

# Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen



Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....	ab Seite 2
<b>Einstieg</b> .....	ab Seite 7
<b>Erkunden</b> .....	ab Seite 9
<b>Ordnen</b> .....	ab Seite 18
<b>Vertiefen</b> .....	ab Seite 27
<b>Kompetenzen und Checkliste</b> .....	ab Seite 36
Materialübersicht für dieses Kapitel.....	ab Seite 38

**Herausgegeben von:**

Stephan Hußmann  
Bärbel Barzel  
Susanne Prediger  
Timo Leuders

**Autoren:**

Stephan Hußmann  
Udo Mühlenfeld  
Cornelia Witzmann  
Sabrina Heiderich  
Vanessa Richter

**Redaktion:**

Raja Herold

© 2015 Kosima-Projekt:

Zitierbar als Hußmann, S.; Mühlenfeld, U; Witzmann, C.; Heiderich, S. & Richter, V. (2015): Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen. In: Hußmann, S., Leuders, T., Prediger, S. & Barzel, B. (Hrsg.): Handreichungen zur Mathewerkstatt 8. Dortmund/Freiburg: Kosima. Online unter: [www.ko-si-ma.de](http://www.ko-si-ma.de).

© 2015 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin:

Das Copyright gilt für alle dargestellten Seiten und Auszüge von Seiten des Schülerbuchs und des Materialblocks der *mathewerkstatt*; Rechteinhaber und Bildquellen sind in den entsprechenden Bildnachweisen dieser Produkte ausgewiesen.

## **Titel**      **Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen**

### **Thema**      **Proportionale, lineare und umgekehrt proportionale Funktionen**

#### **Kontexte – Kernfragen – Kernidee**

Grundidee des Kapitels ist die Nutzung eines Routenplaners, um Voraussagen über die Dauer einer Fahrt zu treffen. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Routenplaner mit festen Durchschnittsgeschwindigkeiten rechnet. Im Rahmen dieses Kontextes werden sowohl die Eigenschaften linearer (und proportionaler) Zusammenhänge wie das Zusammenspiel von Modell und Realität ausgelotet. Antiproportionale Funktionen werden genutzt, um zu einer festen Strecke die Reisezeiten verschiedener Fahrzeuge zu bestimmen. Abgerundet wird das Kapitel mit dem Vergleich der thematisierten Funktionstypen.

#### **Kernfrage A: Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte voraussagen?**

Zu Beginn werden proportionalen Funktionen im Kontext der Routenplanung wiederholt. Dazu werden bekannte Rechenwege genutzt, um Zwischenwerte für eine geplante Reise zu bestimmen. Mit Graph und Tabelle werden zentrale Charakteristika von proportionalen Funktionen thematisiert und mit Hilfe eines variierenden Tachostandes auf lineare Funktionen erweitert. Modell und Realität werden mit Hilfe von linearem Vorhersagegraph und „echtem Reisegraph“ unterschieden.

#### **Kernfrage B: Welche Informationen benötige ich, um eine lineare Funktion aufzustellen?**

Die besondere Stärke linearer Funktionen, aus nur zwei Werten alle weiteren Werte bestimmen zu können, wird mithilfe von Term, Tabelle und Graph erarbeitet. Dabei bildet der Wechsel zwischen den Darstellungen einen Kern dieser Etappe.

#### **Kernfrage C: Wie kann ich eine feste Größe unterschiedlich verteilen?**

Antiproportionale Funktionen werden über die Bestimmung der Reisedauer bei Verwendung verschiedener Fahrzeugtypen eingeführt. Die Strecke fungiert dabei als feste Größe, die auf unterschiedliche Geschwindigkeiten ‚verteilt‘ wird. Die Merkmale einer antiproportionalen Funktion werden erarbeitet und zur linearen und proportionalen Funktion abgegrenzt.

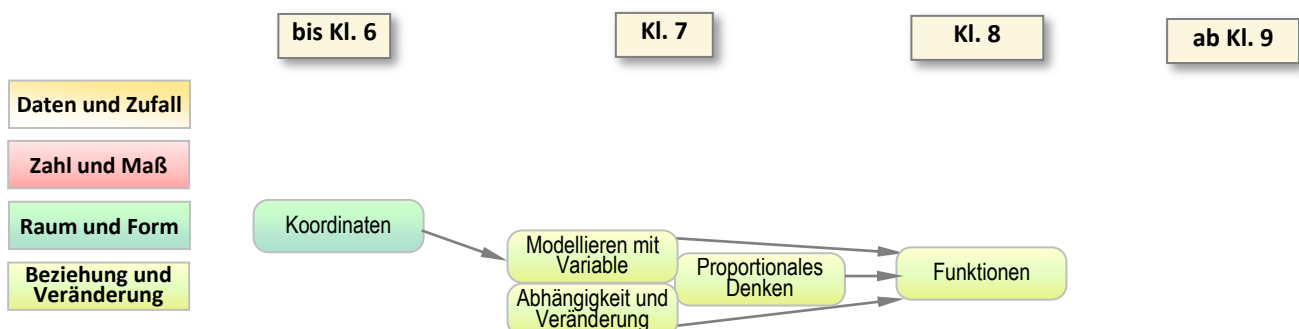
#### **Kernfrage D: Wie kann ich erkennen, welcher funktionale Zusammenhang vorliegt?**

In dieser Etappe werden das Leseverstehen und die Unterscheidung der Funktionsarten fokussiert. Die Lernenden stellen zu Realsituationen Tabelle, Graph und Term auf und nutzen die Merkmale der Funktionstypen, um diese unterscheiden.

#### **Kompetenzen**

- K1: Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu proportionalen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen.  
 K2: Ich kann zwischen Voraussagen mit Hilfe von Durchschnittsgeschwindigkeiten und den Reiseverläufen mit den tatsächlichen Geschwindigkeiten unterscheiden.  
 K3: Ich kann Merkmale (fester Faktor/ feste Änderung) von proportionalen Funktionen in Tabelle, Graph und Gleichung beschreiben.  
 K4: Ich kann Merkmale (feste Änderung/ Startwert) von linearen Funktionen in Tabellen, Graphen und Gleichungen beschreiben.  
 K5: Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu linearen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen.  
 K6: Ich kann Merkmale (Gesamtgröße und Änderungsverhalten) von umgekehrt proportionalen Funktionen in Tabelle, Graph und Gleichung beschreiben.  
 K7: Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu umgekehrt proportionalen Funktionen aufstellen.  
 K8: Ich kann Situationen danach unterscheiden, ob man weitere Werte bestimmen kann, und entscheiden, ob eine proportionale, eine lineare oder eine umgekehrt proportionale Funktion vorliegt.

#### **Zusammenhang**



Struktur

ca. 5 Wochen

Einstieg: Eindenken in die Funktionsweise eines Routenplaners				15	
<b>A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte voraussagen?</b>				<b>E</b>	<b>O</b>
<b>E1</b>	Voraussagen treffen		<b>V1</b>	Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten darstellen	15
<b>E2</b>	Voraussagen treffen mit Tabelle und Term	<b>O1</b> Proportionale Zusammenhänge erkennen	<b>V2 V2</b>		20
		<b>O2</b> Werte in proportionalen Funktionen bestimmen	<b>V3-V4</b>	Proportionale Funktionen darstellen und berechnen	20
<b>E3</b>	Weitere Werte finden mit Graph und Tabelle	<b>O3</b> Feste Änderung bei proportionalen Funktionen	<b>V5 V5</b>		30
		<b>O4</b> Graphen mit einer Funktionssoftware erstellen und bearbeiten (integrativer Bestandteil von <b>E3</b> )	<b>V6-V8</b>		45
<b>E4</b>	Die Voraussagen des Routenplaners überprüfen		<b>V9 V9</b>	Reise-Graph und Voraussage-Graph	15
<b>E5</b>	Reise-Graph oder Voraussage-Graph?		<b>V10-V12</b>		15
<b>E6</b>	<i>Der Umgang mit dem Routenplaner</i>		<b>V13 V13</b>	Berechnungen mit dem Routenplaner-Applet	30
			<b>V14 V14</b>		
			<b>V15</b>		30
			<b>V7</b>		
<b>E7 E7</b>	Tachostand ungleich 0	<b>O5</b> Funktionen mit Startwert verschieden von Null	<b>V16-V28</b>	Lineare Funktionen darstellen und berechnen	45/30
<b>E8 E8</b>	Voraussagegraph mit und ohne Tachostand	<b>O6</b> Feste Änderung bei linearen Funktionen			30
<b>E9</b>	Reststrecken berechnen	<b>O7</b> Negative Änderungen			20
					30
					15
<b>B Welche Informationen benötige ich, um eine lineare Funktion aufzustellen?</b>				<b>E</b>	<b>O</b>
<b>E10 E10</b>	Voraussagen vom Routenplaner erklären	<b>O8</b> Von der Tabelle zum Graphen und zur Gleichung	<b>V29-V44</b>	Mit wenigen Informationen Funktionen darstellen	30
<b>E11</b>	Vom Graphen zur Tabelle und zum Term	<b>O9</b> Vom Graphen zur Tabelle und zur Gleichung	<b>V33 V33</b>		15
		<b>O10</b> Mit wenig Informationen eine Gleichung erstellen			30
		<b>O11</b> Proportional oder linear?			15
<b>C Wie kann ich eine feste Größe unterschiedlich verteilen?</b>				<b>E</b>	<b>O</b>
<b>E12 E12</b>	Nach Fahrzeugtypen unterscheiden	<b>O12</b> Anders hoch- und runterrechnen	<b>V45-V53</b>	Umgekehrt proportionale Funktionen darstellen und berechnen	45
		<b>O13</b> Gesamtgröße bei umgekehrt proportionalen Zuordnungen	<b>V33 V33</b>		20
<b>D Wie kann ich erkennen welcher funktionale Zusammenhang vorliegt?</b>				<b>E</b>	<b>O</b>
<b>E13</b>	<i>Situationen beurteilen</i>	<b>O14</b> <i>Verschiedene Funktionstypen zusammenfassen</i>	<b>V54-V61</b>	Erkennen, welcher funktionale Zusammenhang vorliegt	45
		<b>O15</b> <i>Aussagen sortieren</i>			20

Kurzwege:

- 1) Bei starken Lerngruppen ohne Thematisierung der Unterschiede zwischen Reise- und Vorhersagegraph (**E4-E5**).
- 2) Ohne Einstieg und nach **E1-E2** direkt mit **O** weitermachen und dann wieder bei **E4** oder **E7** einsteigen (der Einsatz von Funktionssoftware **O4** muss dann im Rahmen von Aufgaben aus dem Vertiefen bearbeitet werden).

## Intensivzugriff

### Hintergrund

„Der Routenplaner hat für eine Strecke von 756 km genau 7 Stunden Fahrtzeit vorausgesagt. Und als wir dann gefahren sind, waren es tatsächlich fast genau 7 Stunden. Das ist faszinierend. Wie macht der das? Der weiß doch gar nicht, was auf der Strecke los ist.“

Diese Frage kann handlungsleitend sein, um das Phänomen der Linearität zu erkunden, denn auch wenn die tatsächliche Fahrt auf Grund von Staus und Pausen nicht linear verläuft, lässt sich mit einem linearen Modell die Fahrtzeit relativ exakt voraussagen. Mit diesem Zugang zu Linearität wird ein Konzept erschlossen, das sich im alltäglichen Leben in vielen unterschiedlichen Situationen zeigt.

Für das Phänomen der Linearität wird in diesem Kapitel die Thematik der Routenplanung als sinnstiftender Kontext genutzt, da hierbei zur Berechnung der Dauer einer Strecke stückweise lineare Funktionen verwendet werden und mit festen Durchschnittsgeschwindigkeiten je Streckenabschnitt gerechnet wird. Kennen die Schülerinnen und Schüler einige wenige Werte einer Reisedauer, so ist es das Ziel weitere Werte entlang des Reiseweges berechnen zu können. Eine Erkenntnis, die Schülerinnen und Schüler dabei erarbeiten sollen, ist, dass proportionale Rechenstrategien als Lösungsansatz nicht in Frage kommen, da der Startwert nicht zwangsläufig der Ursprung ist. Auf der Suche nach neuen Rechenstrategien können sie sowohl den Startwert als auch das gleichmäßige Anwachsen selbstständig entdecken.

Im Kontext des Routenplaners liegt die Besonderheit der Linearität darin, dass sich Voraussagen nahezu exakt treffen lassen, auch wenn die zu modellierende Wirklichkeit nicht linear ist. Über verschiedene Kontexte hinweg betrachtet, liegt die Besonderheit des Linearen darin, dass man aus wenigen Rahmendaten beliebig viele weitere Werte bestimmen kann. Die zentrale Eigenschaft linearer und damit auch proportionaler Wachstumsprozesse, die dabei genutzt wird, liegt in ihrer gleichmäßigen Änderung: Wird die Ausgangsgröße um einen Schritt erhöht, so wächst die abhängige Größe jeweils gleichmäßig an. Dies erlaubt ein besonders einfaches Berechnen von Zwischenwerten und zukünftigen Werten, wie bei kaum einer anderen Funktionsklasse. Die Möglichkeit besonders einfach Vorhersagen für Entwicklungsverläufe treffen zu können, ist die große Stärke des Phänomens ‚Linearität‘.

Damit es bei einer solch starken Präsenz eines Phänomens nicht zu Übergeneralisierungstendenzen bei der Modellierung anderer Situationen kommt (vgl. z.B. Van Dooren & Greer 2010), thematisiert das Kapitel auch andere Funktionsklassen, um den Rahmen der angemessenen Anwendung des linearen Modells erfahrbar zu machen. Insbesondere müssen mögliche Probleme der

Übergeneralisierung proportionaler Zusammenhänge sehr ernst genommen werden. Bereits in der Grundschule sammeln Schülerinnen und Schüler erste Erfahrungen zu gleichmäßigen Änderungen im Rahmen von proportionalen Rechenstrategien, aber auch in ihrem Alltag begegnen sie ihnen fortwährend. Aufgrund dieser Tatsache, scheint es naheliegend und dies bestätigen verschiedene empirische Studien (vgl. z.B. De Bock et al 2002), dass Lernende häufig die Vorstellung entwickeln, jede Relation sei proportional. Die proportionale Annahme scheint damit zur Denkgrundlage jeglicher Problemlöseprozesse zu werden und taucht bei Lernenden verschiedener Altersstufen auf. Umso wichtiger ist es, dass Schülerinnen und Schüler das Konzept der Linearität in seiner Spezifität kennen lernen, d.h.

- als spezifische und tragfähige Modellierung von Alltagssituationen,
- als Voraussagemodell, das Berechenbarkeit von Zwischenwerten und weiteren Werten ermöglicht,
- in expliziter Abgrenzung/ Erweiterung von proportionalen Zusammenhängen.

Zwei zentrale Aspekte von Proportionalität lassen sich am Beispiel des hier gewählten Kontexts gut herausarbeiten:

- Bei Zunahme der Reisezeit um die gleiche ‚Portion‘ Zeit, wächst die Reisedauer jeweils gleichmäßig an.
- Die Parameter Reisezeit und Reisedauer sind zur selben Zeit 0.

Die Sollbruchstelle vom proportionalen zum linearen Denken liegt in der Fokussierung des ersten und der Vernachlässigung des zweiten Aspekts, dessen Gültigkeit nicht direkt sichtbar ist, einfach als gültig angenommen oder nicht selten gar nicht reflektiert wird. Dadurch, dass lineare Funktionen nicht mehr zwangsläufig durch den Ursprung verlaufen, sind proportionale Rechenstrategien auf allgemeine lineare Problemstellungen nicht übertragbar. Das Kapitel reagiert darauf, indem zum einen die in proportionalen Zusammenhängen tragfähigen Rechenstrategien geprüft und zum anderen beide Funktionstypen in allen Darstellungen explizit kontrastiert werden.

Die besondere Rolle des Computereinsatzes zeigt sich in zwei Linien, die sich durch die Kapitel ziehen. Erstens steht immer wieder ein Applet zur Verfügung, mit dem man sich in die Gesetzmäßigkeiten eines didaktisch reduzierten Routenplaners hineinendenken kann, der mit einem realen Routenplaner erweitert werden kann, auch wenn dieser in der Regel schwieriger zu durchschauen ist. Zum anderen kann immer wieder eine Funktionensoftware genutzt werden. Hierbei sollte die Balance gehalten werden, zwischen dem händischen Eintragen von Graphen und der interaktiven Nutzung von verschiedenen Darstellungen, die dahingehend von Vorteil ist, dass man sich auf zu entdeckende Muster und Abhängigkeiten konzentrieren kann.

### **Etappe A: Wie kann ich aus wenigen Werten Voraussagen treffen?**

Zum Einstieg erhalten die Lernenden die Gelegenheit, die Funktionsweise eines Routenplaners kennen zu lernen. Dabei liegt der Fokus zuerst auf proportionalen Zusammenhängen, womit die Gelegenheit besteht, die Erkenntnisse aus dem Kapitel zum proportionalen Denken aufzufrischen. Während der Schwerpunkt des zurückliegenden Kapitels auf Tabellen und proportionalen Rechenstrategien liegt, werden hier nun auch die Funktionsgleichungen und Graphen thematisiert. Dabei werden in allen Aufgaben alle Darstellungen aufeinander bezogen. Im Anschluss an die Wiederholung werden Unterschiede zwischen Modell und Realität, hier zwischen Voraussagegraph als Graph einer proportionalen Funktion und dem Reisegraph als ‚kurvig‘ verlaufender Graph thematisiert. Diese Unterscheidung ist wichtig, weil Schülerinnen und Schüler manchmal dazu neigen, die Phänomene des Modells anhand der tatsächlichen Reise zu erklären. Die Kernaufgaben in diesem Kapitel bilden **E7** und **O6**. Hier wird der Wechsel von proportionalen zu linearen Funktionen vollzogen, sowohl im Kontext (Tachostand versus gefahrene Strecke) als auch in allen Darstellungen, wobei systematisch immer die beiden Phänomene kontrastiert werden. Besondere Bedeutung dabei erhalten die Konzepte der festen Änderung, des festen Faktors und des Startwerts. Die Steigung wird nur auf die Änderung im Graphen bezogen, der übergeordnete Begriff ist der der Änderung. Abschließend werden negative Änderungen thematisiert, um zu verhindern, dass mittelfristig lineare Funktionen mit negativer Änderung für antiproportionale Funktionen gehalten werden.

### **Etappe B: Welche Informationen benötige ich, um eine lineare Funktion aufzustellen?**

Der bewusste Wechsel zwischen den Darstellungen Tabelle, Graph, Term und Situation ist Schwerpunkt der zweiten Etappe, wobei der Verwendung der Kenngrößen linearer Funktionen besondere Aufmerksamkeit geschenkt wird. Darüber hinaus lernen die Schülerinnen und Schüler, dass man im linearen Fall mit nur zwei Wertepaaren auskommt, um Graphen zu zeichnen, Steigungen zu berechnen und daraus Terme zu erstellen. Dies wird sowohl für positive wie auch für negative Änderungen thematisiert, aber auch für starke Lerngruppen am Beispiel von stückweise linearen Funktionen bearbeitet.

### **Etappe C: Wie kann ich eine feste Größe unterschiedlich verteilen?**

Klassische Situationen zur Anwendung von antiproportionalen Funktionen sind Verteilsituationen, z.B. das Verteilen von Bonbons auf eine Gruppe von Kindern mit variierender Gruppengröße. Die Verteilung einer festen Strecke auf unterschiedliche Zeiten, je nach Geschwindigkeit ist im Kontext der Routenplanung die entsprechende Situation für diesen funktionalen Zusammenhang.

Nicht zuletzt aufgrund der unterschiedlichen Größenbereiche ist diese Situation aber nicht leicht zu verstehen. Daher wird in diesem Kapitel ein Alternativkontext für umgekehrt proportionale Funktionen zur Verfügung gestellt. Die Aufgaben im Erkunden **E12** und **E12** sind aber so konzipiert, dass sie im Ordnen **O12** und **O13** wieder zusammengeführt werden können. Dieser Funktionstyp wird zudem als ‚umgekehrt proportional‘ bezeichnet, um den Aspekt des ‚umgekehrten‘ Hoch- und Runterrechnens zu fokussieren. Damit soll auch dem Eindruck entgegen gewirkt werden, dass antiproportionale Funktionen das Gegenteil von proportionalen Funktionen sind, denn an sich handelt es sich um eine grundlegend andere Funktionenklasse. Schülerinnen und Schüler neigen jedoch dazu proportionale Funktionen mit ‚je mehr, desto mehr‘ und umgekehrt proportionale Funktionen mit ‚je weniger, desto weniger‘ zu charakterisieren. Diesem falschen Merksatz sollten genug kontrastierende Beispiele gegenübergestellt werden, falls er zur Sprache kommt.

### **Etappe D: Wie kann ich erkennen, welcher funktionale Zusammenhang vorliegt?**

In dieser Etappe geht es darum, die Erkenntnisse über die Funktionstypen und den relevanten Situationen zusammenzufassen und zu strukturieren. Dabei werden zum einen die Wissensspeicher aus den vorangegangenen Etappen kondensiert auf eine Wissensspeicherseite, zum anderen werden Situationen nach spezifischen Eigenschaften geordnet.

### **Basisweg**

Das Kapitel ist auf fünf Wochen angelegt. Alternative Basisversionen gibt es zu den Aufgaben **E7**, **E8**, **E10**, **E12** und **V2**, **V5**, **V9**, **V13**, **V14**, **V18**, **V30**, **V33**, **V38**. Hier werden Vorstrukturierungen, weitere Darstellungen und alternative Kontexte als zusätzliche Hilfen angeboten.

### **Diagnose**

Die Grundidee des Kapitels ist, die Funktionstypen entlang verschiedener Darstellungen zu systematisieren. Daher ist es notwendig auf den Erfahrungen zu Funktionen aus den anderen Kapiteln aufzubauen. Hier sind insbesondere die Erfahrungen zum Umgang mit Variablen, zum Beschreiben von Änderungen, zur Unterscheidung von Modell und Realität und zum proportionalen Denken maßgeblich, letzteres auch hinsichtlich der Gefahr der Übergeneralisierung.

Daher sind folgende Diagnoseanlässe besonders wichtig:

**E1:** Welche Erkenntnisse zum proportionalen Denken können die Lernenden aktivieren? Identifizieren sie die relevanten Größen?

**E3:** Können die Lernenden zwischen Realität und mathematischem Modell unterscheiden?

**E7:** Inwieweit entwickeln die Lernenden selbständig Ideen, lineares Wachstum in Abgrenzung zum proportionalen Wachstum zu beschreiben? Oder werden proportionale Strategien übergeneralisiert?



### Literatur

Drei Artikel stellen die Lernwege der Lernenden in diesem Kapitel genauer dar:

- Heiderich, Sabrina & Hußmann, Stephan (2013): 'Linear, proportional, antiproportional ... wie soll ich das denn alles auseinanderhalten' – Funktionen verstehen mit Merksätzen?!. In: Allmendinger, Henrike et al. (Hg.): *Mathematik verständlich unterrichten. Perspektiven für Unterricht und Lehrerbildung*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Hußmann, Stephan & Richter, Vanessa (2012): 'Wieso kann ein Navi so genau rechnen?' Mit linearen Funktionen modellieren. In: *Praxis Mathematik (PM)* 54(44), S. 15-19.
- Richter, Vanessa & Hußmann, Stephan (2013): Design-Experimente mit sinnstiftenden Kontexten und differenzierter Verwendung von Darstellungen. Am Beispiel des Lerngegenstandes lineare Funktionen. In: Komorek, Michael et al. (Hg.): *Der lange Weg zum Unterrichtsdesign. Zur Begründung und Umsetzung fachdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsprogramme*. Münster: Waxmann.

Und zwei Artikel berichten über spezifische Forschungsergebnisse:

- De Bock, Dirk & Van Dooren, Wim & Janssens, Dirk & Verschaffel, Lieven (2002). Improper use of linear reasoning: An indepth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors. In: *Educational Studies in Mathematics*, 50(3), p. 311-334.
- Van Dooren, Wim & Greer, Brian (2010): Students' behavior in linear and non-linear situations. In: *Mathematical thinking and learning* 12(1), p. 1-3.

## Einstiegsseite Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen

### Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- aktivieren Vorwissen zur Reiseplanung;
- erfahren die grundlegende Funktionsweise eines Routenplaners;
- beschreiben einen Routenplaner;
- überlegen, welche Informationen der Routenplaner für seine Vorhersagen benötigt.

### Bezug

Hier werden Alltagserfahrungen aktiviert und Vorüberlegungen angestellt, mit welchen Informationen der Routenplaner arbeitet.

Die Fragen von Pia, Merle, Till und Ole werden in den Aufgaben **E1** und **E2** aufgegriffen.

Alternativ kann man nach der Einstiegsseite erst einmal **V1** und **V2** bearbeiten.

### Vorbereitung/Material

Evtl. Plakate für die Vermutungen.

### Umsetzungsvorschlag (15 min inkl. erster Reflexion)

Gemeinsames Lesen der Einstiegsseite und Verstehen eines Routenplaners: UG

Wie sieht ein Routenplaner aus, wie funktioniert er?

Aufgreifen von Tills Frage: Woher weiß der Routenplaner das? Welche Informationen verwendet er, um Vorhersagen zu machen? Notieren von Vermutungen. GA

Vergleich der Vermutungen. UG

### Mögliche HA: E1a)

### Intensivzugriff Umsetzungshinweise/Alternativen

*Alternative:* Die Einstiegsseite in Einzelarbeit bearbeiten lassen und die im Umsetzungsvorschlag genannten Fragestellungen nach der Ich-Du-Wir Methode bearbeiten lassen.

*Kürzere Variante:* Die Fragestellung „Welche Informationen verwendet der Routenplaner, um die Vorhersage zu erstellen“ im Unterrichtsgespräch besprechen.

### Lernwege

Im Austausch wird bei den Schülerinnen und Schülern oft Wissen aktiviert, das sich produktiv für die Unterscheidung von Modell und Realität und zur Rolle der Durchschnittsgeschwindigkeit nutzen lassen kann.



Pia beschreibt hier, wie der Routenplaner arbeitet.

Tills Frage führt in die Vorüberlegungen zum Routenplaner.

### Ziele des Kapitels aus Vorschauerspektive

In diesem Kapitel...

- untersuchst du, wie man mit einem Routenplaner gute Voraussagen trifft.
- lernst du unterschiedliche Funktionen kennen.
- bestimmst du aus wenigen Werten viele weitere Werte.
- kannst du an Situationen erkennen, wie man am besten weitere Werte bestimmt.



## Erkunden A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

Schnellzugriff

### E1/E2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- berechnen Durchschnittsgeschwindigkeiten (E1);
- wenden proportionale Rechenstrategien an (E1);
- stellen Überlegungen zu den Rechnungen eines Routenplaners an (E1);
- stellen einen Term in einem proportionalen Zusammenhang zur Berechnung der gefahrenen Geschwindigkeit auf (E2);
- wiederholen und vertiefen proportionale Rechenwege (E2).

### E1/E2 Bezug

Nach der Einstiegsseite, dann direkt weiter mit E2, danach O1; V1, V2 lassen sich nutzen (vor oder nach E1), um den Umgang mit Geschwindigkeiten zu üben.

### E1 Vorbereitung/Material

Plakat mit Vermutungen von der Einstiegsseite, evtl. Routenplaner-Bild aus dem Buch auf Folie, ggf. ausgefüllter Wissensspeicher: *Proportionales 1*.

### E1 Umsetzungsvorschlag (15 min)

- |    |   |              |
|----|---|--------------|
| a) | Erst individuelle Bearbeitung, dann Vergleich mit anderen   | EA<br>PA/ UG |
| b) | Hypothesen werden im Unterrichtsgespräch entwickelt und ggf. mit den Vorüberlegungen zur Einstiegsseite (Plakat) verglichen | UG<br>UG     |

Mögliche HA: V1, V2 oder E2

### E2 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- |    |   |           |
|----|---|-----------|
| a) | Term aufstellen, kurz schriftlich begründen, warum Till so rechnen darf, Vergleich im Klassenverband. | EA/<br>UG |
| b) | 4 Mitglieder pro Gruppe, jeder rechnet auf einem der vier Wege, dann gegenseitiges Erklären.          | GA        |

Mögliche HA: V3, V5 oder E3a)

Intensivzugriff

### E1 Umsetzungshinweise/Alternativen

Aufgabe E1 in Einzelarbeit bearbeiten.

### E1 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass sie in der gegebenen Situation proportionale Rechenwege verwenden können, um weitere Werte zu bestimmen.

### E1 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende bei 1a) nicht wissen, wie sie die Durchschnittsgeschwindigkeit berechnen können. Dann zunächst V1 bearbeiten.

### E1 Differenzierung

Für lernschwächere und langsamere Schülerinnen und Schüler die proportionalen Rechenwege wiederholen (ggf. dem alten Wissensspeicher). Sie sollten nur Tills Weg bearbeiten und vorher E1 und O1 fertig stellen.

### E2 Umsetzungshinweise

Variante: Diese Aufgabe als Hausaufgabe nach E1 in EA.

Alternative: E2b) als Schreibgespräch, wobei die Lernenden sich mit konstruktiven Vorschlägen (z.B.: ‚Du hast vergessen, wie man mit einer Minitabelle rechnet. Guck im Wissensspeicher Proportionales 1 nach.‘) unterstützen sollten.

### E2 Erwartungshorizont

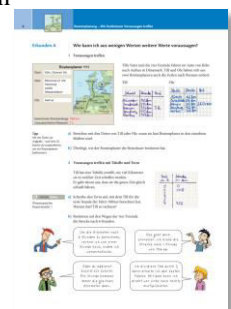
Die Schülerinnen und Schüler stellen einen Term zu Tills Rechnung auf.

Die Schülerinnen und Schüler wiederholen anhand der Beschreibungen der vier Jugendlichen die unterschiedlichen proportionalen Rechenwege mit Hilfe von Minitabellen. Der Rechenweg ‚Schrittweise Addieren‘ kommt neu hinzu, da er für lineare Zusammenhänge sehr wichtig ist.

### E2 Lernwege

In E2b) werden unterschiedliche Rechenwege angesprochen. Die Schülerinnen und Schüler werden hier erinnert, welche Wege es gibt und erinnern sich an ihren Lieblingsweg.

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn sich ein Lernender an keinen Rechenweg erinnert. Dann besteht die Möglichkeit O1 als Hilfe zu nutzen oder auf den Wissensspeicher *Proportionales 1* zurückzugreifen, um zu wiederholen.



## Erkunden A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

### Schnellzugriff

#### E3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- zeichnen Graphen und lesen Punkte aus Graphen zu proportionalen Zusammenhängen ab;
- beschreiben und deuten den Verlauf eines Graphen;
- ordnen einer Tabelle einen Term zu und erklären die Bedeutung der Variable;
- nutzen Funktionensoftware zum Zeichnen von Graphen und Interpretieren von Termen.

#### E3 Bezug

Nach E2

O4 während E3b) und E3e)

Danach O3, V9, V10, V11, V12.

#### E3 Vorbereitung/Material

Funktionensoftware

#### E3 Umsetzungsvorschlag (45 min)

- |    |  |              |
|----|--|--------------|
| a) | Mithilfe von 2 Punkten Oles Aussage kurz schriftlich begründen, dann Austausch mit dem Nachbarn, dann Plenum               | EA/ PA<br>UG |
| b) | Graph zeichnen und weitere Werte ableiten, gegebenenfalls O4 einschieben   | EA           |
| c) | Term auswählen, kurz schriftlich begründen, Vergleich mit Nachbarn, dann Plenum, um die Bedeutung der Variable zu erklären | EA/ PA<br>UG |
| d) | Werte des Partners in Term einsetzen   | PA           |
| e) | Graph am Computer erstellen  | EA/ PA       |
| f) | Frage in PA besprechen, Vorschläge auf Karten notieren, im Plenum besprechen   | PA/ UG       |

Mögliche HA: V9, V10

### Intensivzugriff

#### E3 Umsetzungshinweise

*Umsetzungshinweis:* Alternativ kann man diese Aufgabe auch als GA bearbeiten lassen und erst am Ende von 3d) im Plenum die Ergebnisse vergleichen. 3e) und 3f) könnten dann auch als Hausaufgabe gegeben werden, wenn eine Funktionensoftware zur Verfügung steht und die Aufgabe O4 bearbeitet wurde.

#### E3 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler lernen die Möglichkeit kennen, allein mit zwei Punkten eine Gerade zu zeichnen. Zudem sollten sie aus einer Tabelle einen Graph und umgekehrt erzeugen können.

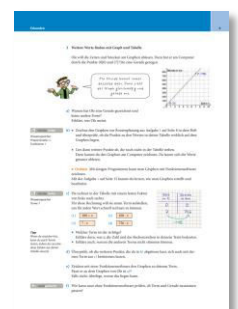
Die Schülerinnen und Schüler können einen Term einer Tabelle zuordnen, indem sie die Merkmale einer proportionalen Zuordnung in der Tabelle wiedererkennen.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen dazu Funktionensoftware.

#### E3 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn...

- Lernende Schwierigkeiten beim Zeichnen/ Skalieren des Koordinatensystems haben.
- Lernende die Terme nicht verstehen und zuordnen können. In diesem Fall sollte man sich noch einmal eingehend mit Termen und Termstrukturen beschäftigen.



## Erkunden A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

### Schnellzugriff

#### E4/E5 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- erstellen aus einer Tabelle einen Graphen (E4);
  - unterscheiden linearen Graphen (Vorhersagegraph) und realen Graph (Reisegrab) (E5);
  - beschreiben die Verläufe beider Graphen mit eigenen Worten (E4, E5);
  - erzeugen durch Linearisierung (Verbinden des Start- und Endpunktes) den Vorhersagegraphen (E5);
  - identifizieren Reisegrabgraphen und Vorhersagegraphen anhand spezifischer Kriterien (E4, E5).

#### E4/E5 Bezug

Nach O3, danach E5, dann E6 oder direkt E7.

#### E4/E5 Vorbereitung/Material

Evtl. Folien für eine Schülerlösungen für Vergleich per OHP oder Plakatpappe mitbringen (E4), evtl. die beiden Graphen auf Folie vorbereiten, leere Karteikarten für Kriterien (E5).

#### E4 Umsetzungsvorschlag (15 min)

- |    |  |        |
|----|--|--------|
| a) | Graph erstellen  | EA     |
| b) | Graph mit Nachbarn vergleichen, dann im Plenum besprechen, evtl. Entwickeln von Prüfkriterien für Reisegrabgraphen | PA/ UG |

Mögliche HA: V15

#### E5 Umsetzungsvorschlag (15 min)

- |    |   |            |
|----|---|------------|
| a) | Kriterien für Vergleich notieren, mit Nachbarn vergleichen, im Plenum diskutieren | EA/ PA/ UG |
| b) | Streitgespräch mit Nachbarn zu Tills Aussage, evtl. mit weiteren Aussagen         | PA/ UG     |
| c) | Antworten diskutieren und mögliche Fragen im UG klären                            | UG         |

Mögliche HA: V14

### Intensivzugriff

#### E4/E5 Umsetzungshinweise

*Alternativen:* Die Lernenden arbeiten in Gruppen und schreiben ihre Lösungen auf Folien oder Plakate, um sie im UG oder im Museumsgang zu vergleichen (E4).

5b): Alle schreiben Erklärungen für Till in Sprechblasen. Diese werden alle an die Tafel gehängt und nach Ähnlichkeit sortiert. So kann man die Auswahl möglicherweise auf 3-4 Beispiele eingrenzen. Dann wird besprochen, welche Erklärungen passend sind.

#### E4/E5 Erwartungshorizont

Bei beiden Aufgaben geht es zentral darum, den Unterschied zwischen einem Modell in Form eines Vorhersagegraphen und einem aus Datenwerten erzeugten Graphen zu verstehen. Das lässt sich zum einen gut im Kontext verstehen. Es helfen aber auch folgende Kriterien:

1. Modellgraph: Gerade zwischen zwei Punkten, gleiche Steigung/ Änderung, konstante Durchschnittsgeschwindigkeit,...
2. Reisegrab: unregelmäßiger Verlauf, kein geradliniger Verlauf zwischen zwei Punkten,... (kein Reisegrab, wenn die Steigung negativ oder nicht realistisch ist)

#### E4/E5 Lernwege

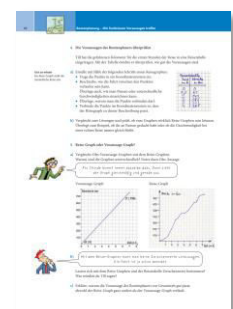
Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- den Unterschied zwischen Modell und realem Graph nicht verstehen (E5);
- den Verlauf des Graphen als Zusammenhang von Zeit und Weg nicht beschreiben können (E4, E5);
- nicht über die sprachlichen Mittel für Beschreibungen und Erklärungen verfügen.

Dann kann per Hilfeblatt (Satzbausteine, Wortschatz) oder per Plakat (Satzbausteine, Wortschatz) unterstützt werden (E4, E5).

#### E4/E5 Differenzierung

Aufgabe V14 gibt es für leistungsschwächere Lernende im Materialblock.



## Erkunden A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

### Schnellzugriff

#### E6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- verwenden ihr Wissen über proportionale Funktionen, um Durchschnittsgeschwindigkeiten in realen Situationen der Routenplanung zu bestimmen.

#### E6 Bezug

Nach **E5**, danach **V7**.

#### E6 Vorbereitung/Material

Computerraum o.ä.

#### E6 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- |    |  |           |
|----|--|-----------|
| a) | Arbeit mit einem Routenplaner am Computer, Notieren der errechneten Durchschnittsgeschwindigkeiten                     | PA        |
| b) | Unterschiedlichen Durchschnittsgeschwindigkeiten bestimmen, Vergleichen und Hypothesen zu den Unterschieden aufstellen | PA/<br>UG |
| c) | Anwenden der Erkenntnisse für andere Typen   | PA        |

Mögliche HA: **6c)** oder **V7**

### Intensivzugriff

#### E6 Umsetzungshinweise/Alternativen

Alternativen:

- 1) Die Lernenden können bei genügend Computerplätzen die Aufgabe in **EA** bearbeiten. Der Vergleich findet im **UG** statt.
- 2) Die Aufgabe kann auch als Hausaufgabe bearbeitet werden, wenn alle Lernenden Zugang zu einem Computer haben und einmal exemplarisch besprochen wurde, wie man die Durchschnittsgeschwindigkeit bestimmt.
- 3) Die Aufgabe kann ausgelassen werden, wenn die Erkenntnisse nicht in realen Situationen vertieft werden sollen.

*Umsetzungshinweise:* Es bietet sich an, bei nur einem Straßentyp, z.B. Autobahn, systematisch die Strecke zu verlängern. So lässt sich am besten eruieren, wann es zu Änderungen kommt, um mögliche Gründe zu ermitteln. Die Autobahn ist für eine Erstbegegnung am besten geeignet.

#### E6 Erwartungshorizont

Die Lernenden berechnen die Durchschnittsgeschwindigkeit für unterschiedliche Streckenlängen und Straßentypen. Die Lernenden stellen fest, dass nicht immer mit derselben Durchschnittsgeschwindigkeit gerechnet wird. Sie stellen Überlegungen zu Verkehrshindernissen, geographischen Gegebenheiten u.a. an, die die Durchschnittsgeschwindigkeit beeinflussen.

#### E6 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- nicht mit dem Routenplaner umgehen können (**6a**). Dann kann entweder ein kompetenter Arbeitspartner oder die Lehrperson erklären. Die Erklärung durch die Lehrperson ist auch für Kleingruppen möglich.
- nicht über die sprachlichen Mittel verfügen, um ihre Überlegungen aufzuschreiben (**6b**).
- vergessen haben, wie man Durchschnittsgeschwindigkeiten berechnet (**6a**, **6c**). Zur Wiederholung kann **V1b** nochmal bearbeitet werden.

- Unterschiede zwischen Straßen und Fahrzeugen nicht benennen (**6c**) können und deren Einfluss auf die Geschwindigkeit nicht erkennen. Die Unterschiede und Einflüsse können im Einzel- oder Unterrichtsgespräch erklärt werden.

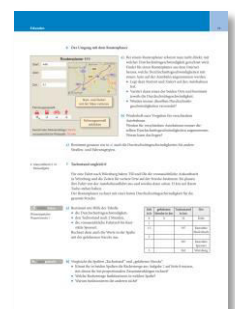
#### E6 Diagnose

- Können die Lernenden Durchschnittsgeschwindigkeiten berechnen?
- Erkennen sie Bedingungen für veränderte Durchschnittsgeschwindigkeiten wie z.B. Verkehrsaufkommen, Stauwahrscheinlichkeit, Geschwindigkeitsbeschränkungen, geographische Gegebenheiten?

#### E6 Differenzierung

Aufgabe **E6** könnte auch in leistungshomogenen Gruppen gemeinsam bearbeitet werden. Leistungsschwächere Lernende könnten nur **6a)** und **6b)** bearbeiten und sich **6c)** von den anderen Lernenden im **UG** erklären lassen.

Alternativ kann **E6** von leistungsstarken und leistungsschwachen Lernenden gemeinsam bearbeitet werden, so dass die Leistungsstärkeren ihre Erklärkompetenz üben und die Leistungsschwächeren von einer Erklärung in Schülersprache profitieren könnten.



## Erkunden A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

Schnellzugriff

### E7|E7 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- vertiefen ihre Kenntnisse zur Berechnung von Durchschnittsgeschwindigkeiten;
- unterscheiden zwischen Tachostand und gefahrener Strecke;
- identifizieren für einen linearen Zusammenhang mit Startwert ungleich 0 welche der bekannten proportionalen Rechenwege anwendbar sind.

### E7|E7 Bezug

Nach E6, dann O5, danach V16-V25.

### E7/E7 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher *Proportionales I* auf Folie;

Folie mit Tabelle der Aufgabe;

Folie mit den Rechenwegen aus O1.

### E7|E7 Umsetzungsvorschlag (30, 45 min)

- |      |  |          |
|------|--|----------|
| a)   | Gemeinsame Klärung der Situation:  | UG       |
| abc) | Was ist anders als in den bisherigen Situationen?<br>Welche Bedeutung hat der Tachostand?<br>Was ist der Unterschied zwischen Tachostand und gefahrener Strecke?<br>Übertragen der Tabelle ins Heft und Berechnen der Durchschnittsgeschwindigkeit, des Tachostandes und der Fahrzeit, danach Vergleich im Plenum. | EA<br>UG |
|      | In der Basisversion sind die Arbeitsschritte kleinschrittiger und mit mehr Hilfen.<br>Vergleich im Plenum  | EA<br>UG |
| b)   | Vorbereitung im Plenum:  | UG       |
| d)   | Welche Rechenwege gibt es bei proportionalen Funktionen? Wer probiert welchen Rechenweg? Zusammentragen der Ergebnisse.<br>Diskussion darüber, warum die anderen Rechenwegen nicht funktionieren.  | UG       |

Mögliche HA: V18

Intensivzugriff

### E7|E7 Umsetzungshinweise/Alternativen

*Umsetzungshinweise:* Diese Aufgabe ist eine der Schlüsselaufgaben des Kapitels. Daher ist es wichtig, dass eingehend auf die Unterschiede zwischen dem Tachostand und der gefahrenen Strecke eingegangen wird. Dies begründet die Phasen der gemeinsamen Annäherung an die Aufgabe im Plenum. Die Sicherung der Ergebnisse sollte aber im UG stattfinden.

Die Aufgaben V16, V18 und V23 eignen sich als Hausaufgaben besonders gut. Sie wiederholen die Inhalte aus 7a).

*Alternativen:* Beide Aufgabenteile können auch in PA bearbeitet werden. Das funktioniert aber nur in starken Lerngruppen, da in b) viel zu rechnen und zu verstehen ist. Es ist auch denkbar, dass man a) als Gruppenpuzzle organisiert und die Rechenwegen auf die Gruppen verteilt. Teil b) ließe sich auch als Streitgespräch inszenieren, und zwar als Streitgespräch pro Rechenweg.

### E7|E7 Erwartungshorizont

Zur Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit muss verstanden worden sein, dass man bei einem Tachostand ungleich 0 zuerst den Tachostand berücksichtigen muss, um dann aus der Differenz von zwei Werten die Durchschnittsgeschwindigkeit zu berechnen. Dazu kann man z.B. den Anfangstachostand von der Gesamtkilometerzahl abziehen und durch die Schrittlänge teilen. Zentral an dieser Aufgabe ist es, dass die Lernenden beide Spalten sichtbar vor Augen haben: die proportionale und die nicht proportionale. So lassen sich im Laufe der weiteren Arbeit lineare und proportionale Zusammenhänge einfacher differenzieren.

In Aufgabe 7b) muss herausgearbeitet werden, dass bei einem Startwert ungleich 0 deutlich weniger Rechenwege anwendbar

sind. Vielleicht kann man die Gründe dafür schon eruieren, z.B. mehrfache Verdopplung des Startwertes.

### E7|E7 Differenzierung

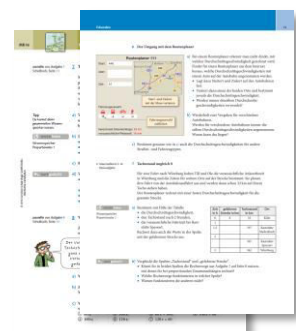
Aufgabe E7 gibt es im Materialbuch als Basisaufgabe.

In der Basisaufgabe ist die Tabelle stark vereinfacht. Basisaufgabe 7a) gibt den entscheidenden Hinweis, warum das Hochrechnen in der Spalte Tachostand nicht funktioniert. Dieses Wissen kann dann in den anderen Aufgabenteilen angewendet werden.

### E7|E7 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die Durchschnittsgeschwindigkeit nicht berechnen können (7a); im Einzel- oder Kleingruppengespräch können das Problem des Tachostandes und die Berechnung besprochen werden.
- in der Tabelle nicht hoch- und runterrechnen können. Ein nochmaliges Bearbeiten oder Nachschlagen in O1 kann hier helfen.





## Erkunden A Wie kann ich aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

Schnellzugriff

### E8|E8/E9 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erkennen Unterschiede in proportionalen und linearen Graphen, Tabellen und Termen (E8/E8);
- stellen Terme zu Geraden auf (E8/E8);
- berechnen weitere Werte für Reststrecken (E9);
- lernen lineare Funktionen mit negativer Änderung in Tabelle, Graph und Term kennen (E9);
- identifizieren in linearen und proportionalen Zusammenhängen Startwerte und feste Änderungen und können mit Hilfe von Tachostand und Durchschnittsgeschwindigkeit Unterschiede erklären (E9).

### E8|E8/E9 Bezug

Nach E7, E8 dann O6, danach E9, dann O7.

### E8|E8/E9 Vorbereitung/Material

Lösung E8a) auf Folie, Tabelle E9 ebenfalls auf Folie, Für E9b) die Tabellen, Graphen und Terme aus E1-E9 auf Folie, dazu ausreichend Folien mit Koordinatensystemen

### E8|E8 Umsetzungsvorschlag (20 min, 20 min)

- |         |  |          |
|---------|--|----------|
| a)   a) | Klärung der Bezüge zu den anderen Aufgaben, Erstellen der Graphen (Basis: Unterschiede mit Hilfe der Aussagen von Till und Ole erklären)                                     | EA       |
| b)   b) | (Basis: Zweiten Graphen erstellen) und Eigenschaften auf Karten schreiben  | EA       |
| c)   c) | Terme auf Karten schreiben (Basis: Terme auswählen), Unterschiede markieren (Terme auswählen)<br>Terme, Graphen, Tabellen an der Tafel sammeln, nach Eigenschaften sortieren | EA<br>UG |

Mögliche HA: V21

### E9 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- |    |   |                |
|----|---|----------------|
| a) | Tabelle ausfüllen, vergleichen, Unterschiede notieren   | EA             |
| b) | Graphen, Terme aus E1-E9 vergleichen, Unterschiede auf Karten notieren, mit Partner vergleichen, im Plenum besprechen | EA<br>PA<br>UG |

Mögliche HA: V16, V17

Intensivzugriff

### E8|E8/E9 Umsetzungshinweise

*Alternativen:* Aufgabe 8a), 8b): Statt Unterschiede zu suchen, kann man auch vorbereitete Karten nutzen und zuordnen lassen. Die Basisfassung E8 lässt sich gut parallel bearbeiten und im letzten Teil auch gut gemeinsam im Klassengespräch diskutieren.

*Umsetzungshinweise:* Für die Besprechungen im Plenum die vorbereiteten oder die von den Schülerinnen und Schülern bearbeiteten Folien/ Karten nutzen.

### E8|E8/E9 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler sollen im graphischen Vergleich die Unterschiede und die Gemeinsamkeiten des proportionalen und linearen Graphen erkennen und benennen. Dieses Wissen sollen sie auf die Terme und Tabellen übertragen und auch dort die Unterschiede (Startwert) und die Gemeinsamkeiten (Steigung) erkennen.

In E9 ist die Erkenntnis zentral, dass lineare Funktionen auch negative Änderung haben können.

### E9 Diagnose

- Können die Lernenden Graphen und Terme zu proportionalen/linearen Funktionen erstellen?
- Können die Lernenden ‚lineare‘ Rechenwege anwenden?

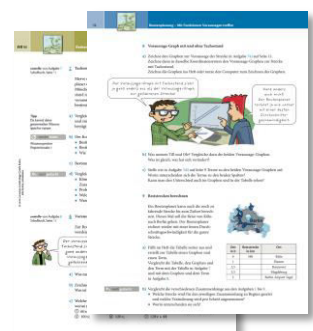
### E8|E8/E9 Differenzierung

Die Basisaufgabe gibt den Voraussagegraphen für die gefährere Strecke vor. Der zweite Graph soll dann dazu gezeichnet werden. 8c) wird eine Auswahl von Termen vorgegeben, aus der die richtigen ausgewählt werden können.

### E8|E8/E9 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- das notwendige Koordinatensystem nicht sinnvoll skalieren können. Das könnte dann vom Lehrenden vorgegeben werden.
- nicht mehr wissen, wie man einen Term aufstellt. Dann kann der Wissenspeicher 7 Funktionen I zur Hilfe genommen werden.
- die proportionalen Rechenwege nicht sicher können. Dann kann die Folie aus E7 mit den Rechenwegen aus O1 genutzt werden.



## Erkunden B Welche Informationen benötige ich, um eine lineare Funktion darzustellen?

Schnellzugriff

### E10|E10/E11 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erstellen Tabellen, Graphen und Terme zu proportionalen und linearen Funktionen, indem sie zwei Wertpaare als relevant identifizieren (E10);
- erstellen Tabellen, Graphen und Terme zu proportionalen und linearen Funktionen, indem sie die beiden zentralen Kenngrößen Startwert und feste Änderung als relevant identifizieren (E10);
- erstellen Graphen, Tabellen und Terme zu proportionalen/linearen Funktionen, indem sie die beiden Kenngrößen Startwert und feste Änderung identifizieren (E11).

### E10|E10/E11 Vorbereitung/Material

Folie mit den Tabellen aus E10 und Folie mit Koordinatensystem. Folie mit Koordinatensystem aus E11.

### E10|E10/E11 Bezug

Nach Etappe A, dann O8, danach Übungen aus V29-V44, dann E11 und dann O9.

### E10|E10 Umsetzungsvorschlag (30 min)

**abc)| ab)|** Arbeitsteilige Gruppenarbeit, eine Gruppe zur Landstraße und eine zur Autobahn. Anschließend neu zusammemischen, Ergebnisse vorstellen und Unterschiede/ Gemeinsamkeiten benennen zwischen den beiden Funktionstypen. GA

**def)| cd)|** Tabelle untersuchen, Erklärung notieren, Graphen zeichnen, Ergebnisse auf Plakaten vergleichen. Basis: in neuen Arbeitsgruppen Term, Graph und Tabellen erstellen und weiter bearbeiten. GA

**cf)| be)|** Gemeinsam mit Basisversion Ergebnisse aus 10c), 10f) bzw. 10b), 10e) vorstellen. UG

**Mögliche HA: V29**

### E11 Umsetzungsvorschlag (15 min)

**a)** Tabelle aufstellen, Antworten im Heft notieren, mit dem Nachbarn vergleichen. EA/ PA

**b)** Terme aufstellen, Auffälliges notieren, mit dem Nachbarn vergleichen. EA/ PA

**c)** Im Plenum diskutieren. UG

**Mögliche HA: V36**

### Intensivzugriff E10|E10/E11 Umsetzungshinweise

Die Aufgaben lassen sich gut parallel für lernstarke und lernschwächere Schülergruppen einsetzen. Die getrennte Arbeit in E10/E10 wird zur Ergebnispräsentation aufgehoben. E11 dient als Puffer für die sehr schnellen Schülerinnen und Schüler.

### E10 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler lernen, dass man bei linearen Funktionen in der Regel nur zwei Wertepaare benötigt oder alternativ über Kenngrößen argumentieren kann.

### E10 Diagnose

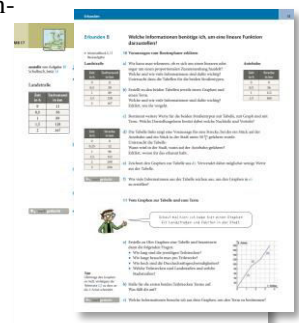
- Erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass man bei proportionalen Funktionen auch zwei Wertepaare benötigt, da (0; 0) auch als Wertepaar angesehen werden kann?

### E11 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die zweite Gerade nicht verlängern und man den Startwert nicht erkennen kann.

- Werte aus dem Koordinatensystem nicht mehr ablesen können. Ein mündlicher Hinweis oder die Klärung im Einzelgespräch helfen hier (erst die Rechtsachse, dann die Hochachse).
- Nicht über die Sprachmittel zum Beantworten der Fragen verfügen. An der Tafel könnten folgende Hilfen stehen:  
 Nutze diese Satzanfänge:  
 Die erste Teilstrecke ist...  
 Die zweite Teilstrecke ist...  
 Für die erste Teilstrecke braucht man...  
 Für die zweite Teilstrecke braucht man...  
 Die Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt ... km/h.  
 Die ... Teilstrecke ist eine Landstraße, weil...  
 Die ... Teilstrecke ist die Autobahn, weil...



## Erkunden C

## Wie kann ich eine feste Größe unterschiedlich verteilen?

## Schnellzugriff

**E12 | E12 Ziele**

Die Schülerinnen und Schüler...

- erkennen die Produktgleichheit als Charakteristikum von antiproportionalen Funktionen;
- lernen den typischen Verlauf von antiproportionalen Graphen kennen;
- stellen Terme zu antiproportionalen Funktionen auf;
- lernen die Gegensinnigkeit von Multiplikation und Division als Charakteristikum von antiproportionalen Funktionen kennen.

**E12 | E12 Bezug**

Nach **O11**, dann **O12**, danach **V45**, **V47**, **V49**, **V50-V53**.

**E12 | E12 Vorbereitung/Material**

Leere Plakate, Gegenstände in ausreichender Zahl zum Verteilen.

**E12 | E12 Umsetzungsvorschlag** (45 min)

- |                |   |          |
|----------------|---|----------|
| <b>a-e)</b>    | Nach Klärung der Aufgabenstellung lässt sich dieser Teil gut in Gruppen bearbeiten, mit dem Auftrag ein Plakat mit den Ergebnissen zu erstellen.  | GA       |
| <b>a-g)</b>    | Die Basisfassung wird in PA unter Begleitung der Lehrperson erarbeitet. Nach <b>d</b> , <b>f</b> und <b>g</b> werden gemeinsam die Ergebnisse gesichert. Auch diese Ergebnisse werden auf einem Plakat festgehalten. Beide Lerngruppen stellen sich gegenseitig ihre Plakate vor. | PA<br>UG |
| <b>f)   h)</b> | Beide Gruppen überprüfen die Aussage in EA und stellen sich dann ihre Erkenntnisse vor und vergleichen sie miteinander.   | EA/ UG   |
| <b>g)   i)</b> | Beide Gruppen beantworten die Fragen in PA und stellen sich dann ihre Erkenntnisse vor und vergleichen sie miteinander.   | PA/ UG   |

**Mögliche HA:** **O12**

## Intensivzugriff

**E12 Umsetzungshinweise**

Die Lernenden mit der Basisfassung sollte man etwas enger unterstützen, ggf. kann man sie auch in Kleingruppen arbeiten lassen. Als Unterstützung kann man den Lernenden 60 Dinge von einer Sorte zur Verfügung stellen, damit sie den Verteilprozess tatsächlich durchführen können.

Alle anderen Lernenden müssten sehr gut selbstständig arbeiten können. Wichtig sind die gemeinsamen Sammelphasen, in denen beide Seiten voneinander lernen können. Man sollte aber aufpassen, dass der Geschwindigkeits-Kontext die etwas schwächeren Schülerinnen und Schüler nicht überfordert. Dafür ist es auch notwendig, die Basis-Lernenden zuerst vorstellen zu lassen.

**E12 Erwartungshorizont**

Kernziel ist das Verständnis von umgekehrt proportionalen Funktionen als Verteilprozess einer festen Größe. Dabei sollte verstanden werden, dass eine Vervielfachung der einen Größe eine Teilung der anderen Größe nach sich zieht. Den Graph als nicht geradlinig zu erkennen, ist dabei eine wichtige Basis, umgekehrt proportionale Funktionen als grundlegend unterschiedlich zu proportionalen Funktionen zu verstehen.

**E12 Diagnose**

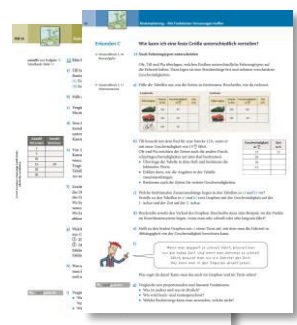
Aufgabe **12g)** eignet sich, um festzustellen, ob die Lernenden die Eigenschaften der proportionalen und linearen Funktion kennen.

**E12 Lernwege**

Manche Lernende neigen dazu, proportionale Funktionen mit ‚je mehr, desto mehr‘ und umgekehrt proportionale Funktionen mit ‚je mehr, desto weniger‘ zu charakterisieren. Es ist sehr wichtig, diese Sichtweise durch Kontrastierung zu linearen Funktionen mit negativer Änderung in Frage zu stellen.

Weitere mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- Schwierigkeiten beim Zeichnen eines geeigneten Koordinatensystems oder beim Eintragen der Punkte haben.
- den Term nicht aufstellen können oder die Termstrukturen nicht interpretieren können.



## Erkunden D Wie kann ich erkennen, welcher funktionale Zusammenhang vorliegt?

### Schnellzugriff

#### E13 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- bestimmen in verschiedenen funktionalen Zusammenhängen erste und abhängige Größe;
- identifizieren Funktionstypen an deren Kenngrößen;
- erstellen zu den drei Funktionstypen Term, Tabelle und Graph;
- festigen ihr Wissen über die Unterschiede und Gemeinsamkeiten der drei Funktionstypen.

#### E13 Bezug

Nach **O13**, dann **O14**, dann **V54-V61**.

#### E13 Vorbereitung/Material

Die Aufgabenkarten für jede Gruppe zum Ausschneiden kopieren, ggf. Wissenspeicher: *Funktionen 8*.

#### E13 Umsetzungsvorschlag (45min)

- a) Plakat erstellen mit vier Spalten zu den Funktionstypen, die Karten sind den Spalten zugeordnet, die erste Größe und die abhängige Größe in verschiedenen Farben markiert. Vergleich im Plenum und Überarbeitung Plakate. GA
- 
- b) Andere Situationen erfinden und Plakate ergänzen. GA
- 
- c) An den ergänzten Beispielen Eigenschaften diskutieren. UG

**Mögliche HA: V57**

### Intensivzugriff

#### E13 Umsetzungshinweise

*Umsetzungshinweis:* Gegebenenfalls kann die Anzahl der zu bearbeitenden Karten einschränkt werden: z.B. 3 – 4 – 7 oder 1 – 5 – 3. Dann kann man im Anschluss eigene Beispiele oder die fehlenden Karten zuordnen.

Die Eigenschaften der drei Funktionstypen können auf einem Plakat festgehalten werden, das langfristig in der Klasse aufgehängt wird (vgl. Wissenspeicher Funktionen 8).

#### E13 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler erkennen in den Texten die erste und die abhängige Größe.

Sie erklären, welcher Funktionstyp vorliegt und belegen ihre Ausführung durch Graph, Term und Tabelle.

Die Schülerinnen und Schüler gewinnen Sicherheit im Erkennen der Funktionstypen, indem sie die vorgegebenen Aufgaben verändern und erweitern oder selbst neu formulieren.

Sie identifizieren die Erkennungsmerkmale, an denen am schnellsten eine Unterscheidung der Funktionstypen vorgenommen werden kann.

#### E13 Differenzierung

Leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler können, statt eigene Aufgaben zu formulieren, alle Textaufgabenkarten, wie in **a)** vorgeschlagen, bearbeiten, während leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler nur drei Karten bearbeiten und dann selbst formulieren (siehe Umsetzungshinweis).

#### E13 Diagnose

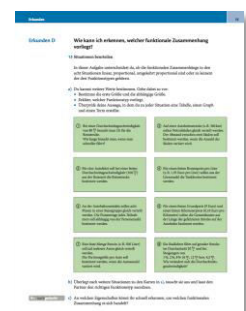
- Können die Lernenden Tabellen, Graphen und Terme zu allen drei Funktionstypen erstellen?
- Können die Lernenden in Texten die relevanten Informationen zu den Funktionstypen erkennen?

- Können die Lernenden die Kenngrößen der drei Funktionstypen und können sie sie voneinander unterscheiden?

#### E13 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die Texte nicht entschlüsseln und die erste und die abhängige Größe nicht identifizieren können. Diese Problematik kann im Einzel- oder Kleingruppengespräch besprochen werden. Die Lernenden sollten dann erst versuchen eine Tabelle anzulegen und einen Graphen zu zeichnen, um dort zu erkennen, um welchen Funktionstyp es sich handelt. Dann kann die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler auf Formulierungen und Kontexte hinweisen, an denen man die Funktionstypen erkennen kann.
- nicht auf die Eigenschaften der drei Funktionstypen zugreifen können, dann kann evtl. die Aufgabe **O14** vorgezogen werden.



## Ordnen A Wie kann man aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

### Schnellzugriff

#### O1/O2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- identifizieren verschiedene Rechenwege in Tabellen von proportionalen Zusammenhängen und bestimmen weitere Werte (O1);
- beschreiben die erste Größe und die abhängige Größe in proportionalen Zusammenhängen mit  $x$  und  $f(x)$  (O2);
- identifizieren in Tabellen positive oder negative Änderungen (O2);
- identifizieren in Tabellen proportionale Funktionen (O2).

#### O1/O2 Bezug

Systematisierung und Erweiterung der Rechenwege aus E1 und E2, nach E2 wird geübt mit V3-V4, danach O2, was man mit V8-V13 vertiefen kann.

#### O1/O2 Vorbereitung/Material

Tabellen auf Folie, kleine Karten mit den Namen der Rechenwege auf Folie (O1)  
Tabellen, Graph und Wissensspeicher auf Folie (O2)

#### O1 Umsetzungsvorschlag (20 min)

Zuordnen und Erproben der Rechenwege. EA

Vergleich der Lösungen mit Folie. UG

Mögliche HA: V3, V4

#### O2 Umsetzungsvorschlag (30 min)

a) Erklärung mündlich, erst mit dem Partner, dann mit Folie im Plenum. PA  
UG

b) Verschiedene proportionale Rechenwege ausprobieren, dann mit Folie vergleichen. EA/UG

c) Frage im Plenum besprechen. UG

d) Wissensspeicher soweit möglich ausfüllen. EA

Mögliche HA: 2d) oder V8, V9

### Intensivzugriff

#### O1 Umsetzungshinweise

Vor dem Vergleich im UG kann erst ein Vergleich mit dem Partner stattfinden. Dann wäre es der komplette Dreischritt der Ich-Du Wir Methode.

#### O1 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler füllen die Tabellen mithilfe der vorgegebenen Rechenwege aus und kennen die jeweiligen Namen.

Besondere Aufmerksamkeit sollte auf das ‚Schrittweise addieren‘ gelegt werden, weil es nicht nur ein Rechenweg ist, der aus dem vorangegangenen Kapitel nicht bekannt ist, sondern auch der Rechenweg, der im weiteren Verlauf des Kapitels bei linearen Zusammenhängen anwendbar ist.

#### O1 Lernwege

Viele Schülerinnen und Schüler werden mit der ihnen vertrautesten Methode beginnen.

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die Namen nicht den Tabellen zuordnen können.  
Das Zuordnen kann auch gemeinsam im UG geschehen, in dem nochmal geklärt wird, wie man in der Tabelle den jeweiligen Rechenweg gut erkennen kann.

#### O2 Umsetzungshinweise

Je nach Lerngruppe könnte man auch zur Prüfung der Tabelle alle Rechenwege aus O1 probieren lassen, z.B. im Gruppenpuzzle. Wichtig ist, insbesondere Tabelle 2 zu negativen Änderungsraten im UG zu thematisieren

#### O2 Erwartungshorizont

- a) Die Lernenden erklären die Gleichungen im Kontext.  
b), c) Die Lernenden beschreiben, dass es eine gleichmäßige, feste Änderung gibt und der Startwert 0 ist und können dies auch für negative Änderungen artikulieren.

#### O2 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende ...

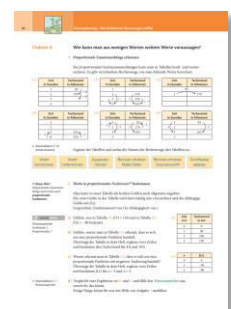
- die Abhängigkeit der abhängigen Größe von der ersten Größe in der rein symbolischen Form nicht verstehen.
- nicht über die Sprachmittel zur Beschreibung von Veränderungen verfügen. Durch das Anschreiben von Satzanfängen und notwendigen Begriffen kann das Erklären vom Lehrenden unterstützt werden.

#### O2 Diagnose

- Erkennen die Schülerinnen und Schüler die erste und die abhängige Größe in der Tabelle?
- Können sie in der Tabelle erkennen, dass es sich um eine proportionale Funktion mit negativer Änderung handelt?

#### O2 Differenzierung

Schnelle Schülerinnen und Schüler können V7 bearbeiten, wozu sie aber einen Computer benötigen.





## Ordnen A Wie kann man aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

### Schnellzugriff

#### O3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- beschreiben die Bedeutung von  $x$  und  $f(x)$  im Funktionsterm;
- erklären die Bedeutung der Begriffe Startwert, feste Änderung, fester Faktor, Steigung an Beispielen und kennen die Zusammenhänge zwischen ihnen;
- identifizieren in Tabellen den festen Faktor und die feste Änderung und im Graphen die Steigung mit Hilfe von Steigungsdreiecken, auch im Beispiel mit negativer Änderung/ Steigung.

#### O3 Bezug

Nach **E3**, werden vertieft in **V8-V13**.

#### O3 Vorbereitung/Material

Tabellen, Graph und Wissenspeicher auf Folie

#### O3 Umsetzungsvorschlag (45 min)

- |    |   |        |
|----|---|--------|
| a) | Tabelle und Term vergleichen, Antworten kurz notieren, Vergleich im Plenum.     | EA/ UG |
| b) | Rechenwege ‚Schrittweise addieren‘ und ‚Rechnen mit festem Faktor‘ vergleichen. | EA     |
| c) | Begriff Steigung dem Nachbarn erklären, dann im Plenum.                         | PA/ UG |
| d) | Mithilfe der Folie im Plenum besprechen.  | UG     |
| e) | Feste Änderung bestimmen und Graph zeichnen, dann Vergleich im Plenum.          | EA/ UG |
| f) | Startwert in Tabelle, Graph und Term markieren.                                 | EA/ UG |
| g) | Wissenspeicher ausfüllen, Vergleich im Plenum.                                  | EA/ UG |

Mögliche HA: **3g**), **V12**, **V13**

### Intensivzugriff

#### O3 Umsetzungshinweise

*Alternative:* Die Methode **Ich-Du-Wir** bietet sich bei den Einzelaufgaben an, so dass man immer wieder zyklisch von Einzelbetrachtung zur gemeinsamen Diskussion gelangt.

#### O3 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler erkennen den Unterschied und die Gemeinsamkeit zwischen festem Faktor und fester Änderung.

Sie können die feste Änderung im Graphen erkennen und per Steigungsdreieck ermitteln.

Die Lernenden können den Startwert in Tabelle, Graph und Term identifizieren. Sie können dabei auch eine Tabelle mit fester negativer Änderung bearbeiten.

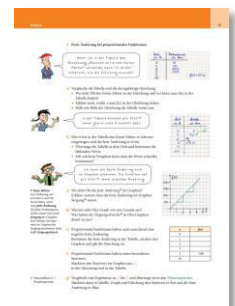
#### O3 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die Merkmale einer proportionalen Funktion nicht erkennen können. In der Kleingruppe oder im Einzelgespräch können der Startwert und die gleichmäßige feste Änderung dann nochmals besprochen werden.
- das Konzept des Steigungsdreiecks nicht verstehen. Auch das kann im Kleingruppen- oder Einzelgespräch mithilfe eines Graphen nochmal intensiviert werden.
- das Rechnen mit der negativen Änderung nicht verstehen.

#### O3 Diagnose

- Können die Schülerinnen und Schüler proportionale Funktionen in Tabelle, Graph und Term erkennen und beschreiben?
- Können die Lernenden die Steigung/ Änderung mit dem Steigungsdreieck ermitteln?
- Können Sie eine Tabelle zu einer proportionalen Funktion mit negativer Steigung ausfüllen?



## Ordnen A Wie kann man aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

Schnellzugriff

### O4/O5 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- erproben den Umgang mit einer Funktionensoftware;
  - beschreiben die Veränderung eines Graphen bei Veränderung des festen Faktors (O4);
  - können Tabellen mit Funktionensoftware erstellen und aus Tabellen Graphen erzeugen (O4);
  - überprüfen proportionale Rechenwege bei Funktionen mit einem Startwert ungleich 0 (O5);
  - zeichnen Graphen zu einer linearen Funktion, zeichnen dabei Steigungsdreiecke (O5);
  - überprüfen mit der Methode ‚Einsetzen‘, welcher Term zur Funktion passt (O5);
  - erklären den Begriff ‚linear‘ (O5).

### O4/O5 Bezug

Umgang mit einer Funktionensoftware

O4 zu E3b), danach E3c) bis E3f)

danach E4-E7, dann O5 und dann V16-V23.

### O4/O5 Vorbereitung/Material

Computernutzung vorbereiten, Methodenspeicher im Materialblock (O4)

Tabelle und Graph, leeren Wissenspeicher auf Folie (O5)

### O4 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- |    |  |    |
|----|--|----|
| a) | Punkte einzeichnen und ablesen.  | PA |
| b) | Gleichung eingeben und Werte ablesen.                                  | PA |
| c) | Veränderung schriftlich beschreiben, systematisch variieren.           | PA |
| d) | Tabelle mit Funktionensoftware erstellen, Graph mit Tabelle erstellen. | PA |

### O5 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- |    |  |              |
|----|--|--------------|
| a) | Rechenwege ‚addieren‘ ausprobieren, Tabelle mit dem richtigen Weg berechnen.                                       | EA/ PA       |
| b) | Graphen mit Steigungsdreiecken zeichnen. Startwert, feste Änderung markieren. Vergleich von 5a) und 5b) im Plenum. | EA/ UG       |
| c) | Werte aus Tabelle in Term einsetzen. Term auswählen.   | EA           |
| d) | Erklärung im Heft notieren. Mit dem Nachbarn, dann im Plenum vergleichen.  | EA/ PA<br>UG |
| e) | Wissenspeicher zu Ende ausfüllen. Vergleich im Plenum.   | UG           |

**Mögliche HA:** Wissenspeicher ausfüllen

Intensivzugriff

### O4 Umsetzungshinweise

Am Computer sollten die Schülerinnen und Schüler zu zweit arbeiten.

### O4 Erwartungshorizont

Die Lernenden arbeiten mit Funktionensoftware, indem sie Tabellen, Graphen und Terme interaktiv verwenden können.

### O4 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die Eingabe in eine Funktionensoftware nicht verstehen. Zur Hilfe können sie den Methodenspeicher nutzen.
- nicht über die Sprachmittel zum Beschreiben verfügen. Hier können Mustertexte oder Satzbausteine helfen.

### O4 Diagnose

- Können die Schülerinnen und Schüler die Funktionensoftware gewinnbringend nutzen?
- Können sie die Veränderungen des Graphen bei Veränderung des festen Faktors beschreiben?

### O5 Umsetzungshinweise

abc) Kann man in Gruppenarbeit bearbeiten lassen und um weitere Rechenwege ergänzen.

### O5 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler erkennen durch Anwenden von Rechenwegen, welche Rechenwege tragfähig sind und welche nicht.

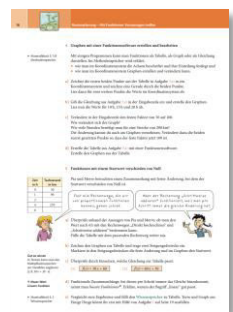
Die Schülerinnen und Schüler können Graphen zu einer Tabelle erstellen. Sie können an den Steigungsdreiecken erkennen, dass diese immer gleich sind und erkennen in Termen den Startwert und die feste Änderung.

### O5 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende a) die proportionalen Rechenwege nicht beherrschen. Dann ist es sinnvoll nochmal mit O1 zu arbeiten.

### O5 Diagnose

- Können die Schülerinnen und Schüler mit den proportionalen Rechenwegen rechnen?
- Können die Lernenden Werte in einen Term einsetzen und so auf Richtigkeit überprüfen?



## Ordnen A Wie kann man aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

### Schnellzugriff

#### O6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- können lineare und proportionale Funktionen mit Hilfe von fester Änderung, festem Faktor und Startwert unterscheiden und an Beispielen die Unterschiede erklären;
- identifizieren lineare Funktionen in unterschiedlichen Darstellungen mit Hilfe von Startwert und fester Änderung.

#### O6 Bezug

Nach **E8**, weiter mit **E9**.

#### O6 Umsetzungsvorschlag (30 min)

a)	Gemeinsam lesen, diskutieren und feste Änderung bestimmen.	PA
b)	<i>Als Tipp:</i> Werte in Term einsetzen, Oles Denkfehler erklären, Vergleich von <b>a)</b> und <b>b)</b> im Plenum.	PA UG
c)	Gleichungen der Tabelle zuordnen, Pias Methode ausprobieren.	EA/ PA
d)	Graphen zeichnen, Startwert und feste Änderung markieren, Erklärung notieren, Vergleich von <b>c)</b> und <b>d)</b> im Plenum.	EA/ PA UG

Mögliche HA: **V22**

### Intensivzugriff

#### O6 Umsetzungshinweise

*Alternative:* Alle Aufgabenteile können auch nur in PA bearbeitet werden. Am Ende werden dann alle Ergebnisse verglichen.

#### O6 Erwartungshorizont

Zentrale Erkenntnisse dieser Aufgabe sind:

- Bei linearen Funktionen kann man den festen Faktor nicht einfach durch Quotientenbildung bestimmen, weil der Startwert erst rausgerechnet werden muss.
- Man kann den Startwert in einer Tabelle rausrechnen, indem man eine zweite Spalte für die gefahrene Strecke anlegt.
- Den Startwert finde ich als Funktionswert zu 0 und den festen Faktor als feste Änderung.

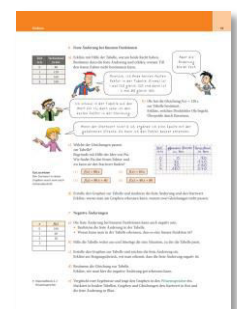
#### O6 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die feste Änderung und den festen Faktor nicht unterscheiden können. Dann kann den Lernenden eine Wiederholung der Aufgabe **O3b)** helfen.
- die Werte aus der Tabelle falsch in die Gleichung einfügen. Das richtige Einsetzen von Werten in die Gleichung kann im Einzel- oder Kleingruppengespräch nochmal wiederholt und geübt werden.

#### O6 Diagnose

- Können die Lernenden den festen Faktor und die feste Änderung unterscheiden?
- Können die Lernenden eigenständig Werte in eine Gleichung einsetzen, um zu überprüfen, ob die Gleichung zur Tabelle passt?
- Können die Lernenden einen Graphen zur Tabelle zeichnen und dort den Startwert und die feste Änderung als Steigungsdreieck markieren?



## Ordnen A Wie kann man aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

### Schnellzugriff

#### O7 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- vertiefen ihre Kenntnisse zu linearen Funktionen;
- wissen, dass negative Änderungen auch feste Änderungen von linearen Funktionen sein können;
- üben den Darstellungswechsel zwischen Tabelle, Graph und Term;
- nutzen das Steigungsdreieck zur Deutung von negativen Steigungen;
- identifizieren negative Änderungen in Tabelle, Term und Graph.

#### O7 Bezug

Nach E9, danach V23, V27.

#### O7 Umsetzungsvorschlag (15 min)

- |    |  |        |
|----|--|--------|
| a) | feste Änderung in der Tabelle bestimmen, EA/ PA mit dem Partner über die negative Steigung sprechen. |        |
| b) | Tabelle ausfüllen, mit dem Partner Sachsituation überlegen, im Plenum vorstellen.                    | PA/ UG |
| c) | Graphen zur Tabelle zeichnen, Steigungsdreieck einzeichnen, Vergleich im Plenum.                     | EA/ UG |
| d) | Gleichung aufstellen, markieren, woran man die negative Steigung erkennt, im Plenum vergleichen.     | EA/ UG |
| e) | Wissenspeicher ausfüllen, vergleichen  | EA/ UG |

Mögliche HA: V23

### Intensivzugriff

#### O7 Umsetzungshinweise

*Alternative:* Diese Aufgabe kann auch in EA bearbeitet werden. Am Ende werden dann alle Ergebnisse verglichen.

#### O7 Erwartungshorizont

Die zentrale Erkenntnis dieser Aufgabe ist: Es gibt lineare Funktionen mit negativer Änderung. Diese Erkenntnis kann man auch noch für proportionale Funktionen spezifizieren. Diese Aufgabe ist deswegen so wichtig, weil viele Schülerinnen und Schüler das Änderungsverhalten von linearen Funktionen als konstant oder positiv beschreiben würden und im Falle negativer Änderungen von antiproportionalen Funktionen sprechen würden.

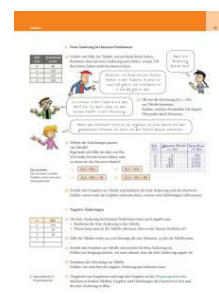
#### O7 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die Merkmale einer linearen Funktion mit negativer Änderung in Graph und/ oder Tabelle und/ oder Term nicht erkennen können.
- nicht zwischen den Darstellungen wechseln können. Der Lehrende kann mit Einzelnen oder in der Kleingruppe den Darstellungswechsel üben.
- kein Steigungsdreieck für negative Änderungen einzeichnen können. Hier kann sich die Thematisierung der Veränderung in Richtung der zweiten Achse bei gleichzeitiger einschränkender Änderung in Richtung der ersten Achse als geeignete Unterstützung erweisen.

#### O7 Diagnose

- Kennen die Schülerinnen und Schüler die Merkmale einer linearen Funktion und können sie in Tabelle, Graph und Term erkennen?
- Können die Lernenden zwischen Term, Tabelle und Graph wechseln?
- Können die Lernenden das Steigungsdreieck für negative Änderungen einzeichnen und daran die Steigung ablesen?



## Ordnen B Wie kann man aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

### Schnellzugriff

#### 08/09 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erstellen Graphen und Terme aus Tabellen zu linearen Funktionen, indem sie zwei Wertpaare als relevant identifizieren (08);
- geben zu Tabellen mit linearen Zusammenhängen passende Situationen an (08);
- identifizieren in Graphen und Termen die zentralen Kenngrößen Startwert und feste Änderung (08);
- erstellen Tabellen und Terme aus Graphen zu linearen Funktionen, indem sie relevante Wertepaare identifizieren (09);
- bestimmen auch für beliebige feste Änderungen die Steigung, indem sie diese auf die Änderung pro Schritt zurückführen (09).

#### 08/09 Bezug

Nach E10, dann 08, danach E11, dann 09.

#### 09 Vorbereitung/Material

Graphen mit Steigungsdreieck auf Folie

#### 08 Umsetzungsvorschlag (20 min)

a)	Situationen zur Tabelle überlegen, erst allein, dann mit Partner diskutieren	EA/ PA
b)	Graphen zeichnen, Erklärungen notieren	EA
c)	Gleichungen aufstellen, Markierungen vornehmen, Partner erklären, woran man feste Änderung und Startwert erkennt	EA/ PA
d)	Lösungen vergleichen, in Wissenspeicher eintragen, Eintrag vergleichen	UG EA PA

Mögliche HA: Wissenspeicher eintragen oder V31

#### 09 Umsetzungsvorschlag (25 min)

a)	Tabelle erstellen, mit dem Partner diskutieren, welche Punkte man nehmen kann	EA/ PA
b)	Graphen abzeichnen, Startwert und Steigung markieren, Vergleich mit Partner	EA/ PA
c)	Beschreibung notieren, mit dem Partner vergleichen	EA/ PA
d)	Vergleich der Lösungen im Plenum, Wissenspeicher ausfüllen	UG EA

Mögliche HA: Wissenspeicher eintragen oder V32, V36

### Intensivzugriff

#### 08/09 Umsetzungshinweise

In 08 sollten die beiden Tabellen mit ihren unterschiedlichen Änderungen im Klassengespräch explizit thematisiert werden. Bei starken Lerngruppen kann die Aufgabe auch ganz in Einzelarbeit bearbeitet werden.

#### 08/09 Erwartungshorizont

08) Für lineare Funktionen mit negativer wie auch mit positiver Änderung soll erkannt werden, dass zwei Wertepaare ausreichend für eine Transformation von der Tabelle ins Graphische und Symbolische sind. Die Auswahl der Wertepaare ist für den Term besonders nützlich, wenn man Startwert und feste Änderung berücksichtigt.

09) Hier liegt der Fokus auf der Bestimmung der Steigung durch Rückführung auf das einschrittige Steigungsdreieck.

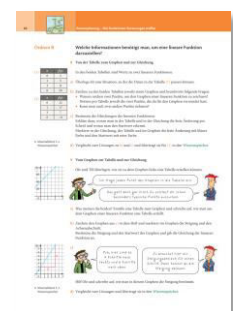
#### 08/09 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- unsicher sind, ob zwei Punkte wirklich ausreichend sind. Hier kann man sie verschiedene Wertepaare ausprobieren lassen (08).
- die Beziehung zwischen verschiedenen Steigungsdreiecken zu derselben Gerade nicht verstehen. Als Unterstützung kann man ein großes Steigungsdreieck mit mehreren einschrittigen Steigungsdreiecken ausfüllen (09).

#### 08/09 Diagnose

- Können die Lernenden begründen, warum zwei Punkte ausreichend sind?
- Können die Lernenden den Startwert und die feste Änderung in allen drei Darstellungsformen erkennen?
- Verstehen sie die Verhältnismöglichkeit der Steigungsdreiecke?





## Ordnen B Wie kann man aus wenigen Werten weitere Werte vorhersagen?

### Schnellzugriff

#### O10/O11 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- bestimmen die feste Änderung für mehrere Schritte (O10);
- bestimmen aus gegebenen Punkten und Änderungen eine Funktionsgleichung (O10);
- beschreiben den Zusammenhang zwischen linearen und proportionalen Funktionen (O11);
- können Behauptungen überprüfen und anhand von Beispielen bestätigen oder widerlegen (O11).

#### O10/O11 Bezug

Nach E11 und O9, dann O11.

#### O10/O11 Vorbereitung/Material

Karten, Graph mit Steigungsdreieck zur Tabelle und Tabelle jeweils auf Folie (O10),

Leere Karten für O11

#### O10 Umsetzungsvorschlag (30 min)

a)	Feste Änderung pro Schritt bestimmen und dann mit Pias Methode bestimmen, mit dem Partner vergleichen	EA/ PA
b)	Tabelle aus a) ergänzen	EA
c)	Karten aus Materialblock ausschneiden, in die richtige Reihenfolge bringen	EA
d)	Lösungen vergleichen und den Wissensspeicher ausfüllen, Einträge vergleichen	UG/ EA UG

Mögliche HA: 10d)

#### O11 Umsetzungsvorschlag (15 min)

a)	Jede Gruppe überlegt sich ein weiteres Beispiel und Begründungen für die beiden Aussagen und schreibt sie auf eine Karte	GA
b)	Karten aufhängen, vergleichen und die besten Begründungen herausuchen	UG

Mögliche HA: V34

### Intensivzugriff

#### O10 Umsetzungshinweise

*Alternative:* In starken Lerngruppen kann man die Aufgabe auch arbeitsteilig in Gruppen bearbeiten lassen. Dabei bearbeitet eine Gruppe a) und b) und die andere Gruppe c). Dann werden die Gruppen gemischt und die Bearbeitungen werden verglichen und besprochen (Gruppenpuzzle).

#### O10/O11 Erwartungshorizont

Der zentrale Erkenntnisgewinn der Aufgabe O10 liegt in der Bestimmung der Funktionsgleichung aus zwei gegebenen Punkten. Dabei wird Wert darauf gelegt, dass die Bestimmung der festen Änderung durch Rückführung auf die feste Änderung pro Schritt bestimmt wird. Eine unverstandene Anwendung des Differenzenquotienten wird hier bewusst umgangen.

Zudem müssen die Schülerinnen und Schüler bei der Beschreibung der Verfahrensschritte mit dem allgemeinen Term umgehen. Evtl. brauchen einige Schülerinnen und Schüler Hilfe durch konkrete Beispiele.

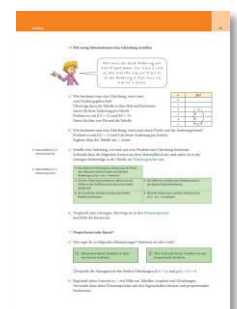
In O11 soll die Beziehung zwischen proportionalen und linearen Funktionen am Beispiel diskutiert werden. Dieser Zusammenhang sollte im weiteren Verlauf in verschiedenen Aufgaben immer mal wieder zur Sprache gebracht werden.

#### O10/O11 Diagnose

- Können die Schülerinnen und Schüler die feste Änderung pro Schritt bestimmen? (O10)
- Können die Schülerinnen und Schüler in der Tabelle hoch- und runterrechnen? (O10)
- Können die Schülerinnen und Schüler das konkrete Bestimmungsverfahren am allgemeinen Term verstehen? (O10)
- Können die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass eine proportionale Funktion, auch wenn sie ‚keinen‘ Startwert besitzt, eine lineare Funktion ist? (O11)

#### O11 Differenzierung

Das Formulieren der Begründungen ist eine durchaus anspruchsvolle Aufgabe. Hier kann man entweder die Gruppen leistungshomogen mischen oder den schwächeren konkrete Hilfe beim Formulieren zukommen lassen, z.B. mit vorbereiteten Satzbausteinen.



## Ordnen C Wie kann man eine feste Größe unterschiedlich verteilen?

Schnellzugriff

### O12/O13 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- bestimmen in umgekehrt proportionalen Situationen weitere Werte durch Hoch- und Runterrechnen (O12) und unter Verwendung der Gesamtgröße (O13);
- identifizieren umgekehrt proportionale Zusammenhänge in Graph, Tabelle, Term und Situation (O12, O13);
- unterscheiden umgekehrt proportionale von linearen und proportionalen Funktionen (O12);
- beschreiben Produktgleichheit und feste Gesamtgröße als wichtige Charakteristika von umgekehrt proportionalen Funktionen (O13).

### O12/O13 Bezug

Nach E12, danach O13.

### O12/O13 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher auf Folie, Tabelle auf Folie, Schreibhilfen (z.B. Satzmuster, Wortfelder...)

### O12 Umsetzungsvorschlag (25 min)

- |     |  |        |
|-----|--|--------|
| ab) | Die Gruppen, die E12 und E12 bearbeitet haben, bearbeiten getrennt diese Aufgabenteile, erst alleine, dann Vergleich in der Gruppe, dann Vergleich in der Klasse, wobei auch auf die unterschiedlichen Kontexte eingegangen werden kann. | EA/ GA |
| cd) | Hier wird abwechselnd in Einzelarbeit und Unterrichtsgespräch gearbeitet   | EA/ UG |
| e)  | Vergleich der Kontexte aus dem Erkunden  | EA/ UG |
| f)  | Wissenspeicher ausfüllen   | EA     |

**Mögliche HA: V45, V47** (als Übung in anderem Kontext)

### O13 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- |      |  |        |
|------|--|--------|
| abc) | Die Gruppen aus O12, bearbeiten gemeinsam die Aufgabenteile und erstellen für ihre Lösungen ein Plakat.                                | GA     |
| d)   | Vergleich im Plenum, erst im Museums-gang, dann wird gemeinsam der Wissenspeicher ausgefüllt, erst alleine, dann gemeinsam verglichen. | EA/ UG |

**Mögliche HA: V47**

Intensivzugriff

### O12/O13 Umsetzungshinweise

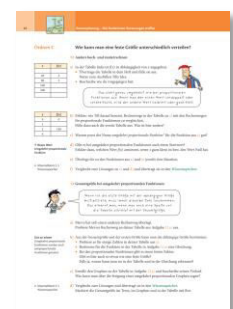
Durch die Unterteilung in leistungshomogene Gruppen kann man sich entweder intensiver den schwächeren Schülerinnen und Schüler widmen, oder die stärkeren dahingehend einbinden, die anderen zu unterstützen. Auch lässt sich das gemeinsame Ausfüllen des Wissensspeichers in O13 allein mit der schwächeren Gruppe durchführen. Besondere Vorsicht ist hinsichtlich der Erklärungskraft der beiden Kontexte geboten, denn insbesondere der Kontext der Routenplanung kann für einige Lernende sehr anspruchsvoll sein.

### O12/O13 Erwartungshorizont

In O12 und O13 werden die zentralen Aspekte von umgekehrt proportionalen Funktionen bearbeitet, aufgeteilt nach den beiden maßgeblichen Rechenverfahren zur Bestimmung weiterer Werte (Hoch- und Runterrechnen in O12 und Nutzen der Produktgleichheit in Gestalt der festen Gesamtgröße in O13) und nach den Darstellungsarten (in O13 erst symbolisch). Daran entlang vollziehen sich auch die wesentlichen Erkenntnisschritte. Ein Vergleich mit proportionalen Funktionen ist dahingehend wichtig, dass es einmal eine feste Änderung gibt und einmal eine feste Gesamtgröße.

### O12/O13 Diagnose

- Können die Schülerinnen und Schüler in Tabellen mit umgekehrt proportionalen Zusammenhängen hoch- und runterrechnen oder übergeneralisieren sie die Rechenwege aus proportionalen Tabellen?
- Identifizieren die Schülerinnen und Schüler die Gesamtgröße als Kenngröße von umgekehrt proportionalen Zusammenhängen?
- Können die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass es bei umgekehrt proportionalen Zusammenhängen keine feste Änderung gibt?



## Ordnen D Wie kann man erkennen, welcher Zusammenhang vorliegt?

### Schnellzugriff

#### O14/15 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- ordnen Situationen den jeweiligen Funktionstypen zu (O15);
- unterscheiden die drei Funktionstypen in Tabelle, Graph und Gleichung anhand der zentralen Eigenschaften und Kenngrößen (O14, O15).

#### O14/15 Bezug

Nach E13, erst O14, dann O15, beide vertieft in V54-61.

#### O14/15 Vorbereitung/Material

Wissensspeicher *Funktionen 8* auf Folie

#### O14 Umsetzungsvorschlag (30 min)

Wissensspeicher *Funktionen 8* mit Bleistift ausfüllen, im Plenum vergleichen und ggf. modifizieren. EA/UG

Mögliche HA: V54

#### O15 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- |    |  |        |
|----|--|--------|
| a) | Aussagen den Funktionstypen zuordnen, auf Situationen aus E13 beziehen                 | EA     |
| b) | Situationen überlegen und notieren, mit dem Partner tauschen und den Aussagen zuordnen | EA/ PA |
| c) | Wissensspeicher zu Ende ausfüllen, im Plenum vergleichen                               | EA/ UG |

Mögliche HA: V58-V60

### Intensivzugriff

#### O14/O15 Umsetzungshinweise

O14 kann möglicherweise auch ausgelassen werden und mit einem gemeinsamen Plakat, das vielleicht schon in vorherigen Stunden entstanden ist, ersetzt werden. Dies gilt insbesondere, wenn die Lernenden schon beim Erstellen der Einzelwissenspeicher zu den einzelnen Funktionen Schwierigkeiten hatten.

O15 kann alternativ auch direkt an die Gruppenarbeit in E13 angeschlossen werden.

#### O14/15 Erwartungshorizont

In dieser Etappe werden die Erkenntnisse des Kapitels gesammelt und geordnet. Dies ist ein wichtiger Teil, um die Funktionstypen in allen Darstellungen voneinander abgrenzen zu können und insbesondere dem vermeintlichen Problem, proportionale Strategien auf andere Funktionstypen zu übertragen, entgegenzuwirken. Am Ende sollte eine gute Übersicht über die Kenngrößen der Funktionstypen und typischen Situationen stehen.

#### O14/15 Differenzierung

Bei diesen Aufgaben ist viel sprachliche Kompetenz gefragt. Leistungsschwache Schülerinnen und Schüler könnten hier gemeinsam in Kleingruppen mit der Lehrperson die Aufgaben erarbeiten.

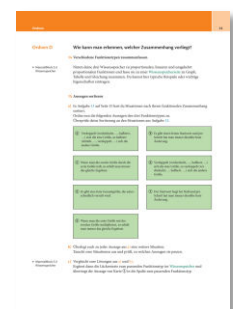
#### O14/15 Diagnose

- Können die Schülerinnen und Schüler die drei Funktionsarten in Tabelle, Graph und Gleichung voneinander unterscheiden?
- Erkennen die Lernenden typische funktionale Merkmale in Alltagssituationen?
- Können die Lernenden die relevanten Größen identifizieren?

#### O14/15 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten entstehen, wenn Lernende...

- die Funktionsarten nicht unterscheiden können. Sie können dann die drei Wissensspeicher zu proportionalen, linearen und umgekehrt proportionalen Funktionen nebeneinander legen und die Erkenntnisse daraus in den neuen Wissensspeicher übertragen.
- nicht über die Sprachmittel zum Beschreiben und Erklären verfügen (siehe Differenzierung).



## Vertiefen 1 Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten darstellen

<b>Hintergrund</b>	In der Aufgabe <b>V1</b> geht es darum, die Zusammenhänge zwischen Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten zu trainieren, indem bei zwei gegebenen Größen jeweils die dritte fehlende Größe berechnet wird. In der Aufgabe <b>V2</b> wird das Umrechnen von der Einheit Minute in die Einheit Stunde und umgekehrt wiederholt, wobei Zeiten als Dezimalzahlen im Fokus stehen.
--------------------	---

### V1 Ziel: Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten berechnen

<b>Typus</b>	Training, weitergedacht
<b>Dauer</b>	20-25 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E1</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Aus zwei gegebenen Größen die dritte fehlende Größe berechnen. Diese Aufgabe eignet sich für PA, auch als <b>HA</b> möglich.
<b>Lernwege</b>	Diese Aufgabe verlangt ein intuitives Verständnis einer Geschwindigkeit als Quotient aus Strecke und Zeit. Die Formel $v = \frac{s}{t}$ ist für die Berechnung nicht erforderlich, ebenso wenig das Auflösen einer Gleichung nach einer Variablen, es genügt das Hoch- bzw. Runterrechnen. Die Paralleldifferenzierung ermöglicht für lernschwächere Kinder die Beschränkung auf einfache Bruchteile einer Stunde bei den Zeitangaben, stärkere Schülerinnen und Schüler beschreiben ihre Vorgehensweise in der Teilaufgabe <b>d)</b> allgemein.

### V2 Ziel: Zeiten als Dezimalzahlen darstellen

<b>Typus</b>	Training
<b>Dauer</b>	20 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E1, E4, E9</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Dezimalzahlen, Zeiteinheiten, Tabellenkalkulation Diese Aufgabe eignet sich sowohl für die PA als auch als <b>HA</b> . <i>Basisaufgabe:</i> siehe Materialblock Gängige Zeitangaben in h (z.B. 0,75h) werden in Minuten umrechnet, bei der Umrechnung von Minuten in h beschränkt man sich auf Teiler von 60 und deren Vielfache (z.B. 36 Minuten).
<b>Lernwege</b>	Schülerinnen und Schüler berücksichtigen bei der Umrechnung der Zeiteinheiten den Zusammenhang $1h = 60 \text{ min}$ . Dies muss zur Abgrenzung im Dezimalsystem herausgearbeitet werden, z.B. können diese Unterschiede bei der Umrechnung von 0,2h und 0,2kg verdeutlicht werden. Teilaufgabe <b>c)</b> ermöglicht eine Reflexion des eigenen Lernens, die Verwendung einer Tabellenkalkulation vertieft das Verständnis.

## Vertiefen 2 Proportionale Funktionen darstellen und berechnen

<b>Hintergrund</b>	In dieser Einheit geht es darum, proportionale Funktionen darzustellen und zu berechnen, wobei bei den Darstellungsformen zunächst nur die Beschreibung, die Tabelle und der Graph Verwendung finden. In den Tabellen wird die Bedeutung der festen Änderung und des festen Faktors herausgearbeitet. In der grafischen Darstellung liegt der Schwerpunkt auf der Betrachtung verschiedener Zeit-Weg-Diagramme, um die Eigenschaften der Graphen proportionaler Funktionen herauszuarbeiten. Ergänzend kann das Routenplaner-Applet eingesetzt werden.
--------------------	--

**V3****Ziel: Tabellen zu Voraussagen eines Routenplaners ergänzen****Typus**

Training

**Dauer**

10-15 min

**Bezug**parallel zum Erkunden **E2, E3** und Ordnen **O1, O3**.**Hinweis***Schwerpunkte:* hoch- und runterrechnen, Tabellen ergänzenDiese Aufgabe eignet sich auch als **HA**.**Lernwege**

Diese Aufgabe eignet sich eher für lernschwächere Schülerinnen und Schüler. Trainiert wird die Kompetenz, in proportionalen Zusammenhängen hoch- und runterzurechnen. In der Teilaufgabe **b)** besteht die Gelegenheit, die feste Änderung und den festen Faktor in verschiedenen Darstellungsformen zu thematisieren. Es besteht die Lernschwierigkeit, dass feste Änderung und fester Faktor verwechselt werden.

**V5****Ziel: Fehler aufdecken****Typus**

Nachgedacht

**Dauer**

10-15 min

**Bezug**parallel zum Erkunden **E1****Hinweis***Schwerpunkte:* Zeiteinheiten umrechnen, GeschwindigkeitsbegriffDiese Aufgabe eignet sich für lernstärkere Schülerinnen und Schüler als **GA** oder als **HA***Basisaufgabe:* siehe Materialblock

Geschwindigkeiten und Strecken sind so gewählt, dass sich für die Zeiten nur Viertelstunden und Vielfache davon ergeben.

**Lernwege**

Die Schülerinnen und Schüler müssen angehalten werden, die vorgegebene Lösung zu überprüfen. Erfahrungsgemäß wird zu den gegebenen Daten eine eigene Lösung entwickelt. Diese ist aber unter Umständen hilfreich, anschließend den vorgegebenen Fehler leichter zu finden.

**V6****Ziel: Durchschnittsgeschwindigkeiten bestimmen****Typus**

Problemlösen

**Dauer**

25 min

**Bezug**parallel zum Erkunden **E4-E6** und Ordnen **O3-O4****Hinweis***Schwerpunkte:* Geschwindigkeit, Durchschnittsgeschwindigkeit, grafische DarstellungenDie Aufgabe ist für die **GA** geeignet, Lösungen zu der Teilaufgabe **c)** können auf Folie präsentiert werden.**Lernwege**

Die Schülerinnen und Schüler reflektieren den intuitiven Geschwindigkeitsbegriff, den sie bei der Aufgabe **V1** benutzt haben. Wichtig ist die Erkenntnis, dass für die Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit allein die zurückgelegte Strecke und die benötigte Zeit erforderlich sind, unabhängig vom Bewegungsablauf. Bei der Teilaufgabe **c)** muss darauf geachtet werden, dass beim Graphen die Steigungen und damit die Geschwindigkeiten realistisch bleiben. Lernstärkere Schülerinnen und Schüler klären die Frage, unter welcher Bedingung Geschwindigkeit und Durchschnittsgeschwindigkeit gleich sind.



**V8** Ziel: Bei Zuordnungen proportionale Funktionen entdecken

<b>Typus</b>	Training
<b>Dauer</b>	15 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E2, E3, E13</b> und Ordnen <b>O15</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Proportionale Zusammenhänge, fester Faktor, feste Änderung Diese Aufgabe eignet sich für die GA oder als HA.
<b>Lernwege</b>	Die Situationen in der Teilaufgabe <b>a)</b> können gegebenenfalls praktisch ausprobiert werden. Bei der Teilaufgabe <b>b)</b> sind eventuell Recherchen erforderlich (Olympische Spiele, Briefporto). Neben der Paralleldifferenzierung ist eine weitere Binnendifferenzierung möglich, indem die Schülerinnen und Schüler Zuordnungen selbst erfinden und diskutieren.

**V9** Ziel: Mit einer Information vollständige Graphen zeichnen

<b>Typus</b>	Problemlösen
<b>Dauer</b>	10-15 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E3, E5</b> und Ordnen <b>O3, O4</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Graph, Eigenschaften proportionalen Funktionen Diese Aufgabe eignet sich für die GA oder als HA. <i>Basisaufgabe:</i> siehe Materialblock Die Strecken sind Vielfache von 25km, so dass bei einer Geschwindigkeit von 100 km/h nur Zeiten als Vielfache einer Viertelstunde eine Rolle spielen, so dass zusätzliche Rechenschwierigkeiten vermieden werden.
<b>Lernwege</b>	Die Schülerinnen und Schüler verwenden bei der Argumentation, mit einer Information den vollständigen Graphen voraussagen zu können, die feste Änderung („pro halbe Stunde kommen 55 km hinzu“). Herausgearbeitet werden muss, dass sich in der Geraden die gleichmäßige Zunahme widerspiegelt. Es können zunächst auch beliebig viele Zwischenwerte berechnet werden, um erst einmal beliebig viele Punkte in das Koordinatensystem einzuzeichnen.

**V12** Ziel: Eine proportionale Funktion in verschiedenen Darstellungsformen wiederfinden

<b>Typus</b>	Problemlösen
<b>Dauer</b>	15 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E2, E3</b> und Ordnen <b>O2, O3</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Graph, Tabelle, Steigung, Gleichung Diese Aufgabe eignet sich für die GA. Die richtig angeordneten Karten können auf Folie oder vergrößert an der Tafel präsentiert werden, so dass gegebenenfalls noch Änderungen vorgenommen werden können. Diese Aufgabe eignet sich auch als HA.
<b>Lernwege</b>	Die Aufgabe erfordert ein vertieftes Verständnis der Grundbegriffe Steigung, feste Änderung und fester Faktor. Die Aufgabe ist dahingehend binnendifferenzierend, dass lernschwächere Schülerinnen und Schüler durch Einsetzen von Werten in die Gleichung Punkte ermitteln, die sie dann in den Tabellen oder Graphen wiederfinden.

**V13** Ziel: Den festen Faktor in Tabelle, Graph und Gleichung erkennen

<b>Typus</b>	Training
<b>Dauer</b>	15 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E3</b> und Ordnen <b>O1, O2</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Graph, Tabelle, Gleichung, fester Faktor Diese Aufgabe eignet sich für die EA und als HA, sie ist nicht für die ganze Lerngruppe erforderlich. <i>Basisaufgabe:</i> siehe Materialblock Zusätzlich zu der eigentlichen Aufgabe wird hier ergänzend nochmals die Bedeutung des festen Faktors in der Tabelle dargestellt und kann so vertieft werden.
<b>Lernwege</b>	Lernschwächere Schülerinnen und Schüler können den festen Faktor 1,5 zunächst mit einer bestimmten Situation verbinden, z.B. „das Bild ist 1,5-mal so hoch wie breit“. Der Graph kann wie in Aufgabe <b>V9</b> gezeichnet werden.

	<b>V14</b>	<b>Ziel: Vorhersagen eines Routenplaners mit dem tatsächlichen Reiseverlauf vergleichen</b>
<b>Typus</b>	Problemlösen	
<b>Dauer</b>	25-30 min	
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E4</b> , <b>E5</b> und Ordnen <b>O3</b>	
<b>Hinweis</b>	<p><i>Schwerpunkte:</i> Diagramme interpretieren, Durchschnittsgeschwindigkeit</p> <p>Diese Aufgabe ist für die GA und als HA geeignet.</p> <p><i>Basisaufgabe:</i> siehe Materialblock</p> <p>Bei der Teilaufgabe <b>c)</b> wird schrittweise an die Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit herangeführt. Für den Vergleich mit der tatsächlichen Geschwindigkeit werden hier zu untersuchende Zeiträume vorgegeben. Die Teilaufgabe <b>d)</b> enthält zusätzliche Tipps für die Abweichung des Reiseverlaufs von der Vorhersage</p>	
<b>Lernwege</b>	<p>Bei der Teilaufgabe <b>a)</b> müssen vielfältige Kriterien erarbeitet werden, Schülerinnen und Schüler argumentieren sonst oberflächlich („Linie –Punkte“ oder auch „Gerade –Kurve“). Die Skalierung der Achsen wird unter Umständen außer Acht gelassen, diese ist aber auch für die beiden weiteren Teilaufgaben wichtig. Es bietet sich an, zunächst zwei Gruppen vortragen zu lassen, um eine Diskussionsbasis zu schaffen.</p>	

### Vertiefen 3 Lineare Funktionen darstellen und berechnen

<b>Hintergrund</b>	In dieser Einheit werden lineare Funktionen dargestellt und berechnet. Insbesondere werden die Unterschiede zu den proportionalen Funktionen in allen Darstellungsformen herausgearbeitet und es wird der Frage nachgegangen, welche Prüfmechanismen für proportionale Funktionen auf lineare übertragbar sind. In den Aufgaben <b>V26-V28</b> werden Alltagssituationen untersucht. Die Aufgaben <b>V19</b> und <b>V24-V25</b> bieten die Möglichkeiten, das Routenplaner-Applet, eine Tabellenkalkulation bzw. „Kopfmathematik“ einzusetzen.
--------------------	--

	<b>V16</b>	<b>Ziel: Beim Fahren mit konstanter Geschwindigkeit Strecke und Reststrecke darstellen</b>
<b>Typus</b>	Training	
<b>Dauer</b>	20-25 min	
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E7</b> und Ordnen <b>O5</b>	
<b>Hinweis</b>	<p><i>Schwerpunkte:</i> Tabellen anfertigen, Strecken zu gegebenen Geschwindigkeiten berechnen</p> <p>Diese Aufgabe ist für PA und GA oder als HA geeignet.</p> <p>Wichtige Aufgabe für die ganze Lerngruppe.</p>	
<b>Lernwege</b>	<p>Diese Aufgabe vernetzt im Sachzusammenhang das Vorwissen über proportionale Funktionen mit dem neuen Problem, bei einer Fahrt die Reststrecke zu untersuchen. Beim Ausfüllen der Tabelle können unterschiedliche Lernwege beschriftet werden: bei der Strecke mit der festen Änderung „42,5 km pro halbe Stunde“ oder dem festen Faktor 85 km/h; bei der Reststrecke mit der festen Änderung oder der Differenz aus 340 km und der gefahrenen Strecke.</p> <p>Schülerinnen und Schüler werden auch versuchen, bei der Reststrecke mit einem festen Faktor zu rechnen.</p>	

**V18** Ziel: Den Startwert im Graphen, in der Tabelle und in der Gleichung erkennen

<b>Dauer</b>	25-30 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E7, E8</b> und Ordnen <b>O8, O9</b>
<b>Hinweis</b>	<p><i>Schwerpunkte:</i> Tabellen, Graphen und Gleichungen aufstellen, Zusammenhänge erkennen</p> <p>Diese Aufgabe ist für <b>GA</b> gedacht, kann aber auch als <b>HA</b> genutzt werden.</p> <p>Ergebnisse können z.B. auf einem Lernplakat präsentiert werden.</p> <p><i>Basisaufgabe:</i> siehe Materialblock</p> <p>Die Informationen werden nicht durch einen Text gegeben, sondern durch einen Graphen, die dazu passende Tabelle ist mit Blick auf die Zeiten stärker strukturiert. Für den Tachostand von 60 km wird ebenso eine Tabelle vorgegeben. In der Teilaufgabe <b>c)</b> werden die weiteren Durchschnittsgeschwindigkeiten konkret vorgegeben, ebenso Werte für den Tachostand.</p>
<b>Lernwege</b>	<p>Die Gleichung wird mithilfe des festen Faktors 70 aufgestellt, der Graph wird wie in Aufgabe <b>V9</b> mit einer Information gezeichnet. Lernschwächere Schülerinnen und Schüler können auch alle Punkte zu der Tabelle in das Koordinatensystem zeichnen.</p> <p>Bei der Teilaufgabe <b>b)</b> sind verschiedene Lernwege denkbar: Zum einen kann man so vorgehen wie in der Teilaufgabe <b>a)</b>, zum anderen kann auch direkt die Auswirkung der Verschiebung +60 auf Tabelle, Graph und Gleichung untersucht werden.</p> <p>Teilaufgabe <b>d)</b> bietet eine Möglichkeit der Binnendifferenzierung.</p>

**V21** Ziel: Veränderungen von Steigung und Startwert untersuchen

<b>Dauer</b>	25-30 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E8, E10</b> und Ordnen <b>O5-O7, O9</b>
<b>Hinweis</b>	<p><i>Schwerpunkte:</i> Steigung und Startwert in Tabellen, Graphen und Gleichungen erkennen, Funktionssoftware</p> <p>Diese Aufgabe ist für <b>PA</b> gedacht, kann aber auch als <b>HA</b> genutzt werden</p> <p>Der Einsatz der Funktionssoftware kann auch Zuhause erfolgen.</p>
<b>Lernwege</b>	<p>Die Tabelle kann durch Einsetzen oder Anwendung der festen Änderung aufgestellt werden, der Graph sollte mithilfe zweier Punkte gezeichnet werden. Langfristig sollten Schülerinnen und Schüler die Kompetenz erwerben, Graphen mit möglichst wenigen Informationen zu zeichnen.</p> <p>Es ist hilfreich, die Unterschiede farbig zu markieren.</p> <p>Die Funktionssoftware hat die Aufgabe, Vorhersagen zu kontrollieren. An dieser Stelle muss den Schülerinnen und Schülern klar gemacht werden, dass sie nicht ziellos probieren, sondern erst Vorhersagen treffen sollen.</p>

**V24** Ziel: Tabellen mit der Tabellenkalkulation erstellen

<b>Typus</b>	Training
<b>Dauer</b>	20 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E7, E9</b> und Ordnen <b>O6, O10</b>
<b>Hinweis</b>	<p><i>Schwerpunkte:</i> Tabellen erstellen, Tabellenkalkulation</p> <p>Diese Aufgabe ist für <b>PA</b> gedacht.</p> <p>Der Einsatz der Tabellenkalkulation kann auch Zuhause erfolgen.</p>
<b>Lernwege</b>	<p>Der Kopf der Tabellen muss von den Schülerinnen und Schülern selbst entwickelt werden. Die Aufgabe fördert das Textverständnis, Startwert und die feste Änderung müssen dem Text entnommen bzw. berechnet werden. Bei Teilaufgabe <b>b)</b> ist es denkbar, dass bei Tempo 50 Abstände von einer Stunde gewählt werden. Hier ist auch der Umfang der Tabelle im Text vorgegeben.</p> <p>Um die Tabellenkalkulation zu nutzen, müssen die Schülerinnen und Schüler erst eine Gleichung aufstellen. Eine Tabelle im Kopf führt hier nicht weiter, kann aber das Verständnis für die Gleichung fördern.</p>

	<b>V28</b> <b>Ziel: Steigungsangaben in Prozent erläutern</b>
<b>Typus</b>	Problemlösen
<b>Dauer</b>	30 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E3</b> und Ordnen <b>O1-O3</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Proportionale Zuordnungen, fester Faktor, feste Änderung, Prozentsatz, Graph, Steigungsdreieck Diese Aufgabe ist für <b>GA</b> gedacht. Alternativ können die Aufgaben <b>V26</b> bis <b>V28</b> in arbeitsteiliger Gruppenarbeit gelöst und präsentiert werden. Ergänzend können Schülerinnen und Schüler über derartige Schilder in ihrer Umgebung recherchieren und berichten. Ebenso kann das Steigungsvermögen eines Pkw erkundet werden.
<b>Lernwege</b>	Teilaufgabe <b>a)</b> bietet die Möglichkeit, proportional hoch- und runterzurechnen. Die Möglichkeit, für die Berechnung eine Gleichung aufzustellen, ist nicht naheliegend. Für den Graphen müssen die Achsen selbstständig skaliert werden, Steigungsdreiecke können unterschiedlich groß sein. Bei Teilaufgabe <b>c)</b> kann zunächst ein Schätzwert eingefordert werden, viele Schülerinnen und Schüler besitzen die Vorstellung „senkrecht nach oben“. Bei der Teilaufgabe <b>d)</b> werden die 6% im Sinne von 6 m pro 100 m gedeutet, die Höhenzunahme von 6 m wird dann auf eine Strecke von 8 m runtergerechnet.

## Vertiefen 4 Mit wenigen Informationen Funktionen darstellen

<b>Hintergrund</b>	Ziel dieser Einheit ist es, die Kompetenz zu fördern, mit möglichst wenigen Informationen Tabellen, Graphen und Gleichungen zu linearen Funktionen aufzustellen und zudem den Wechsel der Darstellungsformen zu üben. Dazu sind insbesondere die Aufgaben <b>V29-V35</b> geeignet, bei denen auch der Unterschied zwischen linearen und proportionalen Funktionen vertieft wird. Die Aufgaben <b>V33, V36, V37, V40</b> und <b>V44</b> erfordern den Einsatz einer Funktionssoftware. In den Aufgaben <b>V38, V39</b> und <b>V43</b> werden unterschiedliche Alltagssituationen thematisiert.
--------------------	--

	<b>V30</b> <b>Ziel: Lineare und proportionale Funktionen unterscheiden</b>
<b>Typus</b>	Training
<b>Dauer</b>	25-30 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E10</b> und Ordnen <b>O10-O11</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Graphen und Gleichungen interpretieren, Eigenschaften linearer und proportionaler Funktionen, Funktionswerte berechnen Diese Aufgabe ist für <b>EA</b> oder <b>PA</b> gedacht. <i>Basisaufgabe:</i> siehe Materialblock Bei der Teilaufgabe <b>a)</b> werden als Hilfen die Gleichungen angegeben, ebenso ein Graph, um das Zeichnen der anderen zu erleichtern. Veränderungen von $b$ werden hier konkretisiert. Auch für die Teilaufgabe <b>b)</b> werden die Gleichungen und ein Graph vorgegeben. Somit kann in einem vorhandenen Koordinatensystem gezeichnet werden. Der Vergleich von linearen und proportionalen Funktionen wird auf den Sonderfall „Wann ist eine lineare Funktion proportional?“ reduziert.
<b>Lernwege</b>	Wichtig ist es, dass Schülerinnen und Schüler die Struktur der beiden ersten Teilaufgaben erkennen: eine Größe ( $b$ oder $m$ ) wird festgehalten, die andere Größe ( $m$ oder $b$ ) wird verändert. Dieser Prozess ist auch für den weiteren Unterricht entscheidend und kann hier reflektiert werden. Wichtig ist, dass Ergebnisse in Worten formuliert werden.

	<b>V33</b>	<b>Ziel: Geradengleichungen aufstellen</b>
<b>Typus</b>	Training	
<b>Dauer</b>	20-25 min	
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E10</b> , <b>E11</b> und Ordnen <b>O10</b>	
<b>Hinweis</b>	<p><i>Schwerpunkte:</i> Funktionensoftware, Gleichungen aufstellen, Steigung, Punktprobe</p> <p>Für diese Aufgabe ist wegen des Rollentausches nur die PA vorgesehen.</p> <p><i>Basisaufgabe:</i> siehe Materialblock</p> <p>Für beide Teilaufgaben werden Koordinatensysteme vorgegeben. Die Punkte, durch die die Gerade jeweils verlaufen soll, sind ebenfalls konkret genannt. Dadurch werden Rechenschwierigkeiten beim Berechnen der Steigung vermieden.</p>	
<b>Lernwege</b>	<p>Mit Hilfe des Punktes A und des anderen Punktes wird die Steigung, also die feste Änderung ausgerechnet. Dann wird mit der Steigung auf den Startwert runtergerechnet, um die Gleichung angeben zu können. Schülerinnen und Schüler haben Schwierigkeiten zu erkennen, welche Punkte das Rechnen im Kopf erleichtern.</p> <p>Bei der Teilaufgabe <b>b)</b> wird vom anderen Punkt mithilfe der Steigung <math>m = 4</math> auf den Startwert runtergerechnet.</p> <p>Eine formale Berechnung mithilfe der Gleichung <math>f(x) = mx + b</math> durch Einsetzen und Auflösen nach <math>m</math> oder <math>b</math> ist denkbar, aber nicht naheliegend.</p>	
	<b>V38</b>	<b>Ziel: Startwert und feste Änderung bei linearen Funktionen im Alltag erklären</b>
<b>Typus</b>	Training	
<b>Dauer</b>	20 min	
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E10</b> und Ordnen <b>O10</b> , <b>O11</b>	
<b>Hinweis</b>	<p><i>Schwerpunkte:</i> Graphen zeichnen, Startwert, feste Änderung, Texte interpretieren, lineare und proportionale Funktionen</p> <p>Diese Aufgabe kann in PA oder GA bearbeitet werden.</p> <p><i>Basisaufgabe:</i> siehe Materialblock</p> <p>Für die grafische Darstellung werden hier Koordinatensysteme mit beschrifteten und skalierten Achsen zur Verfügung gestellt. Um die Bedeutung von Startwert und fester Änderung zu erklären, ist jeweils ein Beispiel genannt, an dem man sich dann orientieren kann. Auf den Unterschied zwischen linearen und proportionalen Funktionen wird hier nicht eingegangen.</p>	
<b>Lernwege</b>	<p>Die grafische Darstellung hilft, die Bedeutung des Startwertes und der festen Änderung im Kontext zu erklären. Die Unterscheidung zwischen linearen und proportionalen Funktionen kann sowohl mit dem Graphen als auch mithilfe des festen Faktors getroffen werden. Denkbar ist auch, zu überlegen, in welchen Fällen proportional hochgerechnet werden kann. Es ist sinnvoll, unterschiedliche Kriterien zu trainieren, auch wenn der Lernweg zunächst einmal offen bleibt.</p>	
	<b>V41</b>	<b>Ziel: Konstante Funktionen durch Gleichungen und Graphen beschreiben</b>
<b>Typus</b>	Training	
<b>Dauer</b>	15-20 min	
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E10</b> und Ordnen <b>O9</b> , <b>O10</b>	
<b>Hinweis</b>	<p><i>Schwerpunkte:</i> Graphen zeichnen, Gleichungen, Steigung gleich Null</p> <p>Die Aufgabe eignet sich für die GA.</p>	
<b>Lernwege</b>	<p>Schülerinnen und Schüler irritiert es, wenn sie für <math>x</math> keinen Wert einsetzen können. Die Konstanten werden auch nicht zwingend als Startwert identifiziert, da für den „Start“ eine Steigung erforderlich ist. Hilfreich kann es sein, in den Gleichungen <math>+0 \cdot x</math> zu ergänzen, da dann die Steigung als Null erkannt wird („pro Schritt kommt nichts hinzu“). Teilaufgabe <b>c)</b> lässt vielfältige Lösungen zu.</p>	



**V43** Ziel: Preisentwicklungen beurteilen

<b>Typus</b>	Nachgedacht
<b>Dauer</b>	15 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E11</b> und Ordnen <b>O7</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Graphen interpretieren Die anspruchsvolle Aufgabe eignet sich für die GA bei leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern.
<b>Lernwege</b>	Es ist hilfreich, wenn Schülerinnen und Schüler weitere Alltagsbeispiele zu Rate ziehen (z. B. Preis eines großen und kleinen Glases Schokocreme, 10er-Karte im Schwimmbad), um den Charakter des Mengenrabattes zu erkennen. Die Änderung pro Schritt wird kleiner, ist aber immer noch positiv. Denkbar ist aber auch, dass die Schülerinnen und Schüler den rot gezeichneten Graphen dahingehend interpretieren, dass nichts mehr zu bezahlen ist, wenn die Anzahl weiter steigt, und diesen somit ausschließen.

**Vertiefen 5 Umgekehrt proportionale Funktionen darstellen und berechnen**

<b>Hintergrund</b>	In dieser Einheit werden in den Aufgaben <b>V45-V48</b> die Eigenschaften umgekehrt proportionaler Funktionen untersucht. Der Aspekt des Verteilens einer festen Größe wird in den Aufgaben <b>V49-V53</b> thematisiert. Bei diesen Aufgaben ist es sinnvoll, die vorher ermittelten Eigenschaften zu verwenden, um den Rechenaufwand z.B. bei der Aufgabe <b>V50</b> zu reduzieren.
--------------------	--

**V46** Ziel: Umgekehrt proportionale Funktionen in der Geometrie entdecken

<b>Dauer</b>	15-20 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E12</b> und Ordnen <b>O13</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Tabellen, Graphen zeichnen und interpretieren Die Aufgabe ist für PA geeignet.
<b>Lernwege</b>	Bei der Teilaufgabe <b>b)</b> sind zwei Wege denkbar. Schülerinnen und Schüler wählen einen Wert für a und berechnen b, indem sie A durch b dividieren. Sie können aber auch schon die Erkenntnis nutzen, dass eine Halbierung von a eine Verdoppelung von b zur Folge hat. Sie sind bei der Teilaufgabe <b>c)</b> geneigt, die Punkte geradlinig zu verbinden. Es regt zum Nachdenken an, wenn zunächst die Punkte (2 18) und (8 4,5) verbunden werden und dann der Punkt (4 9) eingezeichnet wird. Eine tiefer führende Begründung kann nicht erwartet werden. Bei der Teilaufgabe <b>d)</b> wird eine Tabelle angelegt. Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler können im Kopf überschlagen, ob z.B. eine Verdoppelung von a eine Halbierung von b hervorruft.

**V50** Ziel: Einen Platz mit unterschiedlich großen Steinen pflastern

<b>Dauer</b>	15-20 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E12</b> und Ordnen <b>O12</b> , <b>O13</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> Längen- und Flächeneinheiten, Eigenschaften umgekehrt proportionaler Funktionen, Teilbarkeit Die Aufgabe ist für GA geeignet, optional können die Aufgaben <b>V49</b> , <b>V50</b> , <b>V52</b> und <b>V53</b> in arbeitsteiliger Gruppenarbeit gelöst und vorgestellt werden.
<b>Lernwege</b>	Bei der Teilaufgabe <b>a)</b> sind zwei Wege denkbar. Schülerinnen und Schüler berechnen den Flächeninhalt des Platzes und eines Steins und dividieren beide Werte durcheinander. Die Tatsache, dass bei der Division kein Rest bleibt, lässt aber noch nicht den Schluss zu, dass der Platz ohne Schneiden gepflastert werden kann. Hierzu muss überprüft werden, ob die Seitenlängen ein Vielfaches von 10 cm sind, was der andere Lernweg sein wird. Für die Berechnung der Anzahl sind dann wieder beide Wege möglich und richtig. Bei der Teilaufgabe <b>b)</b> sollte eine Division der beiden Flächeninhalte vermieden werden. Einfacher ist es zu erkennen, dass ein doppelt so langer Stein zwei „alte“ Steine ersetzt, die Anzahl also halbiert wird.

## Vertiefen 6 Erkennen, welcher funktionale Zusammenhang vorliegt

<b>Hintergrund</b>	In dieser Einheit werden die Kompetenzen gefördert, in unterschiedlichen Sachzusammenhängen die zugrunde liegenden Funktionen zu erkennen und anhand ihrer Eigenschaften zu überprüfen, ob es sich um lineare, proportionale oder umgekehrt proportionale Funktionen handelt.
--------------------	---

**V55**

**Ziel: Funktionale Zusammenhänge beim Vergrößern entdecken**

<b>Typus</b>	Training
<b>Dauer</b>	15-20 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E13</b> und Ordnen <b>O14, O15</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> fester Faktor, Prozentsatz, Umfang und Flächeninhalt eines Quadrats, proportionale Funktionen Die Aufgabe ist für <b>PA</b> geeignet, aber auch als <b>HA</b>
<b>Lernwege</b>	Die Aufgabe bietet handlungsorientiert die Möglichkeit, zunächst einmal Quadrate mit den Seitenlängen 1 cm, 2 cm und 3 cm zu zeichnen und diese am Kopierer mit dem Faktor 130% zu vergrößern. Anschließend werden Seitenlänge, Umfang und Flächeninhalt der kopierten Quadrate ausgemessen und auf Proportionalität untersucht. Das Messen der drei Größen fördert auch das Verständnis für die jeweilige Gleichung, die dann leichter aufgestellt werden kann. In leistungsstärkeren Lerngruppen kann die Gleichung direkt aufgestellt werden. Die Art der Gleichung lässt Rückschlüsse auf die Proportionalität zu. Es können aber auch zunächst Zahlenwerte eingesetzt werden, um Tabellen zu erstellen.

**V60**

**Ziel: Eigenschaften „Je mehr – desto weniger“ und „umgekehrt proportional“ unterscheiden**

<b>Typus</b>	Nachgedacht
<b>Dauer</b>	15 min
<b>Bezug</b>	parallel zum Erkunden <b>E13</b> und Ordnen <b>O14, O15</b>
<b>Hinweis</b>	<i>Schwerpunkte:</i> umgekehrt proportionale Funktionen Wichtige Aufgabe für die ganze Lerngruppe, da erfahrungsgemäß auch viele Schülerinnen und Schüler „je mehr – desto mehr“ als proportional identifizieren Diese Aufgabe eignet sich als <b>HA</b> .
<b>Lernwege</b>	Schülerinnen und Schüler überprüfen nicht unbedingt, ob eine Verdoppelung der einen Größe zu einer Halbierung der anderen Größe führt oder das Produkt konstant bleibt, sondern ersetzen dieses formale Vorgehen, indem sie situationsgerecht argumentieren. Bei der Kerze z.B. gibt es eine feste negative Änderung.

## Kompetenzen

### Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- nutzen verschiedene Darstellungen um Funktionstypen zu klassifizieren und können Zusammenhänge mit Hilfe von Darstellungen erläutern.
- können Gleichungen unter unterschiedlichen Bedingungen aufstellen.
- können zwischen Term, Tabelle und Graph wechseln und erkennen dort die Merkmale der funktionalen Zusammenhänge.

In diesem Kapitel nutzen die Schülerinnen und Schüler Funktionsgraphen, tabellarische Darstellungen, Rechnungen und Funktionsgleichungen, um weitere Werte zu bestimmen.

### Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- nutzen Funktionensoftware um mit Funktionen in verschiedenen Darstellungen zu arbeiten.
- beurteilen Arbeitsergebnisse anderer.

Die Schülerinnen und Schüler untersuchen Vorhersagen, präsentieren sich gegenseitig ihre Ergebnisse, die sie auch beurteilen müssen. Das geschieht zum Teil in Partnerarbeit aber auch in der Klasse.

### Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

**Sprechen und Schreiben:** Die folgenden, schon aus anderen Kapiteln bekannten Wörter und Satzbausteine sollten Lernende dauerhaft aktiv nutzen können:

- die abhängige Größe hängt von der ersten Größe ab;
- der funktionale Zusammenhang, der Funktionstyp;
- ich setze für  $x$  die Zahl/ den Wert ein;
- für einen Meter/ pro Stunde/ je Einheit benötige ich...;
- es kommt pro Minute immer dasselbe dazu;
- es werden immer 10 mehr/ weniger;
- ich rechne von einer Stunde hoch/ von sechs Stunden runter;

- wenn ich den  $x$ -Wert verdoppele, dann halbiert sich der Funktionswert;
- der Startwert, der Achsenabschnitt;
- die Änderung, die (positive oder negative) Steigung;
- das Steigungsdreieck;
- der Graph verläuft/ steigt/ fällt gerade/ gleichmäßig;
- ich stelle die Funktion als Tabelle/ Graph/ Gleichung dar;
- die proportionale Funktion/ die lineare Funktion/ die umgekehrt proportionale Funktion.

**Lesen und Zuhören:** Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende in ihrer Bedeutung erfassen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- $f(x)$  ist in Abhängigkeit von  $x$  angegeben;
- Funktionswert von  $f$  in Abhängigkeit von  $x$ ;
- sie stellen eine Gleichung/ eine Tabelle auf;
- sie erstellen den Graphen aus ...;
- sie überprüfen durch Einsetzen;
- sie geben etwas allgemein an;
- der Funktionsgraph nähert sich den Achsen;
- wenn man die erste Größe multipliziert, dann ...;
- sie bestimmen pro Schritt die feste Änderung;
- pro Schritt bei der ersten Größe ändert sich ...;
- die Größen stehen im selben Verhältnis zueinander;

### Überprüfung

Als weitreichenden **zusätzlichen Leistungsnachweis** für eine Differenzierung nach oben bietet sich hier die selbständige Entwicklung eines Spiels an, in denen Funktionstypen in Situationen und unterschiedlichen Darstellungen zugeordnet werden müssen.

Diese kann vorgetragen oder schriftlich als kleine Facharbeit abgegeben werden. Mögliche Leitfragen:

- Wie funktioniert das Spiel?
- Welche Rolle spielen die Darstellungen, die Situationen und die Funktionstypen?
- Benenne „typische“ Situationen.
- Beschreibe die Funktionstypen mit eigenen Worten.

Die Hinweise beziehen sich auf die Aufgaben im Schulbuch. Alternativ kann mit den zusätzlichen Trainingsaufgaben im Onlinebereich von Cornelsen geübt werden.



**Checkliste Routenplanung – Mit Funktionen Voraussagen treffen**

	Ich kann ... ich kenne ...	Hier kann ich üben ...
<b>K1</b>	Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu proportionalen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen. Till fährt mit seinem Rad eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Wie lange braucht er für 42,5 km? Wie weit kommt er in 3,25 h bzw. 4 h 20 min?	S. 24/25 Nr. 1–5 S. 27 Nr. 11 S. 28 Nr. 13
<b>K2</b>	Ich kann zwischen Voraussagen mit Hilfe von Durchschnittsgeschwindigkeiten und den Reiseverläufen mit den tatsächlichen Geschwindigkeiten unterscheiden. Erstelle einen Graphen und eine Tabelle zur Voraussage eines Routenplaners und anschließend einen Graphen und eine Tabelle zu einem möglichen Reiseverlauf.	S. 26 Nr. 6, 7 S. 27 Nr. 9 S. 28 Nr. 14, 15
<b>K3</b>	Ich kann Merkmale (fester Faktor/feste Änderung) von proportionalen Funktionen in Tabelle, Graph und Gleichung beschreiben. Ein Auto braucht pro 100 Kilometer durchschnittlich 7 Liter. Erkläre mit Graph, Tabelle und Gleichung, warum es sich hier um eine proportionale Funktion handelt.	S. 25 Nr. 4, 5 S. 26 Nr. 8 S. 27 Nr. 10, 12 S. 28 Nr. 13 S. 35/36 Nr. 34/35
<b>K4</b>	Ich kann Merkmale (feste Änderung/Startwert) von linearen Funktionen in Tabellen, Graphen und Gleichungen beschreiben. Das Auto von Merves Vater braucht pro 100 Kilometer durchschnittlich 7 Liter und es befinden sich immer 5 Liter Reserve im Tank. Erkläre mit Graph, Tabelle und Gleichung, warum es sich hier um eine lineare Funktion handelt.	S. 29 Nr. 17, 18 S. 32 Nr. 26, 27 S. 35 Nr. 32 S. 36 Nr. 36, 37 S. 37 Nr. 39
<b>K5</b>	Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu linearen Funktionen aufstellen und weitere Werte bestimmen. Till fährt mit seinem Rad eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Auf seinem Tacho stehen noch 45 km vom Vortag. Wie viele Kilometer stehen nach 2 h, 3,25 h bzw. 5 h 20 min auf dem Tacho?	S. 29 Nr. 16, 17 S. 30 Nr. 19–21 S. 31 Nr. 23–25 S. 32/33 Nr. 27–29 S. 34 Nr. 31 S. 36/37 Nr. 38/40
<b>K6</b>	Ich kann Merkmale (Gesamtgröße und Änderungsverhalten) von umgekehrt proportionalen Funktionen in Tabelle, Graph und Gleichung beschreiben. 200 km Strecke sind zurückzulegen. Wie lange braucht man mit unterschiedlichen Durchschnittsgeschwindigkeiten für den Weg? Erkläre, wie sich die Durchschnittsgeschwindigkeit ändert, wenn man die doppelte oder die dreifache Zeit benötigt.	S. 39 Nr. 45 S. 40 Nr. 48, 50, 51 S. 44 Nr. 58–60
<b>K7</b>	Ich kann Tabellen, Graphen und Gleichungen zu umgekehrt proportionalen Funktionen aufstellen. Für einen Geburtstag stehen 30 Liter Cola zur Verfügung. Alle sollen gleich viel bekommen. Es ist aber noch nicht klar, wie viele Gäste kommen werden. Wie viel Cola bekommt jeder?	S. 39 Nr. 46, 47 S. 40 Nr. 49 S. 41 Nr. 52, 53
<b>K8</b>	Ich kann Situationen danach unterscheiden, ob man weitere Werte bestimmen kann, und entscheiden, ob die Funktion proportional, linear oder umgekehrt proportional ist. Nenne jeweils eine typische Situation für jeden funktionalen Zusammenhang. Erkläre, warum die Situation jeweils typisch ist.	S. 42/43 Nr. 54–57 S. 45 Nr. 61

► *Hinweis:* Im Materialblock auf Seite 81 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung. Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter [www.cornelsen.de/mathewerkstatt](http://www.cornelsen.de/mathewerkstatt), Buchkennung: MWS040026, Mediacode: 046-1

**Kompetenzen aus vorangegangenem Kapitel**

**Zusammenhänge zwischen Größen untersuchen (Klasse 7):**

**K3** Ich kann zu einer Tabelle einen Graphen erstellen (mit beschrifteten Achsen und sinnvoller Skalierung).

**K6** Ich kann einzelne Werte aus einem Graphen ablesen.

**Proportionales Denken (Klasse 6 (BaWü), Klasse 7 (NRW)):**

**K1** Ich kann bei proportionalen Zuordnungen fehlende Werte in Tabellen ergänzen.

**K2** Ich kann bei proportionalen Zusammenhängen gesuchte Werte schriftlich bestimmen.

**K3** Ich kann in einer Tabelle oder Situation erkennen, ob die Zuordnung proportional ist.

**K4** Ich kann in einer Tabelle oder Situation erkennen, ob die Zuordnung proportional ist.

**K5** Ich kann im Kopf näherungsweise hoch und runter rechnen (und überschlagen).

**K6** Ich kann im Kopf näherungsweise hoch und runter rechnen (und überschlagen).

**Koordinaten (Klasse 6):**

**K5** Ich kann Koordinaten in ein Koordinatensystem eintragen und daraus ablesen.

**Modellieren mit Variablen (Klasse 7):**

**K4** Ich kann einen Term (mit und ohne Variable) in einer Situation erklären.

**K5** Ich kann konkrete Zahlen in einen Term einsetzen und den Wert des Terms bestimmen.

**Basiskompetenzen, die in der Übe-Kartei für das spätere Vertiefen aufgegriffen werden:**

**K1** Ich kann Tabellen, Graphen und Terme zu proportionalen Zusammenhängen aufstellen und weitere Werte bestimmen.

**K5** Ich kann Tabellen, Graphen und Terme zu linearen Zusammenhängen aufstellen und weitere Werte bestimmen.

**K7** Ich kann Tabellen, Graphen und Terme zu umgekehrt proportionalen Zusammenhängen aufstellen und weitere Werte bestimmen.

**K8** Ich kann Situationen danach unterscheiden, ob ein proportionaler, ein linearer oder ein umgekehrt proportionaler Zusammenhang vorliegt.

## Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:  
*<http://www.ko-si-ma.de> → Produkte → Handreichungen → mathewerkstatt 8,*
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040026):  
*[www.cornelsen.de/mathewerkstatt](http://www.cornelsen.de/mathewerkstatt) → mathewerkstatt 8 oder mathewerkstatt 4.*

Funktionen 1	Bild der Einstiegsseite (SB KOSIMA)
Funktionen 2	Applet Routenplaner (SB <b>E1</b>  CORNELSEN, Mediencode: 026-1)
Funktionen 3	Wissensspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB <b>E2/E3</b>  MB Kl. 7)
Funktionen 4	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB <b>E2/E3</b>  KOSIMA)
Funktionen 5	Wissensspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB <b>E3</b>  MB Kl. 7)
Funktionen 6	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB <b>E3</b>  MB)
Funktionen 7	Wissensspeicher <i>Terme 7</i> (SB <b>E3</b>  MB Kl. 7)
Funktionen 8	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Terme 7</i> (SB <b>E3</b>  KOSIMA)
Funktionen 9	Basisaufgabe <i>Tachostand ungleich 0</i> (SB <b>E7</b>  MB)
Funktionen 10	Basisaufgabe <i>Voraussage-Graph mit und ohne Tachostand</i> (SB <b>E8</b>  MB)
Funktionen 11	Wissensspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB <b>E7/E7</b>  MB Kl. 7)
Funktionen 12	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB <b>E7/E7</b>  KOSIMA)
Funktionen 13	Basisaufgabe <i>Voraussagen vom Routenplaner erklären</i> (SB <b>E10</b>  MB)
Funktionen 14	Basisaufgabe <i>Eine feste Menge Bonbons verteilen</i> (SB <b>E12</b>  MB)
Funktionen 15	Arbeitsmaterial <i>Zeiten bestimmen</i> (SB <b>E12</b>  MB)
Funktionen 16	Arbeitsmaterial <i>Proportionale Zusammenhänge erkennen</i> (SB <b>O1</b>  MB)
Funktionen 17	Wissensspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB <b>O2</b>  MB Kl. 7)
Funktionen 18	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB <b>O2</b>  KOSIMA)
Funktionen 19	Wissensspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB <b>O2</b>  MB Kl. 7)
Funktionen 20	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB <b>O2</b>  KOSIMA)
Funktionen 21	Wissensspeicher <i>Funktionen 3</i> (SB <b>O2/O3</b>  MB)
Funktionen 22	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 3</i> (SB <b>O2/O3</b>  KOSIMA)
Funktionen 23	Methodenspeicher <i>Hilfsmittel 6</i> (SB <b>O4</b>  MB)
Funktionen 24	Wissensspeicher <i>Funktionen 4</i> (SB <b>O5/O7</b>  MB)
Funktionen 25	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 4</i> (SB <b>O5/O7</b>  KOSIMA)
Funktionen 26	Wissensspeicher <i>Funktionen 6</i> (SB <b>O8/O10</b>  MB)
Funktionen 27	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 6</i> (SB <b>O8/O10</b>  KOSIMA)
Funktionen 28	Wissensspeicher <i>Funktionen 5</i> (SB <b>O9</b>  MB)
Funktionen 29	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 5</i> (SB <b>O9</b>  KOSIMA)
Funktionen 30	Arbeitsmaterial <i>Mit wenigen Informationen eine Gleichung erstellen</i> (SB <b>O10</b>  MB)
Funktionen 31	Wissensspeicher <i>Funktionen 7</i> (SB <b>O12/O13</b>  MB)
Funktionen 32	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 7</i> (SB <b>O12/O13</b>  KOSIMA)
Funktionen 33	Wissensspeicher <i>Funktionen 8</i> (SB <b>O14/O15</b>  MB)
Funktionen 34	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 8</i> (SB <b>O14/O15</b>  MB)
Funktionen 35	Arbeitsmaterial <i>Zeiten, Strecken und Geschwindigkeiten</i> (SB <b>V1</b>  MB)
Funktionen 36	Basisaufgabe <i>Zeiten als Dezimalzahlen</i> (SB <b>V2</b>  MB)



- Funktionen 37 Arbeitsmaterial *Tabellen ergänzen* (SB **V3**|MB)
- Funktionen 38 Basisaufgabe *Fehler aufdecken* (SB **V5**|MB)
- Funktionen 39 Applet *Routenplaner* (SB **V7**|CORNELSEN, Mediacode: 026-1)
- Funktionen 40 Basisaufgabe *Von einer Information zu einem vollständigen Graphen* (SB **V9**|MB)
- Funktionen 41 Applet *Routenplaner* (SB **V11**|CORNELSEN, Mediacode: 027-1)
- Funktionen 42 Arbeitsmaterial *Domino-Karten zu proportionalen Funktionen* (SB **V12**|MB)
- Funktionen 43 Basisaufgabe *Der feste Faktor* (SB **V13**|MB)
- Funktionen 44 Basisaufgabe *Vorhersagen mit dem tatsächlichen Reiseverlauf vergleichen* (SB **V14**|MB)
- Funktionen 45 Arbeitsmaterial *Reststrecke* (SB **V17**|MB)
- Funktionen 46 Basisaufgabe *Den Startwert im Graphen, in der Tabelle und in der Gleichung erkennen* (SB **V18**|MB)
- Funktionen 47 Applet *Routenplaner* (SB **V19**|CORNELSEN, Mediacode: 030-1)
- Funktionen 48 Arbeitsmaterial *Tabellen ergänzen, wenn der Startwert nicht Null ist* (SB **V23**|MB)
- Funktionen 49 Arbeitsmaterial *Pro Portion ist entscheidend* (SB **V29**|MB)
- Funktionen 50 Basisaufgabe *Lineare und proportionale Funktionen unterscheiden* (SB **V30**|MB)
- Funktionen 51 Arbeitsmaterial *Lineare Funktionen unterschiedlich darstellen* (SB **V31**|MB)
- Funktionen 52 Basisaufgabe *Punkte treffen Punkte* (SB **V33**|MB)
- Funktionen 53 Methodenspeicher *Hilfsmittel 6* (SB **V36/V37**|MB)
- Funktionen 54 Basisaufgabe *Lineare Funktionen im Alltag* (SB **V38**|MB)
- Funktionen 55 Wissenspeicher *Symmetrie 2* (SB **V48**|MB Kl. 5)
- Funktionen 56 Ausgefüllter Wissenspeicher *Symmetrie 2* (SB **V48**|KOSIMA)
- Funktionen 57 Arbeitsmaterial *Änderungsfaktoren ergänzen* (SB **V51**|MB)
- Funktionen 58 Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediacode: 046-1)
- Funktionen 59 Checkliste zum Ausfüllen (SB|MB & CORNELSEN)