Wissensspeicher Gleichungen aufstellen

So stellt man eine Gleichung auf, um die Unbekannte zu bestimmen

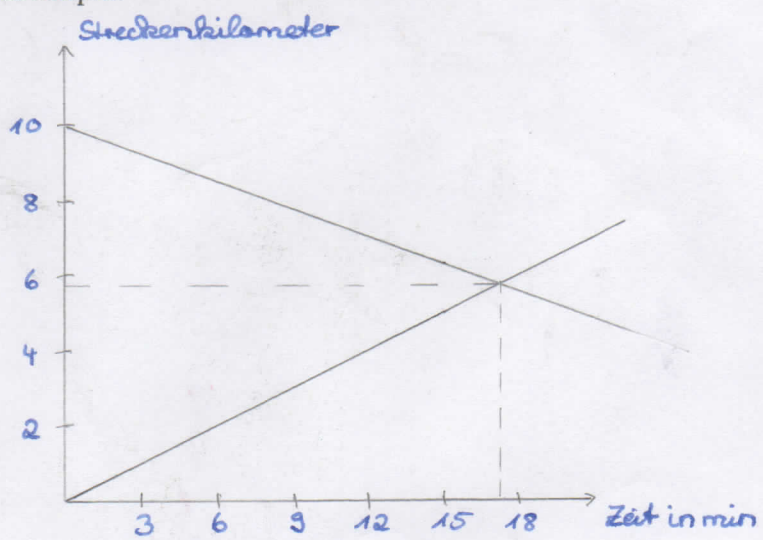
Beispiel: Tolga und Anton wohnen 10 km voneinander entfernt. Sie fahren mit dem Fahrrad beide gleichzeitig von zu Hause auf dem üblichen Weg los. Tolga fährt 20 $\frac{km}{h}$ und Anton 15 $\frac{km}{h}$. Wann und wo treffen sie sich?

Schritte allgemein	Schritte am Beispiel
1. Schritt: x bzw. x und y festlegen Die unbekannten Größen nennt man x und y. Dabei ist x die erste Größe und y die davon abhängige zweite Größe.	Die Größe x gibt die Zeit an. Die Größe y gibt den Ort an, wo man sich zu der jeweiligen Zeit befindet.
2. Schritt: die beiden Terme aufstellen Stelle zu jedem Zusammenhang einen Term auf.	Tolga: $20x$ Anton: $-15x+10$
3. Schritt: die Gleichung aufstellen Setze die beiden Terme gleich.	$+15x$ | $20x = -15x+10$ | $+15x$ $:35$ | $35x = 10$ | $:35$ $x = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$

Hier die Tabelle, die Skizze und der Graph zum Beispiel:

Zeit in min	Streckenkilometer Tolga	Anton
1	0,33...	9,75
5	1,66...	8,25
10	3,33...	7,5
15	5	6,25
17	5,66..	5,75
17,1	5,7	5,725

(Hinweis: In der Tabelle und im Graphen wurden mit Minuten gearbeitet, um die Lösung der Gleichung in kleineren vorstellbaren Schritten zu finden.)



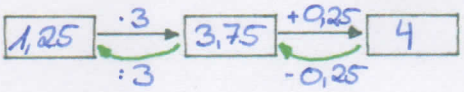
Hier mein Antwortsatz:

Tolga und Anton treffen sich nach ungefähr 17,1 min bei ca. 5,7 km.

© 2015 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin. Alle Rechte vorbehalten.

Wissensspeicher Gleichungen äquivalent umformen Teil 1

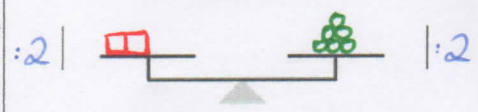
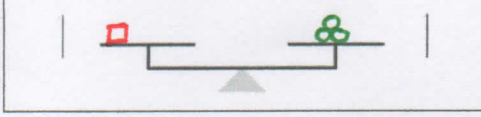
Gleichungen wie $3x + 0{,}25 = 4$ kann man durch Rückwärtsrechnen genau lösen:



Das ist die unbekannte Zahl: 1,25

Bei Gleichungen wie $3x + 1 = x + 7$ klappt das nicht so einfach.

Man vereinfacht dann die Gleichung so lange, bis man den Wert für x ablesen kann.

Waage-Bilder	Gleichung	Beschreibung
	$-1 \mid \quad 3x + 1 = x + 7 \quad \mid -1$	Auf beiden Seiten der Waage wird ein Plättchen weggenommen, damit auf der linken Seite nur noch Boxen sind.
	$-x \mid \quad 3x = x + 6 \quad \mid -x$	Auf beiden Seiten der Waage wird eine Box weggenommen, damit auf der rechten Seite nur noch Plättchen sind.
	$:2 \mid \quad 2x = 6 \quad \mid :2$	Beide Seiten werden durch 2 geteilt.
	$x = 3$	x = 3 ist die Lösung, das heißt hier sind 3 Plättchen in der Box.

Die Lösungsmenge zu dieser Gleichung lautet: $L =$ {3}

Es gibt Gleichungen, zu denen das schrittweise Vereinfachen zwar geht, aber man kann es nicht an der Waage darstellen.

	$2x + 3 = 1$	$-2x + 5 = -3x - 7$	$-5{,}5x - 4{,}2 = -3{,}5x - 7{,}2$
Rechnung	$-3 \mid \quad 2x + 3 = 1 \quad \mid -3$ $:2 \mid \quad 2x = -2 \quad \mid :2$ $x = -1$	$+7 \mid \quad -2x + 5 = -3x - 7 \quad \mid +7$ $+2x \mid \quad -2x + 12 = -3x \quad \mid +2x$ $\cdot(-1) \mid \quad 12 = -x \quad \mid \cdot(-1)$ $-12 = x$	$+3{,}5x \mid -5{,}5x - 4{,}2 = -3{,}5x - 7{,}2 \mid +3{,}5x$ $+4{,}2 \mid -2x - 4{,}2 = -7{,}2 \mid +4{,}2$ $:(-2) \mid \quad -2x = 3 \quad \mid :(-2)$ $x = -1{,}5$
Das geht nicht an der Waage, weil …	… ich nur ganze Zahlen größer als 0 auf der Waage darstellen kann.	… ich nur ganze Zahlen größer als 0 auf der Waage darstellen kann.	… ich nur ganze Zahlen größer als 0 auf der Waage darstellen kann.

© 2015 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin. Alle Rechte vorbehalten.

Wissensspeicher Gleichungen äquivalent umformen Teil 2

Beim schrittweisen Vereinfachen muss man darauf achten, dass sich die Lösungsmenge pro Schritt nicht verändert.

Beispiel in sinnvoller Reihenfolge	**So lassen sich die Schritte beschreiben**	**Durch Einsetzen habe ich die Lösungsmenge zur Kontrolle pro Schritt bestimmt**
$\|-4\|\ 5x+4 = 7x-2\ \|-4$	auf beiden Seiten wird die 4 subtrahiert, damit links nur noch ein Vielfaches von x steht.	$L=\{3\}$
$\|-7x\|\ 5x = 7x-6\ \|-7x$	auf beiden Seiten wird 7x subtrahiert, damit links nur ein Vielfaches von x und rechts nur noch ganze Zahlen stehen.	$L=\{3\}$
$\|:(-2)\|\ -2x = -6\ \|:(-2)$	Beide Seiten werden durch (-2) geteilt.	$L=\{3\}$
$=$		$L=$
$x = 3$		$L=\{3\}$

Das schrittweise Vereinfachen einer Gleichung heißt auch **äquivalentes Umformen.**

Der Name „äquivalentes Umformen" passt, weil

die Waage immer im Gleichgewicht bleiben soll, das heißt der Wert der Lösungsmenge beim Umformen immer gleich bleibt.

Die folgenden Schritte sind beim äquivalenten Umformen möglich.

- auf beiden Seiten durch die gleiche Zahl teilen
- auf beiden Seiten die gleiche Zahl subtrahieren oder addieren
- auf beiden Seiten gleich viele x subtrahieren oder addieren
- die Seiten vertauschen

© 2015 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin. Alle Rechte vorbehalten.

Wissensspeicher Lösungsverfahren auswählen, Lösungen erklären und kontrollieren

P A D E K Zum Lösen einer Gleichung gibt es die folgenden Verfahren:

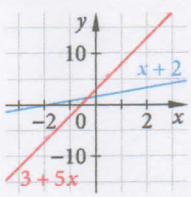
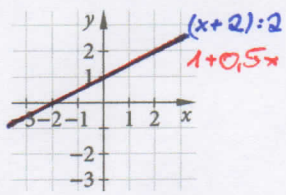
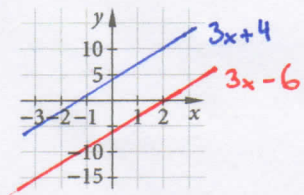
Lösungsverfahren	Mein Beispiel
systematisches Probieren	$5+x=100$ 1: $6=100$ 50: $55=100$ 90: $95=100$ 95: $100=100$
Rückwärtsrechnen	$20x-40=160$ 10 $\xrightarrow{\cdot 20}$ 200 $\xrightarrow{-40}$ 160 10 $\xleftarrow{:20}$ 200 $\xleftarrow{+40}$ 160
äquivalentes Umformen	$5x+4=5+1x$ $-4\mid$ $5x+4=5+1x$ $\mid -4$ $-x\mid$ $5x=1+1x$ $\mid -x$ $:4\mid$ $4x=1$ $\mid :4$ $x=\frac{1}{4}$

Das äquivalente Umformen klappt immer, aber manchmal ist es besser ein anderes Verfahren zu nutzen, weil

das schneller und einfacher sein kann.

P A D E K **So kann man verschiedene Arten von Lösungen erklären**

Bei linearen Gleichungen besteht die Lösungsmenge nicht immer nur aus einer Zahl.

Die Lösungsmenge …		
besteht aus einer Zahl.	besteht aus unendlich vielen Zahlen, ist leer, hat kein Element.	
		
$-x\mid\ x+2=3+5x\ \mid -x$ $-3\mid\ 2=3+4x\ \mid -3$ $:4\mid\ -1=4x\ \mid :4$ $-0{,}25=x$	$\cdot 2\mid\ (x+2):2=1+0{,}5x\ \mid \cdot 2$ $-2\mid\ (x+2)=2+x\ \mid -2$ $x=x$	$-3x\mid\ 3x+4=3x-6\ \mid -3x$ $4=-6$

P A D E K Am Ende sollte man stets die Lösung kontrollieren. Man kann dazu die Funktionsgraphen betrachten. Wenn die Lösungsmenge nur aus einer Zahl besteht, bietet sich die **Probe** an. Man setzt dazu die Lösung in die Ausgangsgleichung ein.

Beispiel

$x-1=5x-9$, $L=\{2\}$

$2-1=5\cdot 2-9$

$1=1$

© 2015 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin. Alle Rechte vorbehalten.