeicher *Figuren 1* (SB O1|MB Kl. 7)
Pythagoras 23	Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 1* (SB O1|KOSIMA)
Pythagoras 24	Wissensspeicher *Figuren 15* (SB O1|MB)
Pythagoras 25	Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 15* (SB O1|KOSIMA)
Pythagoras 26	Wissensspeicher *Figuren 16* (SB O1/O2|MB)
Pythagoras 27	Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 16* (SB O1/O2|KOSIMA)
Pythagoras 28	Arbeitsmaterial *Karten zuordnen* (SB O2|MB)
Pythagoras 29	DGS-Datei *Dreiecksbeziehungen zum Satz des Pythagoras untersuchen* (SB O4|CORNELSEN, Mediencode: 146-1)
Pythagoras 30	Arbeitsmaterial *Quadrate legen* (SB O4|MB)
Pythagoras 31	Wissensspeicher *Figuren 17* (SB O4|MB)
Pythagoras 32	Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 17* (SB O4|KOSIMA)
Pythagoras 33	Wissensspeicher *Figuren 18* (SB O5|MB)
Pythagoras 34	Ausgefüllter Wissensspeicher *Figuren 18* (SB O5|KOSIMA)

Pythagoras 35	Methodenspeicher *Problemlösen 5* (SB **O6**|MB Kl. 8)
Pythagoras 36	Ausgefüllter Methodenspeicher *Problemlösen 5* (SB **O6**|KOSIMA)
Pythagoras 37	Methodenspeicher *Argumentieren 1* (SB **O6**|MB)
Pythagoras 38	Ausgefüllter Methodenspeicher *Argumentieren 1* (SB **O6**|KOSIMA)
Pythagoras 39	DGS-Datei *Zusammenstellung von Strategiekarten zur Verwendung* (SB **O6**|CORNELSEN, Mediencode: 148-1)

Pythagoras 40	Basisaufgabe *Den Umfang berechnen* (SB **V7**|MB)
Pythagoras 41	Wissensspeicher *Brüche 3* (SB **V8**|MB Kl. 5)
Pythagoras 42	Ausgefüllter Wissensspeicher *Brüche 3* (SB **V8**|KOSIMA)
Pythagoras 43	Basisaufgabe *Den Aufstieg zum Letterparcours planen* (SB **V11**|MB)
Pythagoras 44	Basisaufgabe *Die Länge der Wasserrutsche* (SB **V12**|MB)
Pythagoras 45	DGS-Datei *Rechtwinklige Dreiecke in Quadraten untersuchen* (SB **V13**|CORNELSEN, Mediencode: 153-1)
Pythagoras 46	Basisaufgabe *Rechtwinklige Dreiecke finden* (SB **V17**|MB)
Pythagoras 47	Basisaufgabe *Arbeitshöhe auf der Leiter* (SB **V19**|MB)
Pythagoras 48	Basisaufgabe *Drachen steigen lassen* (SB **V22**|MB)
Pythagoras 49	Basisaufgabe *Länge der Flugbahn beim Elfmeter* (SB **V24**|MB)
Pythagoras 50	Wissensspeicher *Flächen 7* (SB **V27**|MB Kl. 8)
Pythagoras 51	Ausgefüllter Wissensspeicher *Flächen 7* (SB **V27**|KOSIMA)
Pythagoras 52	Arbeitsmaterial *Beweisen durch Zerlegen und Umsortieren* (SB **V28**|MB)
Pythagoras 53	DGS-Datei *Satz des Pythagoras durch Zerlegen beweisen* (SB **V28**|CORNELSEN, Mediencode: 158-1)
Pythagoras 54	Basisaufgabe *Strategien auswählen* (SB **V31**|MB)
Pythagoras 55	Arbeitsmaterial *Strategien erkennen* (SB **V32**|MB)
Pythagoras 56	Basisaufgabe *Die Größe eines Fernsehers* (SB **V37**|MB)
Pythagoras 57	Arbeitsmaterial *Gleiche Flächeninhalte finden* (SB **V39**|MB)
Pythagoras 58	Basisaufgabe *Hebebühne mit Teleskoparm* (SB **V41**|MB)

Pythagoras 59	Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediencode: 166-1)
Pythagoras 60	Checkliste zum Ausfüllen (SB|MB & CORNELSEN)