Rund um die Schulküche – Mischungsprobleme darstellen und lösen

Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....ab Seite 2
Einstieg.....ab Seite 5
Erkunden.....ab Seite 7
Ordnen.....ab Seite 12
Vertiefen.....ab Seite 16
Checkliste.....ab Seite 22
Digitale Angebote für dieses Kapitel.....ab Seite 24

Herausgegeben von:
Bärbel Barzel
Stephan Hußmann
Timo Leuders
Susanne Prediger

Autoren:
Bärbel Barzel
Bettina Missale
Sibylle Stachniss-Carp

Redaktion:
Raja Herold-Blasius

© 2017 Kosima-Projekt:
Zitierbar als Barzel, B.; Missale, B. & Stachniss-Carp, S. (2017): Rund um die Schulküche – Mischungsprobleme darstellen und lösen. In: Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (Hrsg.): Handreichungen zur Mathewerkstatt 9. Dortmund/ Freiburg/ Essen: Kosima. Online unter www.ko-si-ma.de
© 2017 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin:
Das Copyright gilt für alle dargestellten Seiten und Auszüge von Seiten des Schülerbuches und des Materialblocks der *mathewerkstatt*; Rechteinhaber und Bildquellen sind in den entsprechenden Bildnachweisen dieser Produkte ausgewiesen.

Titel **Rund um die Schulküche- Mischungsprobleme darstellen und lösen**
Thema **Lineare Gleichungssysteme**

Kontexte – Kernfragen – Kernideen

Zentrale Idee dieses Kapitels ist es, alltägliche Probleme in Gleichungssystemen auszudrücken und deren unbekannte Werte bestimmen zu können. Die schülernahen Alltagsprobleme liegen hier vor allem in der Lebensmittelherstellung im häuslichen Umfeld. Mit konkreten Problemstellungen, wie Mischungsverhältnisse in einem Rezept oder Preisen von Produkten, sollen die Schülerinnen und Schüler eigene Gleichungssysteme aufstellen und verschiedene Lösungsverfahren entwickeln. Dabei wird an Heuristiken und Verfahren des Kapitels „Gleichungen“ angeknüpft, in welchem die Schülerinnen und Schüler gelernt haben, nur eine Unbekannte zu ermitteln.

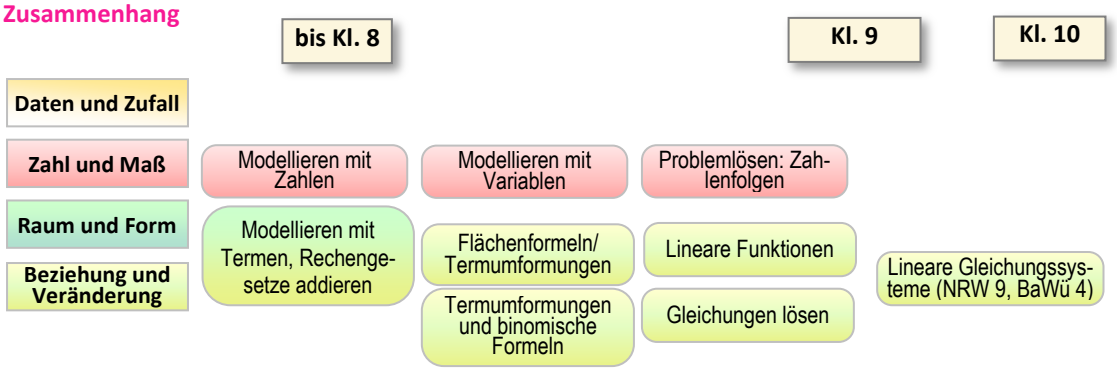
Kernfrage A: **Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?**

Ein grundlegendes Problem des zurückliegenden Kapitels Gleichungen, auf das die Schülerinnen und Schüler eventuell schon gestoßen sind, ist es, zwei Unbekannte gleichzeitig zu ermitteln. Die erworbenen Kompetenzen, wie Gleichungen aufstellen, diese umformen und lösen, müssen hier reaktiviert und erweitert werden. Die Lernenden sollen verstehen, was lineare Gleichungssysteme sind, wozu sie angewandt werden, wie sie aufgestellt werden und sie durch intuitives Probieren, graphisch und mit verschiedenen symbolischen Verfahren unter Auswahl des günstigsten Verfahrens lösen.

Kompetenzen

K1: Ich kann zu Situationen, bei denen zu zwei Unbekannten zwei Zusammenhänge angegeben sind, ein Gleichungssystem aufstellen.
K2: Ich kann ein Gleichungssystem grafisch lösen, d.h. die Graphen zeichnen und den Schnittpunkt im Koordinatensystem ablesen.
K3: Ich kann ein Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungsverfahren lösen.
K4: Ich kann ein Gleichungssystem mit einem Rechenverfahren lösen.
K5: Ich kann kontrollieren, ob mein Ergebnis wirklich das Gleichungssystem löst.
K6: Ich kann entscheiden, ob ein lineares Gleichungssystem eine, keine oder unendlich viele Lösungen hat.
K7: Ich kann die Lösungen eines linearen Gleichungssystems (im Sachkontext) interpretieren.

Zusammenhang



Struktur ca. 2 Wochen

Einstieg: In der Schulküche – Mischungsprobleme						45
A	**Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?**				E	O
E0,E1 | E1	Hinführen zum Aufstellen und probierenden Lösen von Gleichungssystemen im Kontext von Mischungsproblemen	O1	Gleichungssysteme aufstellen	V1-V2 V3-V4 | V3-V4	Gleichungssysteme aufstellen	25 | 35	40
E2 | E2	Mischungsprobleme durch Gleichungen beschreiben und graphisch lösen	O2	Gleichungssysteme lösen: graphisch und durch Gleichsetzungsverfahren	V5-11	Gleichsetzen und graphisch lösen	25	35
E3	Gleichungen verknüpfen durch Einsetzen	O3	Gleichungssysteme lösen: Einsetzungsverfahren	V12-14	Gleichungssysteme durch Einsetzen lösen	30	35
E4	Gleichungen durch inhaltliches Strukturieren lösen	O4	Gleichungssysteme lösen: Additions- und Subtraktionsverfahren	V15-V17	Additions- und Subtraktionsverfahren	40	35
				V18-V23	Verschiedene Wege zum Lösen von Gleichungssystemen		

Kurzweg:

In diesem Kapitel sind verschiedene Kurzwege möglich:

a) Wenn nur das Gleichsetzen behandelt werden soll: O1 – E2 – O2 – V1–11
b) Wenn zusätzlich zum Gleichsetzen auch das Einsetzen behandelt werden soll: O1 – E2 – O2 – O3 – V1–14
c) Wenn zusätzlich zum Gleichsetzen auch das Addieren/ Subtrahieren behandelt werden soll: O1 – E2 – O2 – O4 – V1–17
d) Sollen alle drei Lösungsverfahren behandelt werden: O1 – E2 – O2 – O3 – O4 – E4 – V1–23

Basisweg:

E0 – E1 – O1 – E2 – O2 – E3 – O3 (auf das Subtraktionsverfahren kann verzichtet werden)

Intensivzugriff

Hintergrund

Die Schülerinnen und Schüler sind in Klasse 8 schon mit linearen Gleichungen konfrontiert worden und haben in verschiedenen Sachkontexten gelernt, Gleichungen aufzustellen, zu deuten und eine Unbekannte zu bestimmen. Wenn in den Sachaufgaben etwas falsch verstanden wurde, insbesondere eine Angabe übersehen wurde, standen die Lernenden vor dem Problem, dass sie zwei Unbekannte hatten. Sie sind diesem Problem also schon begegnet. Daran knüpft das Kapitel an. Ein alltagsbezogener Zugang wird den Schülerinnen und Schülern durch Mischungsprobleme ermöglicht. Diese sind ihnen nicht nur vertraut, sondern auch für zukünftige Experimente in der Küche hilfreich.
Um diese Mischungsprobleme lösen zu können, müssen die Lernenden sich zunächst überlegen, welche Bedingungen zu berücksichtigen sind und wie diese durch Gleichungen beschrieben und einer Lösung zugänglich gemacht werden können. Hierzu können mehrere Lösungsverfahren herangezogen werden, nach systematischem Probieren mit Tabellen wird das grafische Lösen eingeführt, um Gelerntes anwenden zu können und das Problem zu veranschaulichen. Durch das Aufstellen der Funktionsgleichung wird eine Gleichwertigkeit deutlich, die im Gleichsetzungsverfahren benötigt wird. Sobald die Abhängigkeit zwischen den Größen verstanden wurde, können die Schülerinnen und Schüler die zwei Gleichungen durch das Einsetzungsverfahren zu einer zusammenführen. Auch auf der Basis inhaltlicher Überlegungen können einfache Aufgaben gelöst werden. Aus einer solchen Erfahrung wird das Additions- und das Subtraktionsverfahren entwickelt.

Etappe A: Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Das Lösen von Linearen Gleichungssystemen wird in nur einer Etappe bearbeitet, um die Möglichkeit der Flexibilität in den Lösungsverfahren zu bieten (vgl. Abschnitt Kurzweg). Allen möglichen Kurzwegen gemeinsam ist jedoch die Wiederholung des Aufstellens von Gleichungen sowie des graphischen Lösens, das in das Gleichsetzungsverfahren mündet. Anschließend sind verschiedene Weiterführungen möglich, je nachdem, welche weiteren Lösungsverfahren bearbeitet werden sollen.
Die Schülerinnen und Schüler werden in **E1** mit dem Problem konfrontiert, dass sie zwei Unbekannte gleichzeitig bestimmen müssen. Dies wird im Kontext von Mischungsproblemen beim Kochen dargestellt. Nachdem das Konzept des Berechnens von Fettgehalten verstanden wurde, werden die Schülerinnen und Schüler angeregt ihre Lösungsideen durch den Einsatz einer tabellarischen Darstellung systematischer zu durchdringen und zu verallgemeinern, um eigene Gleichungssysteme mit Variablen aufstellen zu können. Um die Komplexität dieses Vorgehens für schwächere Lernende zu reduzieren, wird in der Basisaufgabe **E0** in einem reduzierten Kontext und durch eine Tabelle vorstrukturiert eine Problemsituation mit zwei Unbekannten bearbeitet. Analog dazu wird auch in **E1** das Finden von Lösungen stärker vorstrukturiert.
Das Aufstellen von linearen Gleichungssystemen, das in **E1** sanft angedeutet wurde, wird in **E2** etwas konkreter angeleitet, so dass eine graphische Lösung der linearen Gleichungssysteme möglich wird. (Die Basisaufgabe **E2** greift wieder auf den einfacheren Kontext aus **E0** zurück.)
Das Aufstellen von Gleichungssystemen wird dann in **O1** zusammen mit dem Fachwort „lineare Gleichungssysteme“ gesichert.
In **O2** wird der erste algebraische Ansatz, das Gleichsetzungsverfahren, angeregt. Wenn die Abhängigkeiten zweier Größen bekannt sind, kann ein lineares Gleichungssystem mithilfe des Einsetzungsverfahrens, wie es in **E3** eingeführt wird, gelöst werden. Dabei werden die Schülerinnen und Schüler angeregt, bewusst durch das Einsetzen in beide(!) Gleichungen zu kontrollieren. Die Struktur des Einsetzungsverfahrens und der Bezug zum Waagemodell, welches aus den Gleichungen bekannt ist, wird in **O3** gesichert.
In **E4** sollen weitere Kontextprobleme auf einem selbst gewählten Weg aber auch mit Gleichungen gelöst werden. Die Strukturen der Sachsituationen sollen das Subtraktionsverfahren inhaltlich anbahnen, das in **O4** als formale Struktur zusammen mit dem Additionsverfahren gesichert wird. In **V15-V17** werden die beiden Verfahren eintrainiert. In **V18-V23** reflektieren die Lernenden die Lösungsverfahren zu linearen Gleichungssystemen und vergleichen ihre Praktikabilität.

Kurzweg

In diesem Kapitel sind verschiedene Kurzwege möglich. Allen Wegen gemeinsam ist das graphische Lösen, das in das Gleichsetzungsverfahren übergeht.
Es besteht die Möglichkeit, nur das Gleichsetzen zu behandeln. Beginnend mit **O1** werden Gleichungssysteme aufgestellt, welche in **E2** und **O2** graphisch gelöst werden. **V7** dient der Anwendung.
Zusätzlich zum Gleichsetzen kann im Anschluss an **O2** das Einsetzen mit **O3** thematisiert werden. Zur Anwendung empfiehlt sich **V12.**
Alternativ kann im Anschluss an das Gleichsetzen in **O2** auch das Addieren/ Subtrahieren von Gleichungen durch **O4** strukturiert werden; in **V16** wird das Additionsverfahren geübt und reflektiert.
Natürlich können auch alle drei Lösungsverfahren behandelt werden.

Einstiegsseite In der Schulküche: Mischungsprobleme

Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- denken sich in den Kontext „Mischungsprobleme darstellen und lösen“ ein;
- erfahren, dass die Veränderung einer Unbekannten auch die Veränderung einer zweiten Unbekannten mit sich führen kann;
- sammeln erste Ideen über den Umgang mit zwei Variablen.

Bezug
Merve und Rezept an der Wand hinter ihr:
E1: Sahnejoghurt selbst herstellen/ Zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen

Till und Pia:
E2: Mischen mit linearen Funktionen beschreiben

Vorbereitung/Material
Evtl. Anleitung zur Herstellung von Joghurt bzw. Erklärung, wie eine Joghurtmaschine arbeitet (findet sich bei E1)

Umsetzungsvorschlag (40 min inkl. erster Reflexion)

Gemeinsame Betrachtung der Einstiegsseite, Klärung der Funktionsweise einer Joghurtmaschine/ des Herstellens von Joghurt	UG
In PA diskutieren die Schülerinnen und Schüler über mögliche Mischungsverhältnisse, um den gewünschten Fettgehalt zu erreichen	PA
Austausch über die Vorgehensweisen	GA
Diskussion der möglichen Ergebnisse sowie der Vorgehensweisen	UG

HA: zur Festigung E1a) und E1b)

Intensivzugriff

Umsetzungshinweise/Alternativen
Die Einstiegsseite dient als Einstimmung in die Situation, dass die Veränderung einer Größe zur Veränderung einer weiteren Größe führt (Sahne/ Milch). Dabei spielt auch immer die Betrachtung der Gesamtmenge (Joghurt) eine Rolle.

Lernwege
Die Schülerinnen und Schüler können bereits Gleichungen mit einer Unbekannten lösen.
Die Einführung einer zweiten Unbekannten führt in der Regel zunächst zur Verunsicherung der Schülerinnen und Schüler. Daher soll durch das Thematisieren von systematischem Probieren ein Gefühl für die gegenseitige Abhängigkeit von zwei Größen geschaffen werden.

Im weiteren Fortgang des Kapitels kann frei entschieden werden, welche Lösungsverfahren gewählt werden.

Die Zutatenliste weist auf die beiden Variablen hin.

Merves Aussage ist ein Hinweis darauf, dass der Fettgehalt von Sahne und Milch eine Rolle spielt.

Ole weist auf die Relevanz der Mengen hin.

Pias Bemerkung zeigt, dass es auf die exakte Bestimmung der Werte ankommt – also auch rechnerische Verfahren eine Rolle spielen. Tills pragmatischer Ansatz ist aber auch wichtig, z.B. zum Kontrollieren.

Ziele des Kapitels aus Vorschauperspektive

In diesem Kapitel …

- lernst du, wie man zu Situationen mit mehreren Zusammenhängen zwischen Größen ein System mit zwei Gleichungen aufstellt.
- löst du Gleichungssysteme auf verschiedenen Wegen, zum Beispiel durch das Zeichnen von Graphen.

Erkunden A Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Schnellzugriff

E0 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- deuten verbal gegebene Beziehungen zwischen Anzahlen;
- nutzen die Tabelle zur Darstellung des systematischen Probierens;
- bestimmen unbekannte Werte und überprüfen sie.

E0 Bezug
direkt weiter mit **E1**.

E0 Vorbereitung/Material
Beutel mit Spielfiguren

E0 Umsetzungsvorschlag (25 min)

a)	Eigene Annäherung	EA
b)	Austausch und systematisches Probieren durch Variation der Zahlen Mengen an Sahne und Milch	EA/ PA
c)	Reflexion des Prozesses insbesondere der systematischen Variation der Zahlen	PA/ UG
d)	Beurteilung und Diskussion weiterer Terme	EA UG

Intensivzugriff

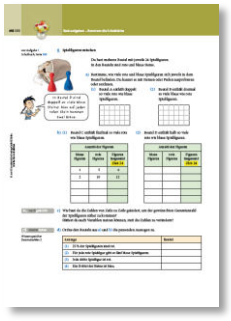
E0 Umsetzungshinweise/Alternativen
Der Beutel mit den Spielfiguren soll die Lernenden unterstützen, die Situation ernst zu nehmen und inhaltlich zu denken.

E0 Erwartungshorizont
a) Durch mehr oder weniger systematisches Probieren finden die Schülerinnen und Schüler Lösungen, vernachlässigen möglicherweise aber Vorgaben.
(1) 8 Blaue , 16 Rote; (2) 6 Blaue, 18 Rote
b) Die Schülerinnen und Schüler nähern die Summe bewusst an und probieren so systematisch.
(1) 4 Blaue, 20 Rote, (2) 16 Blaue, 8 Rote
c) Die proportionale Änderung (es kommen immer gleichviele Rote dazu, wenn man einen Blauen mehr nimmt) wird reflektiert. Die Zielzahl muss man im Blick haben und das systematische Probieren übersichtlich darstellen.
d) Das Deuten von Situationsbeschreibungen insbesondere mit Anteilen soll hier unterstützt werden durch die Zuordnung von Ausdrücken mit gleicher Bedeutung.
(1) Beutel B: drei Mal so viele Rote sind ein Viertel, also 25%.
(2) keine!
(3)Beutel D.
(4) Beutel A
Strategie zur Überprüfung: Beispielzahlen nutzen.

E0 Lernwege
In **a)** kann eine der beiden mathematischen Beziehungen (Summe ist 25, doppelt (drei mal) so viele Rote) aus dem Blick geraten oder in eine falsche Operation übersetzt werden. In **b)** werden durch die Tabelle passende Werte vorgegeben, so dass die Fehler beim multiplikativen Vergleich der Teilgruppen auffallen können.

E0 Differenzierung
Die Struktur der Aufgabe dürfte unsichere und leistungsschwächere Lernende gut stützen und der Verzicht auf die Anteile helfen, sich in die Situation hineinzudenken. Lokale Impulse, die anregen, die Formulierungen zu deuten und an Beispielen zu konkretisieren, müssten als Unterstützung reichen.
Die Ergebnisse der Basisaufgabe können gewinnbringend in der Klasse vorgestellt werden, .

E0 Differenzierung
Die Basisaufgaben sind stärker vorstrukturiert, insofern die Lernenden sofort angeregt werden mit systematisch strukturierten Beispielen zu arbeiten, so dass konkrete Beispiele und die Strategie vorgegeben sind. In **E0** wird zuvor bewusst auf Anteile verzichtet.



Erkunden A Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Schnellzugriff

E1|E1 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- erkennen durch den systematischen Aufbau der Aufgaben, wie Größen voneinander abhängen;
- erfahren im Kontext, dass sie nicht nur den Fettgehalt, sondern auch die Menge im Auge behalten müssen;
- nutzen die Tabelle zur Darstellung des systematischen Probierens;
- reflektieren die vorgenommenen Veränderungen der Größen.

E1|E1 Bezug
Weiter mit E2.

E1|E1 Vorbereitung/Material
Lektüre des Vortextes, Klärung der Aufgabenstellung. Evtl. zur gemeinsamen Besprechung die Tabelle aus E1d) auf Folie ziehen oder als AB für den Visualizer zur Verfügung stellen.

E1|E1 Umsetzungsvorschlag (35 min)

a)|ab)	(Geleitete) Berechnung des Fettgehalts an Beispielen	EA/ PA
b)|cde)	(Geleitete) Lösung des Mischungsproblems durch systematisches Probieren und Tabellenkalkulation	EA/ PA, GA
c)|f)	Verallgemeinerung aus dem systematischen Probieren heraus – Einführung von Variablen	UG

Mögliche HA: E0 (mit Fragen: 24 Steine in Summe), a) 2(4;6) Rote mehr als Blaue, b) 5-mal so viele Rote wie Blaue, c) Warum geht nicht 4-mal so viele Blaue wie Rote?

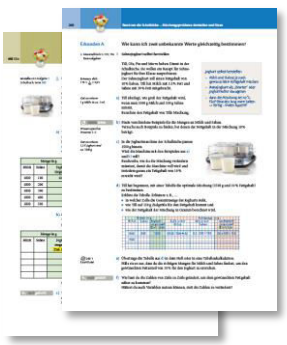
Intensivzugriff

E1|E1 Umsetzungshinweise/Alternativen
Die Aufgabenteile ab)|a-e) können auch in einem Ich-Du-Wir durchgeführt werden.

E1|E1 Erwartungshorizont
a)|ab) Die Prozentzahlen werden entweder in Brüche oder in Dezimalzahlen umgewandelt. Durch die angegebenen Mengen wird die Fettmenge in g berechnet. Anschließend kann der Prozentsatz bestimmt werden.
Beispiel: 1000g · 0,035 + 100g · 0,3 = 65 g, d.h. 5,9% Fettgehalt
Die Schülerinnen und Schüler variieren frei die Mengen an Milch und Sahne, um sich den gewünschten 10% Fettgehalt anzunähern (oder werden in der Basisversion durch die Tabelle unterstützt). Dabei können sie die Gesamtmenge fest lassen oder sie variieren auch diese.
Mögliche Rechenwege:
800g · 0,035 + 300g · 0,3 = 118g d.h. 10.72% Fettgehalt
1000g · 0,035 + 300g · 0,3 = 125g d.h. 9.5% Fettgehalt
b)|cd) Die Menge wird festgelegt. Dadurch ist ein Zielwert festgelegt, den es konkret zu erreichen gilt.
c)|f) Veränderliche Größen ermöglichen den Übergang zu der Einführung von Variablen. Durch die Verwendung von Milch und Sahne wird einsichtig, dass man unterschiedliche Variablen benötigt. Z. B. kann für die Menge Milch (x) und für die Menge Sahne (y) gesetzt werden. Die zweite Gleichung ist hier noch nicht direkt ersichtlich.

E1|E1 Lernwege
Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende…
- bei Teilaufgabe a) bei der Berechnung des Prozentsatzes für den Fettgehalt nicht erkennen, dass die Gesamtmasse als Grundwert 1100g beträgt,
- bei Teilaufgabe d) nicht erkennen, dass die Zielvorgabe der Gesamtmasse von 1500g Joghurt nicht verändert werden darf. Ansonsten hätte man drei Variablen,
- bei Aufgabenteil f) den Mehrwert der Verwendung von Variablen nicht erkennen bzw. die Notwendigkeit der Verwendung von zwei Variablen nicht erkennen. Hier hilft die genaue Betrachtung der Tabelle, dass sich zwei Größen (Sahnemenge und Milchmenge) ständig ändern.

E1|E1 Differenzierung
Die Basisaufgaben sind stärker vorstrukturiert, insofern die Lernenden sofort angeregt werden mit systematisch strukturierten Beispielen zu arbeiten, so dass konkrete Beispiele und die Strategie vorgegeben sind. In E0 wird zuvor bewusst auf Anteile verzichtet.



Erkunden A Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Schnellzugriff

E2|E2 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- stellen zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten aus einem Kontext heraus auf;
- nutzen die Möglichkeit der graphischen Darstellung zum Lösen des Problems;
- erkennen den Zusammenhang zwischen Schnittpunkt der Graphen sowie der Lösung des Problems im Kontext.

E2|E2 Bezug
Nach E1. Weiter mit O1.

E2|E2 Vorbereitung/Material
Evtl. Wissensspeicher zum Aufstellen von Gleichungen wiederholen.
Evtl. Overheadfolien und -stifte für das Koordinatensystem bereitstellen oder einen Visualizer.

E2|E2 Umsetzungsvorschlag (25 min)

a)	Austausch über abhängige und unabhängige Größen	PA/ UG
b)	Anhand der drei Schritte die Gleichungen aufstellen	EA/ PA
c)	Gleichung für die Gesamtmenge nach y umstellen und in ein Koordinatensystem zeichnen	EA/ PA
d)	Gleichung für die Fettmenge auch nach y umstellen und in dasselbe Koordinatensystem zeichnen. Schnittpunkt ablesen.	EA/ PA
	Schnittpunkt im Zusammenhang des Kontextes diskutieren.	UG/ PA

Mögliche HA: V1, V2, V5

Intensivzugriff

E2|E2 Umsetzungshinweise
Alle Aufgabenteile lassen sich in selbstständigen wie partnerschaftlichen Arbeitsformen durchführen.
Das Koordinatensystem kann evtl. auch vorbereitet auf Overheadfolien oder auf einem Arbeitsblatt vorgegeben werden.
Die Arbeitsergebnisse der Schüler(-gruppen) können dann über den Overheadprojektor oder einen Visualizer verglichen und Übereinstimmungen und Abweichungen diskutiert werden.
Der Schnittpunkt und die Bedeutung dessen für die Lösung des Problems kann auch in einem Unterrichtsgespräch erörtert werden.

E2|E2 Erwartungshorizont
a) Durch Änderungen in der Milch- und Sahnemenge verändert sich auch die Fettmenge im Joghurt.
b) x: Milchmenge; y: Sahnemenge
Gleichung für die Gesamtmenge: $x + y = 1500$
Gleichung für die Fettmenge: $0{,}035x + 0{,}3y = 0{,}1 \cdot 1500$
c) Gesamtmenge: $y = -x + 1500$
d) Fettmenge: $y = -0{,}12x + 500$
Schnittpunkt S (1132/368)
Es werden also 1132g Milch (x) und 368g Sahne (y) benötigt, um 1500g Joghurt mit 10% Fettgehalt zu erhalten.
a) x+y=24; y=1/2 x
b) y=-x+24; y=1/2 x; S(16/8) 16 rote und 8 blaue Spielfiguren
c) 0,3y: Fettmenge in der Sahne in Abhängigkeit von der Sahnemenge 0,035x: Fettmenge in der Milch in Abhängigkeit von der Milchmenge; 0,1(x+y): beabsichtigte Fettmenge im Jogurt in Abhängigkeit von der Milchmenge und Sahnemenge
d) ,y=-x+1500; y=0,325x. Beim Schnittpunkt sind beide Bedingungen erfüllt.

E2|E2 Lernwege
Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende…
- die beiden Gleichungen vermischen und sie nicht in Gesamtmenge und Fettmenge trennen;
- bei der Gleichung für die Fettmenge vergessen, dass auch die 10% Fettanteil im Joghurt auf die Gesamtmenge von 1500g gerechnet werden müssen;
- in E2 Probleme die Gleichungen aufzustellen (nochmal ausdrücklich auf E0a)(1) verweisen und die Informationen zu den Spielfiguren in E0a) (1) unterstreichen lassen).

E2|E2 Diagnose
Das zweite oben angesprochene Problem zeigt sich in der Interpretation des Schnittpunktes: er liegt dann unterhalb der x-Achse, da für die Milchmenge eine Zahl größer als die Gesamtmenge berechnet wird. Hier lässt sich durch Überlegungen der Sinnhaftigkeit von Lösungen ein Lernerfolg bei den Schülerinnen und Schüler erzielen.

E2|E2 Differenzierung
Die Basisaufgabe geht nochmal zurück auf die einfachere Situation. Hier reicht es auch, wenn arbeitsteilig nur das Problem mit den Spielfiguren graphisch gelöst wird.

Erkunden A Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Schnellzugriff

E3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…
- verknüpfen zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten durch Umstellen und Einsetzen zu einer Gleichung mit einer Unbekannten;
- erhalten die Ergebnisse für beide Unbekannte und interpretieren die Lösung.

E3 Bezug

Nach O2.Weiter mit O3 zur Systematisierung des Einsetzungsverfahrens, wenn dieses gewünscht wird (vgl. Kurzwege).

E3 Umsetzungsvorschlag (30 min)

ab)	Vergleich der beiden Ansätze: Zusammensetzung und Mehrwert der Gleichung von Pia erkennen	PA/ GA
c)	Bestimmung der Lösung für die Milchmenge (x)	EA
d)	Bedeutung der Lösungsmenge als Lösung beider Gleichungen erkennen. Vorbereitung der „Probe“. Verknüpfung mit graphischer Lösung	GA/ UG
e)	Vergleich der graphischen Lösung, der Lösung durch Gleichsetzen und der Lösung durch Einsetzen	PA

Mögliche HA: O3b), O3d), V12 oder V14

Intensivzugriff

E3 Umsetzungshinweise

Die Gestaltung von E3 lässt ein eigenständiges Arbeiten der Schülerinnen und Schüler bei der Erkundung des Einsetzungsverfahrens zu. Entscheidend ist, dass die Schülerinnen und Schüler auch beim Einsetzungsverfahren erkennen, dass aus zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten eine (lösbare) Gleichung mit nur einer Unbekannten entstehen muss.
Auf diese Erkenntnis wird in Aufgabe E3 besonderer Wert gelegt. Insofern empfiehlt es sich, diese Erkenntnis in einem Unterrichtsgespräch und durch die anschließende Arbeit mit O3 zu systematisieren und zu sichern.

E3 Erwartungshorizont

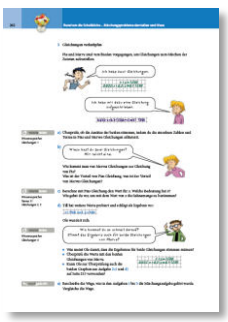
a) Beide Ansätze stimmen. Merves Gleichungen entsprechen der Gleichung für die Gesamtmenge und für den Fettanteil wie in E2. Die Dezimalbrüche entsprechen den Fettanteilen der einzelnen Zutaten. In Pias Gleichung sind alle Zahlen wie bei Merve enthalten.
b) Pias Gleichung erhält man, indem man die erste Gleichung von Merve nach y umstellt (vgl. E2c)) und das y in der zweiten Gleichung von Merve damit ersetzt. Der Vorteil von Pias Gleichung besteht darin, dass eine Gleichung mit nur einer Variablen lösbar ist.
c) x = 1132g Milch. Um y zu bestimmen, wird der Wert für x in eine der Gleichungen eingesetzt und berechnet. y = 368g Sahne.
d) Tills Ergebnis ist eine mögliche Lösung für die erste Gleichung von Merve. Beim Einsetzen in die zweite Gleichung zeigt sich, dass die Lösung dafür nicht stimmt. Sie ist also keine Lösung für den Kontext. Die Lösungen für x und y stimmen mit der graphischen Lösung von E2 überein.
e) E1: Lösen durch Probieren
E2: Graphische Lösung
E3: Lösen durch Einsetzen
Bei allen drei Lösungsverfahren kommt immer dieselbe Lösung heraus.

E3 Differenzierung

e) kann als Differenzierungsaufgabe für schnelle Schülerinnen und Schüler genutzt werden.

E3 Lernwege

Den Schülerinnen und Schülern kann es Schwierigkeiten bereiten, zu erkennen, warum man das y der zweiten Gleichung von Merve durch die umgeformte erste Gleichung ersetzen kann. Hier empfiehlt sich das Aufgreifen des Waagemodells (vgl. auch O2).



Erkunden A Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Schnellzugriff

E4 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- stellen Gleichungen auf und lösen das LGS auf verschiedenen Wegen;
- erkennen, dass die Lösungsverfahren gleichwertig sind;
- erstellen selbst passende Aufgaben und lösen diese;
- überprüfen die Lösungen eines Gleichungssystems.

E4 Bezug
Nach O3.Weiter mit O4 (Subtraktionsverfahren) dann V18 bis V23. Um alle erarbeiteten Verfahren zu üben (ggf. um nicht behandelte Verfahren kürzen).

E4 Vorbereitung/Material
Evtl. Overheadfolien und -stifte, um die Lösungswege im Unterrichtsgespräch vergleichen zu können. Alternativ Visualizer.

E4 Umsetzungsvorschlag (25min ohne 4ef))

a)	Lösung durch systematisches Probieren ist möglich	EA/ PA
b)	Zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten zum Kontext erstellen	EA/ PA
c)	Vergleich der Lösungswege aus der EA/ PA. Erkenntnis: Es entsteht immer eine Gleichung mit einer Unbekannten; die Lösung ist immer dieselbe.	GA/ UG
d)	Erneuter Kontextwechsel ohne Vorgabe des Lösungswegs	PA/ GA
e)	Die Schülerinnen und Schüler erstellen die Aufgaben und tauschen sie aus. Empfehlenswert: Die Aufgabensteller berechnen auch die Lösung zum anschließenden Vergleich.	PA/ GA
f)	Probe durch Einsetzen in beide Gleichungen	PA/ GA

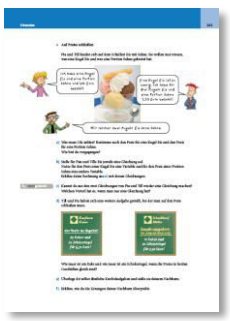
Mögliche HA: V23

Intensivzugriff

E4 Umsetzungshinweise
Durch den Kontextwechsel müssen die Schülerinnen und Schüler Gelerntes auf neue Situationen übertragen. Die Kontexte in a) bis c) sowie aus d) ermöglichen unterschiedliche Lösungswege, die dann verglichen (z.B. in einem UG) werden können. Um die Offenheit in der Wahl des Lösungsverfahrens zu demonstrieren, können die Schülerinnen und Schüler die Aufgaben frei lösen und ihre Rechnungen dokumentieren. Durch den anschließenden Vergleich innerhalb einer Gruppe oder im Plenum sehen die Schülerinnen und Schüler verschiedene Lösungswege und können die Vor- und Nachteile der Lösungswege vergleichen.

E4 Erwartungshorizont
a) Ole muss 1,60€ bezahlen. Eine Kugel Eis kostet 0,80€ und eine Portion Sahne kostet 0,30€.
b) x: Kosten für eine Kugel Eis; y: Kosten für die Sahne
Pia: $x + y = 1{,}10$
Till: $3x + y = 2{,}70$
c) abhängig vom gewählten Lösungsverfahren, Beispiele:
Gleichsetzen: $1{,}10 - x = 2{,}70 - 3x$
Einsetzen: $3x + (1{,}10 - x) = 2{,}70$
d) Ein Keks kostet 0,10€ und ein Schokoriegel kostet 0,20€.
e) individuelle Lösungen
f) Man setzt die Werte, die für x und y erhalten wurden, in beide Gleichungen ein.

E4 Differenzierung
Starke Schülerinnen und Schüler können dazu angehalten werden, bei e) Aufgaben für ein bestimmtes Lösungsverfahren zu erstellen und das Vorgehen beim Erstellen von Aufgaben zu systematisieren.
Auch kann die weitere Vorgabe, dass die erste Gleichung nicht nur aus x + y besteht, die Schwierigkeit des Erstellen von Aufgaben erhöhen.
Schwächere Schülerinnen und Schüler lösen die Aufgaben und vergewissern sich, dass beim Verknüpfen der beiden Gleichungen nur eine Gleichung mit einer Unbekannten entsteht. e) kann entfallen. Die Probe auf f) sollte jedoch (auch zur Selbstkontrolle) durchgeführt werden.



Ordnen A Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Schnellzugriff

O1 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler…
- stellen zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten auf und interpretieren Variablen, Gleichungen und Lösungen im Kontext;
- lernen den Begriff „Lineares Gleichungssystem“ kennen;
- erkennen über die Graphen, dass Gleichungssysteme unterschiedlich viele Lösungen haben können.

O1 Bezug
Nach **E2**.Weiter mit **O2** oder mit den rechts notierten Hausaufgaben.

O1 Vorbereitung/Material
Der Kontext „Diabetes“ bedarf evtl. einer Klärung, bevor die Schülerinnen und Schüler darin zu arbeiten beginnen.

O1 Umsetzungsvorschlag (40min)

ab)	x und y festlegen, Gleichungen für Gesamtmenge und Kohlenhydratmenge aufstellen	EA/ PA
c)	Wiederholen des Umstellens von Gleichungen	EA
d)	Graphische Lösung wird z.B. auf Overheadfolie erstellt	EA/ PA
e)	Diskussion der Aussagen	GA/ UG
f)	Weiterführende Aufgabe	GA
g)	Wissensspeicher ausfüllen	HA

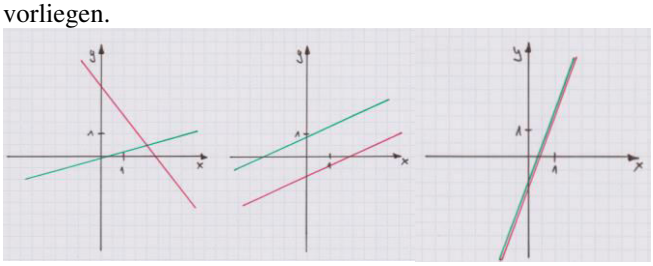
Mögliche HA: **O1g)**, **V4** und **V6** für die Aufgaben bis **O1e)** und **V9** für Aufgabe **O1f)**.

Intensivzugriff

O1 Umsetzungshinweise und Differenzierung
a) bis **d)** kann je nach Leistungsstand der Schülerinnen und Schüler auch in Einzelarbeit durchgeführt werden, da hier auch auf Bekanntes zurückgegriffen wird. Schwächere Schülerinnen und Schüler können auf die entsprechenden Wissensspeicher zurückgreifen, um ihr Wissen wieder aufzufrischen.
f) Die Schülerinnen und Schüler überlegen sich rein zeichnerisch verschiedene Lagen von Graphen zueinander. Erst danach wird überlegt, was dies für die Lösung eines Gleichungssystems bedeutet.

O1 Erwartungshorizont
a) x steht in dieser Gleichung für das Apfelmus und y für den Naturjoghurt. 0,1x beschreibt den Kohlenhydratanteil des Apfelmuses und 0,05y den Kohlenhydratanteil des Joghurts. Die ganze Gleichung beschreibt die Kohlenhydratmenge.
b) $x + y = 350$ (Gesamtmenge)
c) Pia hat die Gleichung nach y aufgelöst, damit eine zeichnerische Lösung möglich ist.
d) $x = 350 - y$
Lösung: x = 250g Apfelmus; y = 100g Joghurt

e) (1) und (2) sind richtig – der Schnittpunkt gibt die Zahlenwerte an, die in beiden Lösungen korrekte Aussagen ergeben. (3) ist falsch, da man sonst keinen Wert für y hat bzw. keine Angabe für den Joghurt erhält.
f) Ein Gleichungssystem kann genau eine, keine oder unendlich viele Lösungen haben. Die Möglichkeit von zwei Lösungen gibt es nicht, sofern nur lineare Gleichungen/ Geraden vorliegen.



Eine Lösung Hier: (2/0,5) | keine Lösung | unendlich viele Lösungen

Ordnen A Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Schnellzugriff

O2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…
- können aus einem Kontext heraus zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten aufstellen;
- kennen den Begriff „Gleichsetzungsverfahren“;
- kennen unterschiedliche Ansätze für das Gleichsetzungsverfahren und können diese bewerten;
- können die Lösung des Gleichungssystems im Kontext angeben;
- kennen Methoden, ihre Ergebnisse zu kontrollieren.

O2 Vorbereitung/Material

ggf. Wissensspeicher *Gleichungen 3*

O2 Bezug

Bezug zum Kapitel „Probleme lösen im Beruf“ (Klasse 8) durch Verknüpfen des Gleichsetzungsverfahrens mit der graphischen Lösung.
Nach eigenem Wunsch können weitere Lösungsverfahren erkundet werden. Nach O1. Weiter mit E3.

O2 Umsetzungsvorschlag (25 min ohne 2g))

a)	Die Schülerinnen und Schüler erklären sich gegenseitig die einzelnen Teile der Gleichung	PA
bc)	Nachvollziehen der Ansätze und Weiterführung bis zur Bestimmung der Lösung	EA/ PA
d)	Begriffsklärung im Plenum	UG
e)	Diskussion in der Gruppe; Vernetzung mit graphischer Lösung	GA
f)	Rechnerische Kontrolle der Lösungen	UG

Mögliche HA: O2g), V7

Intensivzugriff

O2 Umsetzungshinweise

Durch die Vorgabe der Schritte sowie die unterschiedlichen Ansätze von Pia und Merve ergibt sich die Möglichkeit, dass Schülerinnen und Schüler nicht nur die Schritte nachvollziehen sondern auch darüber diskutieren, welcher Rechenweg einfacher/ mit geringerem Fehlerrisiko durchzuführen ist (2bc)).
Das Lösungsverfahren wird in Bezug zum Kontext und zur graphischen Lösung gesetzt und so das gelernte Wissen vernetzt.

O2 Erwartungshorizont

a) erste Zahl ist x, zweite Zahl ist y.
Es kann eine „Übersetzungstabelle“ für das Zahlenrätsel wie folgt eingeführt werden:

Gleichung I:

Verdoppelung der ersten Zahl	$2x$
addieren	$2x +$
des Dreifachen der zweiten Zahl	$2x + 3y$
ergibt 98.	$2x + 3y = 98$

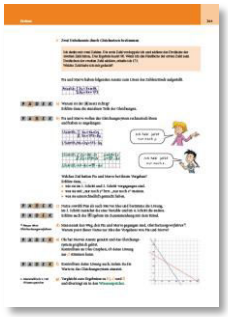
Gleichung II:

Fünffaches der ersten Zahl	$5x$
addieren	$5x +$
des Dreifachen der zweiten Zahl	$5x + 3y$
ergibt 173	$5x + 3y = 173$

b) Sowohl Merve als auch Pia haben im ersten Schritt ihre Gleichungen so umgestellt, dass auf einer Seite der Gleichung die identische Variable steht. Dabei hat Pia nach einem Vielfachen der Variablen x umgestellt und Merve nach der Variablen y, wodurch die Brüche entstanden sind.
Mit „nur noch y“ und „nur noch x“ meinen sie, dass auf der anderen Seite der Gleichung auch nur noch eine Variable vertreten ist.
c) x = 16 und y = 25. Die erste Zahl lautet demnach 25 und die zweite Zahl lautet 16.
d) Der Name Gleichsetzungsverfahren passt zum Vorgehen von Merve und Pia, weil sie die beiden rechten Seiten ihrer Gleichungen auf je eine Seite des Gleichheitszeichens gesetzt haben.
e) Ja, Oles Graph stimmt.
f) $3 \cdot 16 = 98 - 2 \cdot 35$ stimmt
$3 \cdot 16 = 173 - 5 \cdot 25$ stimmt

O2 Lernwege

Die Voraussetzungen, die die Schülerinnen und Schüler für diesen Abschnitt mitbringen, werden sehr unterschiedlich sein. Im Kapitel „Probleme lösen im Beruf“ (Klasse 8) werden die Grundlagen gelegt. Daher ist es ratsam, die Wissensspeicher griffbereit zu haben, so dass sich die Schülerinnen und Schüler je nach Bedarf selbst wieder einarbeiten können.



Ordnen A Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Schnellzugriff

O3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…
- sichern das Einsetzungsverfahren;
- begründen das Einsetzungsverfahren über die bereits bekannten Waagebilder;
- können die Lösung eines Gleichungssystems durch Einsetzen ermitteln;
- kennen eine Methode, ihr Ergebnis eigenständig zu kontrollieren.

O3 Bezug

Nach E3.Weiter mit E4.

O3 Vorbereitung/Material

Wissensspeicher *Gleichungen 1, Gleichungen 2, Gleichungen 3, Gleichungen 4*

O3 Umsetzungsvorschlag (25 min ohne 3f))

ab)	Mithilfe der Waagebilder leiten sich die Schülerinnen und Schüler ab, unter welcher Voraussetzung und warum man einen Teil der Gleichung durch einen anderen Teil einer anderen Gleichung ersetzen kann	GA
c)	Die Lösung des Gleichungssystems wird berechnet	PA
d)	Die Begründung ist durch einen Rückgriff auf die Erkenntnisse aus 3ab) möglich und stellt damit auch eine Lernzielkontrolle dar	EA anschl. UG
e)	Rechnerische Kontrolle der Lösungen	EA
f)	Vergleich und Übertrag in WS	HA

Mögliche HA: O3ef), V12

Intensivzugriff

O3 Umsetzungshinweise

ab) Mit den Waagebildern werden die Vorkenntnisse aus dem Kapitel „Probleme lösen im Beruf“ (Klasse 8) aufgenommen und der Transfer zum neuen Einsetzungsverfahren durchgeführt. Somit wird das Waagemodell zusätzlich gesichert und kann den Schülerinnen und Schülern dazu dienen, sich Zusammenhänge zu verdeutlichen.

c) Es sollte in Rückbezug auf E3 nochmals darauf hingewiesen werden, dass durch das Einsetzungsverfahren eine Gleichung mit nur einer Unbekannten entsteht.

O3 Lernwege

Die Voraussetzungen, die die Schülerinnen und Schüler für diesen Abschnitt mitbringen, werden sehr unterschiedlich sein. Im Kapitel „Probleme lösen im Beruf“ (Klasse 8) werden die Grundlagen gelegt. Daher ist es ratsam, die Wissensspeicher griffbereit zu haben so dass sich die Schülerinnen und Schüler je nach Bedarf selbst wieder einarbeiten können.

O3 Erwartungshorizont

a) Durch die zweite Gleichung wird die Gleichwertigkeit von 2x und 3y vorausgesetzt. Wenn beides gleich viel wert ist, dann kann auch das eine durch das andere ausgetauscht werden. Man kann also die gelben Kästchen durch die blauen Kästchen ersetzen: sie sind gleich schwer.

b) $3y + 2y = 30$

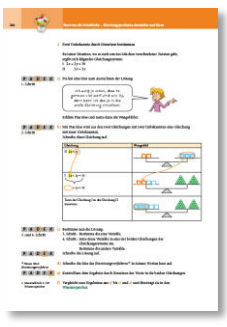
c) $y = 6$

$2x = 3 \cdot 6$, daraus ergibt sich $x = 9$.

Lösung: $x = 9; y = 6$. Lösungsmenge ist L={(9/6)}

d) Beim Einsetzungsverfahren wird ein Term einer Gleichung durch einen gleichwertigen Term einer anderen Gleichung ersetzt. Dadurch entsteht eine Gleichung mit nur einer Unbekannten.

e) $2 \cdot 9 + 2 \cdot 6 = 30$ stimmt



Ordnen A Wie kann ich zwei unbekannte Werte gleichzeitig bestimmen?

Schnellzugriff

O4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler…

- lernen das Subtraktionsverfahren und Additionsverfahren kennen;
- erkennen den Unterschied zwischen der Äquivalenzumformung *einer* Gleichung und dem Subtraktionsverfahren.

O4 Bezug

Nach **E4**. Weiter mit **V15**.

Es sollte auch thematisiert werden, wann es sinnvoll ist, das Additionsverfahren oder das Subtraktionsverfahren zu nutzen. Daher sollte im Anschluss **V18** bearbeitet werden.

O4 Umsetzungsvorschlag (35min)

ab)	Subtraktionsverfahren nachvollziehen und von der Äquivalenzumformung *einer* Gleichung abgrenzen	PA oder UG
c)	Gleichungssystem lösen	EA
d)	Additionsverfahren als Alternative einführen	PA
e)	Rechnerische Kontrolle der Lösungen	EA
f)	Die Begründung ist durch einen Rückgriff auf die Erkenntnisse aus 4ab) und d) möglich und stellt damit auch eine Lernzielkontrolle dar	GA/ UG

Mögliche HA: O4fg), **V16**

Intensivzugriff

O4 Umsetzungshinweise

ab) Hier kann auch das Waagemodell hilfreich sein. Wenn auf der ersten Waage dasselbe liegt wie auf der zweiten und beide im Gleichgewicht sind, so kann der Teil der zweiten Waage entfernt werden, ohne dass das Gleichgewicht gestört wird. Auch kann man den Unterschied zwischen einer Äquivalenzumformung bei *einer* Gleichung anschaulich vom Subtraktionsverfahren abgrenzen.

d) s. rechts den Hinweis bei den Lernwegen.

O4 Erwartungshorizont

a) Zur Verknüpfung der beiden Gleichungen kann Gleichung II von Gleichung I subtrahiert werden, da sie in Gleichung I enthalten ist.
Die neue Gleichung lautet $2x = 1{,}60$

b) Im Sinne der Äquivalenzumformung zieht man tatsächlich auf beiden Seiten der Gleichung Unterschiedliches ab, was beim Umformen *einer* Gleichung strikt verboten ist. Hier darf man dennoch so rechnen, wenn man sich vorstellt, dass von der ersten Gleichung die komplette zweite Gleichung abgezogen wird.

c) $x = 0{,}80; y = 0{,}30$, L={(0,80/0,30)}.

d) Till hat die zweite Gleichung mit einer Äquivalenzumformung komplett mit (-1) multipliziert. Beim Addieren wird dadurch eine Variable „verschwinden“ (y-y = 0).

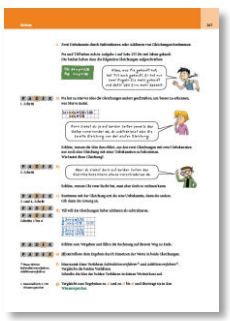
e) $3 \cdot 0{,}80 + 0{,}30 = 2{,}70$
$0{,}80 + 0{,}30 = 1{,}10$

f) Beim Subtraktionsverfahren wird eine Gleichung von der anderen Gleichung subtrahiert. Wenn bei einer Variablen in beiden Gleichungen derselbe Faktor davor steht, entsteht dadurch anschließend eine Gleichung mit nur einer Variablen.
Beim Additionsverfahren ist das Ziel dasselbe, nur muss dabei bei einer Variablen derselbe Faktor jedoch mit unterschiedlichem Vorzeichen stehen.

O4 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten:

- ab) Den Schülerinnen und Schülern erschließt sich aus dem Kontext heraus leicht das Subtraktionsverfahren. Hier kann die Schwierigkeit auftreten, dass die Lernenden übergeneralisieren und nicht verstehen, warum man bei einem Gleichungssystem unterschiedliche Zahlen auf beiden Seiten der Gleichung subtrahieren kann. Hier kann der Rückgriff auf das Waagemodell helfen.
- d) Warum Till lieber addieren möchte, erschließt sich den Schülerinnen und Schülern nur schwer. Hier kann evtl. ein anderes Gleichungssystem helfen wie in **V18** (Till) um zu verdeutlichen, wann es sinnvoll ist, die Gleichungen zu addieren.



Vertiefen 1 Gleichungssysteme aufstellen

Hintergrund	Die Schülerinnen und Schüler lernen zu einer Situation zwei unbekannte Werte, die sich gegenseitig bedingen, zu bestimmen. Dazu nutzen sie systematisches Probieren, Darstellung desselben in Tabellen, Aufstellen von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten, graphisches Lösen, Interpretieren der Lösungen im Kontext sowie Überprüfen der Lösung durch Graphik und Kontext.

V1 Ziel: Erweiterung und Training der Erkenntnisse aus E1

Dauer 15 min

Bezug Nach **E1**.

Hinweise *Einordnung:* In Aufgabenteil **a)** Training des systematischen Probierens zum Lösen von Problemsituationen mit zwei Unbekannten. Parallel wird das Verständnis erweitert, dass Veränderungen an der einen Größe auch Veränderungen der anderen Größe zur Folge haben und dass Rahmenbedingungen dabei beachtet werden müssen.
In Aufgabenteil **b)** werden die Gleichungen dazu aufgestellt.
Umsetzung: Aufgabenteil **a)** kann in PA oder GA bearbeitet werden. Die in **b)** aufgestellten Gleichungen werden durch Einsetzen der Lösung aus **a)** kontrolliert.

Lernwege In Aufgabenteil **a)** ist eine Paralleldifferenzierung vorhanden. Es kann aber auch mit Aufgabenteil **a)** und **b)** differenziert werden: fortgeschrittene Schülerinnen und Schüler lösen direkt **b)** während Schülerinnen und Schüler, die die Abhängigkeit zweier Variablen voneinander noch nicht verinnerlicht haben, Aufgabenteil **a)** bearbeiten. Es empfiehlt sich, beim systematischen Probieren eine Tabelle zu nutzen. Zur Differenzierung auf ein niedrigeres Niveau kann die Tabelle auch vorgegeben werden.

V2 Ziel: Kontexte und Gleichungen einander zuordnen

Dauer 5-10 min

Bezug Nach E0, E1, E1, E2, weiter mit O1. Als **HA** geeignet.

Hinweis Gleiches Zahlenmaterial erfordert von den Schülerinnen und Schülern ein begründetes Zuordnen von Kontexten und Gleichungen. Durch die Vorgabe der Gleichungen ist auch reversibles Denken möglich.

Lernwege Diese Aufgabe eignet sich besonders gut als erste Hausaufgabe nach **E2**.

V3 Ziel: Gleichungen aufstellen und durch systematisches Probieren lösen

Dauer 15 min

Bezug Nach E0, E1,E1, E2,E2, weiter mit O1.

Hinweis Zahlenrätsel stellen für viele Schülerinnen und Schüler einen leichter verständlichen Kontext dar als viele andere. Daher eignen sie sich gut für ein Training zum Aufstellen von Gleichungen zu Beginn der Einheit.

Lernwege Es empfiehlt sich, beim systematischen Probieren eine Tabelle zu nutzen. Zur Differenzierung auf ein niedrigeres Niveau kann die Tabelle auch vorgegeben werden. Nach der Bearbeitung von Aufgabenteil **a)** fällt es leichter, Aufgabenteil **b)** zu bearbeiten. Aufgabenteil **b)** kann auch zur Differenzierung nach Lerntempo genutzt werden.

Basisaufgabe V3 Ziel: Unbekannte Werte durch Probieren bestimmen

Dauer 15 min

Bezug Nach E0, E1,E1, E2,E2, weiter mit O1.

Hinweise In der Basisaufgabe sind die Situationen weniger komplex und besser vorstellbar. Die tabellarische Darstellung und die Fragen in **c)** reaktivieren inhaltliche Vorstellungen insbesondere zur Äquivalenz von Gleichungen.

V4 Ziel: Gleichungssysteme aufstellen und zum graphischen Lösen umstellen

Dauer	20 min
Bezug	Nach E2, E2, O1. Als **HA** geeignet.
Hinweis	Diese Aufgabe greift den Kontext von O1 auf und eignet sich daher besonders gut als Hausaufgabe in der Folge von O1.
Lernwege	Die Schülerinnen und Schüler lösen arbeitsteilig die paralleldifferenzierten Aufgabenteil **a)** und erstellen in **b)** die Graphen. Anschließend werden die Ergebnisse ausgetauscht und gegenseitig durch Einsetzen in beide Gleichungen kontrolliert. Zur Differenzierung nach Lerntempo kann die Methode „Busstop“ genutzt werden: Sobald die Lernenden mit einer Teilaufgabe fertig sind, können sie jede Teilaufgabe an „Stationen“, ihre Ergebnisse und Vorgehensweisen miteinander vergleichen (Lerntempoduett). Schwierigkeiten bereitet das Dekodieren der dicht dargebotenen Informationen, aus denen zwei Gleichungen gezogen werden müssen. Dieses Problem ist in der Basisaufgabe reduziert.

Basisaufgabe **V4** Ziel: Gleichungssysteme aufstellen und zum graphischen Lösen umstellen

Dauer	20 min
Bezug	Nach E2, E2, O1. Als **HA** geeignet.
Hinweise	In der Basisaufgabe wird das Aufstellen der Gleichungen stärker vorstrukturiert, indem zu jeder der beiden aufzustellenden Gleichungen je eine konkrete Bedingung formuliert wird.

V5 Ziel: Graphen und Gleichungssysteme begründet zuordnen

Dauer	15 min
Bezug	Nach O1, **V2**.
Hinweis	Graphen und Lösungen werden im Kontext und im Gleichungssystem zugeordnet. Überprüfungen der Lösungen durch Rechnen (Punktprobe). **c)** ist eine Erweiterung für stärkere Schülerinnen und Schüler. Im Kontext macht es hier keinen Sinn, die Graphen als Linien darzustellen, sondern eher als Folge von diskreten Punkten mit ganzzahligen Koordinaten. Dadurch werden die Schülerinnen und Schüler angeregt, nicht automatisiert zu handeln sondern stets im Kontext ihre Ergebnisse zu überdenken und begründete, sinnvolle Entscheidungen zu treffen.
Lernwege	Schwächere Schülerinnen und Schüler können die Aufgabenteile **a)** und **b)** gut als Training lösen. Der Aufgabenteil **c)** eignet sich zu Differenzierung nach Lerntempo und Leistungsniveau. Die Ergebnisse können anschließend im Plenum diskutiert werden, so dass alle Schülerinnen und Schüler profitieren können.

Vertiefen 2 Gleichsetzen und graphisch lösen

Hintergrund	Die Etappe 2 bietet ein verstehensorientiertes und flexibilisierendes Training der Verknüpfung von Situationen, Gleichungssystemen und ihren Lösungen, bzw. Geraden und ihrem Schnittpunkt.

V6 Ziel: Ein Gleichungssystem aufstellen und durch systematisches Probieren, Zeichnung und Gleichsetzen lösen

Dauer	20 min
Bezug	Nach E2, E2, O1, O2. Als **HA** geeignet.
Hinweise	Aus einer Situationsbeschreibung heraus wird ein Gleichungssystem erstellt. Da dieses auf unterschiedlichen Wegen gelöst wird, können die unterschiedlichen Lösungen herangezogen werden, um sie zu vergleichen und in Bezug zur Situationsbeschreibung zu setzen.
Lernwege	Die Schülerinnen und Schüler nehmen den Weg von Bekanntem (probierendem und graphischem Lösen) zu Neuem (Gleichsetzen).

V7 Ziel: Gleichungssystem aufstellen, graphisch und durch Gleichsetzen lösen

Dauer 15 min

Bezug E2, E2, O1, O2. Als **HA** geeignet.

Hinweis Bei der graphischen Lösung ist es möglich, das Problem zu bearbeiten, ohne eine Gleichung zu erstellen. Hier erfolgt die direkte Umsetzung von der Beschreibung zu Beispielwerten, die als Punkte eingetragen zum Graphen führen.
Hinweis zum Wissensspeicher: Im Wissensspeicher *Gleichungen 1* werden Terme für y (in Abhängigkeit von x) aufgestellt und dann direkt die Terme gleichgesetzt, ohne die Terme, als Gleichungen zu notieren.

Lernwege Bei dem Vergleich der Lösungen in Aufgabenteil **b)** können die Schülerinnen und Schüler die Vorteile der rechnerischen Lösung erkennen (genauer Zahlenwert), aber es lässt sich auch kontextbezogen die Sinnhaftigkeit von genauen rechnerischen Lösung diskutieren. Denn niemand fährt immer exakt gleich schnell Fahrrad und der Treffpunkt von Merve und Till wird sicherlich nicht exakt mit dem berechneten Treffpunkt übereinstimmen.

V8 Ziel: Gleichungssystem aufstellen, graphisch und Schnittpunkt deuten

Dauer 15 min

Bezug E2, E2, O1, O2. Als **HA** geeignet.

Hinweis Der Schwerpunkt der Aufgabe liegt auf der Diskussion der Lösung. Der Schnittpunkt der beiden Graphen stellt den break-even-point dar. „Vor“ dem Schnittpunkt macht der Hotelier Schulden, „nach“ dem Schnittpunkt steigen seine Einnahmen an.

Lernwege Die Schülerinnen und Schüler haben in allen Aufgaben bis jetzt den Schnittpunkt nur als „feste Lösung“ kennengelernt. In dieser Aufgabe erkennen sie, dass die Lösung auch eine andere Bedeutung haben kann und nur den „Moment des Umbruchs“ darstellen kann. Um dies gründlich zu erarbeiten, sollte für den letzten Teil der Aufgabe genügend Zeit für eine Besprechung eingeplant werden.

V9 Ziel: Graphische Lösung von Gleichungssystemen; Paralleldifferenzierung

Dauer 15-20 min

Bezug Nach E2, E2, O1, O2. Als **HA** geeignet.

Hinweise Paralleldifferenziert werden hier drei Gleichungssysteme als reine Trainingsaufgabe angeboten. Darüber hinaus weisen die Graphen in (2) und (3) bzw. in (1) und (2) eine besondere Lage auf.

Lernwege Je nach Leistungsstand lösen die Schülerinnen und Schüler die Gleichungssysteme nach y auf und tragen sie in je ein Koordinatensystem ein. **b)** kann zur zeitlichen und weiteren Niveaudifferenzierung genutzt werden.

V10 Ziel: Gleichungen zu einer Lösung finden

Dauer 15 min

Bezug Nach O1, O2. Als **HA** geeignet.

Hinweise Bei der Bearbeitung der Aufgabenteile **a)** und **c)** ist eine große Lösungsvielfalt möglich. Hier müssen Überlegungen getroffen werden, wie die Lösungen verglichen werden können. Es empfiehlt sich eine Redaktion in Kleingruppen, die durch Hinweise zur Kontrolle vorstrukturiert: Überprüft, ob das stimmen kann, indem ihr in **a)** die Lösung einsetzt und in **c)** Punkte in der Situation deutet oder kontrolliert, wie sich die Änderungsrate und der Startwert verhalten.

Lernwege Die Schülerinnen und Schüler können die Aufgabe in Einzel- oder Partnerarbeit lösen. Zum Vergleichen können sie ihre Ergebnisse mindestens drei verschiedenen Personen/ Teams gegenseitig vorstellen. Können sich Personen/ Teams gar nicht einigen, können die Ergebnisse anschließend im Plenum nochmals diskutiert werden.
Natürlich ist es auch möglich, mit OHP bzw. Visualizer zu arbeiten und so die Schülerergebnisse zu präsentieren und zu kontrollieren.

V11 Ziel: Verfahrensoffene Aufgabe zum graphischen Lösen (und evtl. auch Gleichsetzen)

Dauer 5-15 min

Bezug Nach E2, E2, O1, O2. Als **HA** geeignet.

Hinweis Diese Aufgabe ist selbstdifferenzierend und verfahrensoffen. Durch das Zuordnen ist es den Schülerinnen und Schüler selbst überlassen, ob sie mit Situation, Grafik oder Lösung beginnen. Selbstdifferenzierend ist die Aufgabe, da auch besondere Lösungen enthalten sind. Starke Schülerinnen und Schüler erkennen dies an Graphik und Gleichungen und können so ohne zu rechnen und zu zeichnen die Zuordnung schnell erhalten.

Lernwege Die Schülerinnen und Schüler schneiden die Karten aus und ordnen zu. Die Zuordnungen lassen sie auf dem Tisch liegen sowie daneben ein Blatt und ein Stift. Wer fertig ist, steht auf und schaut sich andere Lösungen an. Bei Abweichungen werden Änderungsvorschläge auf dem Blatt notiert, ohne die Zuordnung zu verändern. So bekommen die Schülerinnen und Schüler Rückmeldung und müssen selbst die Zuordnungen anderer überdenken.

Vertiefen 3 Gleichungssysteme durch Einsetzen lösen

Hintergrund	Das Einsetzungsverfahren wird trainiert und auch automatisiert. Dabei ist es wichtig zu erkennen, wann sich das Einsetzungsverfahren zur Lösung eines Gleichungssystems anbietet. Auch kann das Erreichen einer einzigen Gleichung mit nur einer Unbekannten nach Verknüpfen der Gleichungen in den Fokus genommen werden.

V12 Ziel: Einsetzungsverfahren reflektieren und auf eine neue Situation anwenden

Dauer 15-20 min

Bezug Nach E3, O3. Als **HA** geeignet.

Hinweis Das Einsetzen wird in **b)** explizit thematisiert. Durch die Umformung nach y kann die Variable x berechnet werden – das ist es, was der Ausspruch von Pia bedeutet. Dies soll hier von den Lernenden in den Fokus genommen werden, um die Struktur des Einsetzungsverfahrens zu reflektieren.

V13 Ziel: Gleichungssystem aufstellen und durch Einsetzen lösen

Dauer 20 min

Bezug Nach E3, O3. Als **HA** geeignet.

Hinweis Auch diese Aufgaben können gut in der PADEK-Struktur gedacht werden: **PA**DEK: Die Lernenden können durch die Aufforderung, Beispiele zu untersuchen, unterstützt werden, die Situation besser zu verstehen und eine Gleichung als Ansatz aufzustellen. Können alle mit den Prozentangaben und der Frage nach dem Verhältnis umgehen? PADE**K**:Wird die Probe zur Kontrolle gemacht?

V14 Ziel: Training des Einsetzungsverfahrens mit Paralleldifferenzierung

Dauer 20-30 min

Bezug Nach O3. Als **HA** geeignet.

Hinweis Paralleldifferenzierung durch die Komplexität der Gleichungen. Stärkere Schülerinnen und Schüler müssen die Gleichungen umformen, bevor sie zum Einsetzungsverfahren kommen können.

Lernwege Die Schülerinnen und Schüler wählen ein Leistungsniveau, können jedoch auch mischen. Aufgabenteil **b)** bietet die Möglichkeit zur zeitlichen Differenzierung, wobei durch eine Besprechung im Plenum alle an den Erkenntnissen teilhaben können. Auch hier kann nochmals die Erkenntnis thematisiert werden, dass nach dem Einsetzen nur noch eine Gleichung mit einer Unbekannten entstanden sein muss und die Frage nach dem Kontrollieren des Ergebnisses gestellt wird.

Vertiefen 4 Gleichungssysteme durch Subtrahieren oder Addieren lösen

Hintergrund	Additions- und Subtraktionsverfahren werden trainiert. Gleichzeitig soll erkannt werden, wann diese Verfahren günstig anzuwenden sind.

V15 Ziel: Schritte beim Additionsverfahren ordnen

Dauer 15 min

Bezug Nach O4.

Hinweis Durch die Aufgabe kann das Additionsverfahren (nochmals) systematisiert werden. Der Zusammenhang/ Unterschied zwischen Subtraktionsverfahren und Additionsverfahren kann thematisiert werden.

Lernwege Die Schülerinnen und Schüler ordnen nach dem Ausschneiden zunächst die Schritte. Die ergänzenden Schritte müssen eingefügt werden. Durch das Vergleichen mit (mind. einem) Nachbarn können Fehler und Unschärfen in der Formulierung ausgeglichen werden. Durch die Vorgabe von Teilschritten ist es auch für schwächere Schülerinnen und Schüler möglich, einen Teilerfolg in der Aufgabe zu erzielen. Auch lassen sich die Ergebnisse so leichter im Plenum vergleichen, falls das erwünscht ist.

V16 Ziel: Additionsverfahren zur Lösung von Gleichungssystemen reflektiert einsetzen

Dauer 10-15 min

Bezug Nach O4. Als **HA** geeignet.

Hinweis Der Unterschied der Gleichungssysteme in **a)** und **b)** besteht darin, dass bei **b)** ein Faktor vor dem y steht. Durch den Impuls in **c)** müssen die Schülerinnen und Schüler nachdenken, wann es sinnvoll ist, das Additionsverfahren einzusetzen, und reflektiert verallgemeinern, dass immer das x wegfallen sollte.

V17 Ziel: Subtraktionsverfahren anwenden

Dauer 10 – 15 min

Bezug Nach E4, O4. Als **HA** geeignet.

Hinweis Die Berechnung von Preisen aus E4 wird aufgegriffen. Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass bei gleichen Vorfaktoren bei einer der Variablen die Subtraktion der beiden Gleichungen günstig ist.

Lernwege In Pias Gleichungssystem sind bei der Variablen m zunächst nur die Vorzeichen gleich, erst durch Verdoppelung der ersten Gleichung führt das Subtraktionsverfahren zum Erfolg. Wenn die Schülerinnen und Schüler dieses Prinzip verstanden haben, können sie den Preis für die Mahlzeiten berechnen und das Verfahren auf die Gleichung in **c)** anwenden. In der Formulierung eigener Aufgaben zum Subtraktionsverfahren zeigt sich, inwieweit das Prinzip verstanden wurde.

Vertiefen 5 Verschiedene Wege zum Lösen von Gleichungssystemen

Hintergrund	Dieser Abschnitt bezieht sich auf alle Bereiche des Ordnens. Die verschiedenen Lösungswege werden miteinander verglichen und es wird bewusst gemacht, bei welchem Gleichungstyp welches Verfahren günstig ist.

V18 Ziel: Vergleich von unterschiedlichen Lösungswegen

Dauer 10 min

Bezug Nach O2, O3, O4.

Hinweis Ein Gleichungssystem wird mit dem Additionsverfahren, dem Gleichsetzungsverfahren und dem Einsetzungsverfahren gelöst. Die Verfahren sollen analysiert und benannt werden.

Lernwege Die Schülerinnen und Schüler werden sofort den unterschiedlichen Umfang der Rechnungen erkennen, allerdings sollen sie auch die einzelnen Rechenschritte von Till, Ole und Merve erklären und die korrekten Namen der Verfahren zuordnen können.

V19 Ziel: Aufstellen von Gleichungssystemen und Interpretation der Lösung

Dauer 15-20 min

Bezug Nach **E2**, **O1**, **V6-V8**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Hilfreiche Leitfragen, die schwächeren Schülerinnen und Schülern mitgegeben werden können: Was ist die unabhängige Größe? Welche Größe hängt davon ab? Wie muss das Koordinatensystem aussehen, damit die Tarife darin abgebildet werden können? Was bedeutet der Schnittpunkt? Was ist vorher/ nachher?

Lernwege Die Schülerinnen und Schüler müssen zunächst erkennen, dass die Anzahl der Filme die unabhängige Variable, der Preis die abhängige Variable ist. Rechnerische und zeichnerische Lösung dienen gegenseitig als Kontrolle.
Wichtig ist die Interpretation der Graphik: Bei bis zu 6 Filmen pro Monat ist Tarif (2) am günstigsten, bei mehr als 6 Filmen und weniger als 11 Filmen sollte man Tarif (3) wählen, bei mehr als 11 Filmen lohnt sich Tarif (1).

V20 Ziel: Aufstellen des Gleichungssystems und Lösung mit geeigneten Verfahren

Dauer 10 min

Bezug Nach **O2**, **O3, O4**, **V1**.

Hinweis Möglicherweise wird die Schwierigkeit im Aufstellen des Gleichungssystems liegen bzw. in der Festlegung von x und y. Wie immer hilft das Einsetzen von Werten, das unterstützen kann, dass man sieht, was sich verändert und was davon abhängt.

Lernwege Die Lösung des Gleichungssystems kann mit allen Verfahren gut bewältigt werden. Die Lösung mit einem zweiten Verfahren kann als Probe dienen, da ja nur das Verfahren, nicht die Gleichung geändert wurde.

V21 Ziel: „Spielen“ mit Gleichungen und Vorfaktoren vor den Variablen

Dauer 10–15 min

Bezug Nach **O1**, **O2**, **O3**, **O4**.

Hinweis Es gibt viele verschiedene Möglichkeiten.

Lernwege **a)** Den Schülerinnen und Schüler sollte klar sein, wie die Vorfaktoren der Variablen aussehen müssen, damit sich ein gewünschtes Lösungsverfahren möglichst einfach durchführen lässt.
b) Auch hier geht es um die Struktur der Gleichungen. Die Schülerinnen und Schüler müssen sich noch einmal die Bedingungen klar machen, wann es eine, keine oder unendlich viele Lösungen gibt.

V22 Ziel: Wissen über das Lösen von Gleichungssystemen überprüfen

Dauer 10-20min

Bezug Nach **O1**, **O2**, **O3, O4**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Die Vorstellungen und Begriffe können mit dieser Aufgabe überprüft und gefestigt werden. Die Verbalisierung in Form von Tipps hilft, die Lösungsverfahren zu festigen.

Lernwege Die Schülerinnen und Schüler entscheiden zunächst, ob die getroffenen Aussagen richtig oder falsch sind, ggf. werden die Sätze korrigiert. Weitere Tipps, auch zu den verschiedenen Lösungsverfahren, können als Hausaufgabe erstellt werden.

V23 Ziel: Zu gegebenen Gleichungssystemen ein Lösungsverfahren auswählen

Dauer 20-25min

Bezug Nach **O1**, **O2**, **O3** und **O4**, **V18**, **V21**. Als **HA** geeignet.

Hinweis Die Aufgabe eignet sich gut zur Differenzierung. Die Aufgabenteile **a)** und **b)** sind von guten Schülerinnen und Schülern vermutlich schnell zu bearbeiten, so dass für diese Schülergruppe Zeit für das zielgerichtete Verändern von Aufgabenstellungen bleibt.

Lernwege Die Schülerinnen und Schüler wählen je nach Form des Gleichungssystems ein Verfahren aus und führen die Rechnung durch. Diese Entscheidung wird reflektiert durch die Überlegung, ob es noch ein besseres Verfahren gibt und durch die Aufforderung, in einem Satz zu formulieren, wann welches Verfahren geeignet ist. Bei den Aufgabenteilen **d)** und **e)** sollen die Schülerinnen kreativ mit Gleichungssystemen und Lösungsverfahren experimentieren.

Kompetenzen

Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler…

- erkennen in Alltagssituationen bestimmte Muster und übersetzen diese Muster in mathematische Terme.
- nutzen verschiedene mathematische Darstellungsarten und Lösungswege.
- nutzen und vernetzen das bisherige Wissen (z.B. zum Lösen von Gleichungen).
- kontrollieren Lösungen selbstständig.
- interpretieren Lösungen im Kontext.

Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler…

- vertiefen ihre Kenntnisse zur Tabellenkalkulation.
- diskutieren Ergebnisse mit einem Partner und begründen getroffene Entscheidungen.

Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Schreiben und Sprechen: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende (dauerhaft) aktiv nutzen können (zum Teil aus alten Kapiteln):

- Lineare Gleichungssysteme,
- Lineares Gleichungssystem lösen,
- graphische und tabellarische Lösung,
- Einsetzungsverfahren bzw. Gleichsetzungsverfahren,
- Additionsverfahren,
- eine, keine oder unendlich viele Lösungen,
- Lösungsmenge,
- Zielgröße.

Lesen und Zuhören: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende in ihrer Bedeutung erfassen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- Fettgehalt von 10%,
- Kohlenhydratmenge,
- Diabetiker,
- Nährwerttabelle.

Überprüfung

Eine mögliche **alternative Leistungsbeurteilung** würde sich anbieten, wenn man einzelne Lösungsverfahren (z.B. Einsetzungsverfahren in O3, Additionsverfahren in O4) von einer Kleingruppe erarbeiten lässt und dies dann in eine Präsentation mündet.

Checkliste **Rund um die Schulküche – Mischungsprobleme darstellen und lösen**

Ich kann ... Ich kenne ...	*Hier kann ich üben ...*
K1 **Ich kann zu Situationen, bei denen zu zwei Unbekannten zwei Zusammenhänge angegeben sind, ein Gleichungssystem aufstellen.** Aus Ceylontee (1 kg kostet 25 €) und Chinatee (1 kg kostet 30 €) soll eine Mischung hergestellt werden, bei der 100 g für 2,80 € erhältlich sind.	S. 260 Nr. 1–3
K2 **Ich kann ein Gleichungssystem grafisch lösen, d. h. die Graphen zeichnen und den Schnittpunkt im Koordinatensystem ablesen.** Löse das folgende Gleichungssystem grafisch: I $3x + 2y = 4$ II $y = 2x + 2$	S. 261 Nr. 5 S. 262 Nr. 6 S. 263 Nr. 10, 11
K3 **Ich kann ein Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungsverfahren lösen.** (1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Graphen zu den folgenden Gleichungen: I $2y = 2x + 12$ II $2y = x + 6$ (2) Kontrolliere deine Lösung durch Zeichnen der Graphen und Ablesen ihres Schnittpunkts im Koordinatensystem.	S. 262 Nr. 7, 8 S. 263 Nr. 9
K4 **Ich kann ein Gleichungssystem mit einem Rechenverfahren lösen.** Löse die folgenden Gleichungssysteme mit einem Rechenverfahren deiner Wahl: (1) I $x + 2y = 25$ II $2x + 2y = 20$ (2) I $y = 2x + 2$ II $y = 3x - 2$ (3) I $4y + x = 24$ II $y = 6 - 10x$	S. 266 Nr. 18 S. 267 Nr. 21, 22
K5 **Ich kann kontrollieren, ob mein Ergebnis wirklich das Gleichungssystem löst.** Welche der Lösungen „$x = 7$ und $y = -4$“ und „$x = 9$ und $y = 2$“ gehört zu dem Gleichungssystem? I $6x = 14y + 26$ II $2x = 20 - y$	S. 261 Nr. 5 S. 262 Nr. 6 S. 263 Nr. 11
K6 **Ich kann entscheiden, ob ein lineares Gleichungssystem eine, keine oder unendlich viele Lösungen hat.** Beantworte zu den Gleichungssystemen die folgenden Fragen: ▪ Wie viele Lösungen gibt es jeweils? ▪ Wie liegen jeweils die Graphen zueinander? (1) I $x + 3y = 25$ II $2x + 6y = 50$ (2) I $x + 3y = 25$ II $2x - 6y = 50$ (3) I $x + 3y = 25$ II $2x + 6y = 40$	S. 263 Nr. 9, 11 S. 267 Nr. 21
K7 **Ich kann die Lösungen eines linearen Gleichungssystems (im Sachkontext) interpretieren.** Zum Einlegen von Gewürzgurken werden 4 Liter Essigwasser mit 2,5 % Säureanteil benötigt. Zum Herstellen des Essigwassers werden Essigessenz (25 % Säuregehalt) und Wasser gemischt. Die Gleichungen lauten: I $x + y = 4$ II $0{,}25x = 4 \cdot 0{,}025$ Löse das Gleichungssystem und schreibe einen Antwortsatz.	S. 262 Nr. 6–8 S. 266 Nr. 19, 20

▸ *Hinweis:* Im Materialblock auf Seite 138 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung. Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter 276-1. (www.cornelsen.de/mathewerkstatt, Webcode: MWS040036-276-1)

Basiskompetenzen, die in der Übe-Kartei für das spätere Vertiefen aufgegriffen werden:

K1 Ich kann zu Situationen, die mit einem linearen Gleichungssystem gelöst werden können, das Gleichungssystem aufstellen.

K2/3 Ich kann ein Gleichungssystem graphisch lösen und erklären, wie das Gleichsetzungsverfahren und das graphische Lösen zusammenhängen.

K4/5 Ich kann ein Gleichungssystem mit einem Rechenverfahren lösen und die Lösung durch Einsetzen kontrollieren.

Kompetenzen aus vorangegangenen Kapiteln

Zahlen systematisieren (Klasse 7):

K5/6 Ich kann alle Rechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) für Dezimalzahlen und Brüche sicher ausführen und kontrollieren.

Modellieren mit Variablen (Klasse 7):

K3 Ich kann zu einer Situation mit veränderbaren Zahlen einen Term mit Variablen aufschreiben.

K5 Ich kann konkrete Zahlen in einen Term einsetzen und den Wert des Terms bestimmen.

K6 Ich kann unbekannte Zahlen finden, für die ein Term einen bestimmten Wert annimmt.

Funktionen (Klasse 8)

K5 Ich kann Tabellen, Graphen und Terme zu linearen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen.

Gleichungen (Klasse 8)

K1-3 Ich kann den gemeinsamen Wert zweier Terme am Graphen, durch systematisches Probieren mit einer Tabelle oder durch Rückwärtsrechnen bestimmen

K5 Ich kann zu einer Situation, die ich mit Zahlen darstellen kann und bei der eine unbekannte Größe gesucht ist, eine Gleichung aufstellen.

K6/7 Ich kann die Unbekannte in einer Gleichung exakt bestimmen, indem ich die Gleichung schrittweise vereinfache/ äquivalent umforme und überprüfe, ob ein bestimmter Wert eine Gleichung erfüllt.

Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:
  http://www.ko-si-ma.de → Produkte → Handreichungen → mathewerkstatt 9,
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040036):
  www.cornelsen.de/mathewerkstatt → mathewerkstatt 9 oder *mathewerkstatt 5*.

Lineare Gleichungssysteme 1	Bild der Einstiegsseite (SB|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 2	Basisaufgabe *Spielfiguren mischen* (SB **E0**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 3	Basisaufgabe *Sahnejoghurt selbst herstellen* (SB **E1**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 4	Wissensspeicher *Prozente 1* (SB **E1/E2**|MB Kl. 7)
Lineare Gleichungssysteme 5	Ausgefüllter Wissensspeicher *Prozente 1* (SB **E1**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 6	Wissensspeicher *Prozente 2* (SB **E1/E2**|MB Kl. 7)
Lineare Gleichungssysteme 7	Ausgefüllter Wissensspeicher *Prozente 2* (SB **E1/E2**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 8	Wissensspeicher *Prozente 3* (SB **E1/E2**|MB Kl. 7)
Lineare Gleichungssysteme 9	Ausgefüllter Wissensspeicher *Prozente 3* (SB **E1/E2**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 10	Excel-Datei *Mischungen* (SB **E1**|CORNELSELN, Mediencode: 260-1)
Lineare Gleichungssysteme 11	Basisaufgabe *Das Mischen mit linearen Funktionen beschreiben* (SB **E2**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 12	Wissensspeicher *Gleichungen 1* (SB **E2/E3**|MB Kl. 8)
Lineare Gleichungssysteme 13	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungen 1* (SB **E2**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 14	Wissensspeicher *Funktionen 6* (SB **E2**|MB Kl. 8)
Lineare Gleichungssysteme 15	Ausgefüllter Wissensspeicher *Funktionen 6* (SB **E2**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 16	Wissensspeicher *Terme 11* (SB **E3**|MB Kl. 8)
Lineare Gleichungssysteme 17	Ausgefüllter Wissensspeicher *Terme 11* (SB **E3**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 18	Wissensspeicher *Gleichungen 2* (SB **E3**|MB Kl. 8)
Lineare Gleichungssysteme 19	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungen 2* (SB **E3**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 20	Wissensspeicher *Gleichungen 3* (SB **E3**|MB Kl. 8)
Lineare Gleichungssysteme 21	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungen 3* (SB **E3**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 22	Wissensspeicher *Gleichungen 4* (SB **E3**|MB Kl. 8)
Lineare Gleichungssysteme 23	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungen 4* (SB **E3**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 24	Methodenspeicher *Problemlösen 5* (SB **O1**|MB Kl. 8)
Lineare Gleichungssysteme 25	Ausgefüllter Methodenspeicher *Problemlösen 5* (SB **O1**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 26	Wissensspeicher *Gleichungen 1* (SB **O1**|MB Kl. 8)
Lineare Gleichungssysteme 27	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungen 1* (SB **O1**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 28	Wissensspeicher *Gleichungssysteme 1* (SB **O1**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 29	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungssysteme 1* (SB **O1**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 30	Wissensspeicher *Gleichungssysteme 2* (SB **O2**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 31	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungssysteme 2* (SB **O2**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 32	Wissensspeicher *Gleichungssysteme 3* (SB **O3**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 33	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungssysteme 3* (SB **O3**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 34	Wissensspeicher *Gleichungssysteme 4* (SB **O4**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 35	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungssysteme 4* (SB **O4**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 36	Wissensspeicher *Gleichungen 1* (SB **V1**|MB Kl. 8)

Lineare Gleichungssysteme 37	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungen 1* (SB **V1**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 38	Basisaufgabe *Rätsel knacken* (SB **V3**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 39	Basisaufgabe *Mixgetränke herstellen* (SB **V4**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 40	Wissensspeicher *Funktionen 1* (SB **V5**|MB Kl. 7)
Lineare Gleichungssysteme 41	Ausgefüllter Wissensspeicher *Funktionen 1* (SB **V5**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 42	Wissensspeicher *Gleichungen 1* (SB **V7**|MB Kl. 8)
Lineare Gleichungssysteme 43	Ausgefüllter Wissensspeicher *Gleichungen 1* (SB **V7**|KOSIMA)
Lineare Gleichungssysteme 44	Arbeitsmaterial *Gleichungssystem, Situation, Graphen und Lösung zuordnen* (SB **V11**|MB)
Lineare Gleichungssysteme 45	Arbeitsmaterial *Schritte beim Additionsverfahren* (SB **V15**|MB)

Lineare Gleichungssysteme 46	Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediencode: 276-1)
Lineare Gleichungssysteme 47	Checkliste zum Ausfüllen (SB|MB & CORNELSEN)