

Leistungskurven im Sport – Zusammenhänge zwischen Größen untersuchen



Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....	ab Seite 2
Einstieg	ab Seite 6
Erkunden	ab Seite 8
Ordnen	ab Seite 12
Vertiefen	ab Seite 16
Kompetenzen und Checkliste	ab Seite 18
Materialübersicht für dieses Kapitel.....	ab Seite 20

Herausgegeben von:
Timo Leuders
Susanne Prediger
Bärbel Barzel
Stephan Hußmann

Autoren:
Bärbel Barzel

Redaktion:
Raja Herold

Titel Leistungskurven im Sport – Zusammenhänge zwischen Größen untersuchen

Thema Einstieg in funktionales Denken

Kontexte – Kernfragen – Kernideen

Das Erfassen und Interpretieren von Zusammenhängen zwischen Größen ist zentraler Inhalt des funktionalen Denkens. Dabei geht es sowohl darum, einzelne Werte zu erfassen als auch darum Veränderungen darzustellen, zum Beispiel um Einschätzungen über Entwicklungen vornehmen oder Prognosen erstellen zu können. Dies geschieht oft dadurch, dass Zusammenhänge zwischen Größen graphisch dargestellt werden. So werden im Sport beispielsweise Leistungskurven erstellt, um die Entwicklung der Leistungsfähigkeit zu erfassen und Aussagen zur Weiterentwicklung treffen zu können. Das können die Schülerinnen und Schüler in diesem Kapitel exemplarisch erleben. In einfachen Messreihen werden Daten zur Ausdauer und Leistungsfähigkeit erhoben, in Graphen dargestellt und interpretiert. Dabei werden wichtige Fragen der graphischen Darstellungen bewusst gemacht wie die Zuordnung von Variablen zu Achsen, Beschriften und Skalieren von Achsen.

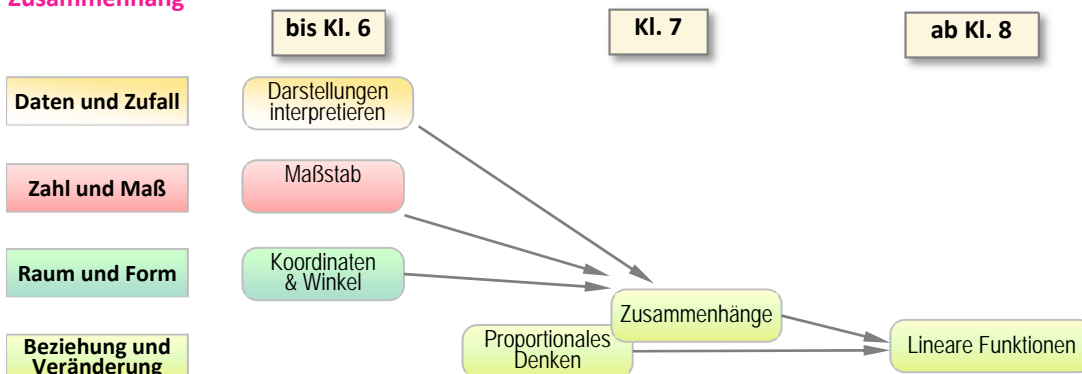
Kernfrage A: Wie kann man Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?

Zunächst werden im Kontext Sport wichtige Eigenschaften und Fähigkeiten, die sich zahlenmäßig erfassen lassen (z.B. Laufzeiten oder Körpergröße), von solchen unterschieden, bei denen das nicht möglich ist (z.B. gute Übersicht oder Fairness). In einfachen Messreihen, die auch gemeinsam im Klassenraum ausgeführt werden können, werden eigene Daten zur Kraft in den Beinen und zur Ausdauer erhoben und zu anderen Daten (z.B. Körpergröße) in Beziehung gesetzt. Dabei erfordert das graphische Darstellen der Daten und der Zusammenhänge die Wahl geeigneter Koordinatensysteme, insbesondere aussagekräftige Achsenbezeichnungen und passende Skalierungen, damit Werte sinnvoll und übersichtlich eingetragen und gut abgelesen werden können. In einem weiteren Versuch geht es um das Erfassen von Bewegungsabläufen, um damit neben der Betrachtung einzelner Werte auch die Interpretation von Graphen als Darstellung von Veränderungen bewusst zu machen. Insgesamt werden verschiedene Darstellungsarten einbezogen (Graph, Tabelle und verbale Beschreibung), miteinander in Beziehung gesetzt und auf ihre Eignung zur Interpretation eines Zusammenhangs bewertet. Abschließend geht es um das Erkennen und Begründen von funktionalen Zusammenhängen.

Kompetenzen

- K1: Ich kann begründen, warum die eine Größe auf der 1. Achse und die andere auf der 2. Achse eingetragen wird.
- K2: Ich kann zu den Messwerten einer Situation eine Tabelle erstellen.
- K3: Ich kann zu einer Tabelle einen Graphen erstellen (mit beschrifteten Achsen und sinnvoller Skalierung).
- K4: Ich kann an einem Beispiel erklären, welche Auswirkungen verschiedene Beschriftungen der Achsen mit Zahlen bei Graphen haben.
- K5: Ich kann begründen, wann es Sinn macht, die Werte in Graphen zu verbinden und wann nicht.
- K6: Ich kann einzelne Werte aus einem Graphen ablesen.
- K7: Ich kann beschreiben, welche Auswirkungen einzelne Veränderungen auf zusammenhängende Größen haben.
- K8: Ich kann Gründe angeben, warum eine Darstellung (Tabelle, Graph, Text) sich für eine Situation oder Fragestellung besser eignet als eine andere.
- K9: Ich kann Beispiele für funktionale Zusammenhänge angeben.

Zusammenhang



Struktur

ca. 2,5 Wochen

Auftakt: Leistungskurven im Sport - Zusammenhänge zwischen Größen darstellen und deuten					
A Wie kann man Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?				E	O
E1	Zusammenhänge zwischen Größen im Kontext - manche sind zahlenmäßig erfassbar, andere nicht		V1 Zusammenhänge in Sportarten	40	
E2	Experiment „Kraft in den Beinen“ - Messwerte erfassen, im Koordinatensystem darstellen, interpretieren und diskutieren	O1 Unabhängige Größe und abhängige Größe unterscheiden	V2-V9 Zusammenhänge darstellen und diskutieren	45	20
E3	Experiment „Ausdauer messen“ - Messwerte erfassen, im Koordinatensystem darstellen, interpretieren und diskutieren	O2 Werte mit einem Graphen darstellen	V10-V15 Informationen aus Darstellungen entnehmen Vorteile der Darstellungsarten reflektieren	55	25
		O3 Skalierungen der Koordinatenachsen diskutieren und sinnvoll erstellen	V16-V17 Wirkung verschiedener Skalierungen		30
		O4 Zusammenhänge zwischen Größen verschieden darstellen und Vor- und Nachteile verschiedener Darstellungen diskutieren			75
E4	Bewegungen aufzeichnen und interpretieren		V18-V25 Veränderungen beschreiben	45	
		O5 Funktionale Zusammenhänge erkennen	V26-V31 Funktionale Zusammenhänge untersuchen		40
		O6 Sachlich begründete Zusammenhänge erkennen			20

Kurzweg: Ohne handlungsgestützten Zugang (Experimente): (E3) – O1 – O2 – O3 – (E4) – O4 – O5

Intensivzugriff

Hintergrund

Im Mittelpunkt dieses Kapitels steht die graphische Darstellung von Zusammenhängen, die sich mit Zahlen beschreiben lassen. Das Erstellen, Lesen und Interpretieren von Graphen hilft, Abhängigkeiten zwischen Größen leichter zu erfassen. Damit wird funktionales Denken angebahnt, wobei zwei Aspekte bedeutsam sind: Einerseits können Zusammenhänge zwischen Größen lokal betrachtet werden, als Zuordnung einzelner Werte zueinander (Zuordnungsaspekt), andererseits global, wenn betrachtet wird, wie sich die eine Größe in Abhängigkeit von der anderen verändert (Kovariationsaspekt). Dabei geht es vordergründig um das inhaltliche Interpretieren und Verstehen mathematischer Darstellungen von Zusammenhängen. Ziel ist *nicht*, zu einer formalen Definition des Funktionsbegriffs zu gelangen.

Der Kontext Sport bietet einen reichhaltigen Erfahrungsschatz für die Schülerinnen und Schüler. Ob man Sport betreibt oder eine Lieblingssportart hat, die man verfolgt, jeder kann eigene Zugänge zum Kontext finden. Unabhängig davon, welche Sportart man heranzieht und wie intensiv sie betrieben wird, zahlenmäßig zu erfassende Zusammenhänge sind überall zu entdecken und häufig auch konkret in Messungen zu erheben. Dies wird ausgenutzt, um mit kleinen Sport-Experimenten handlungsorientiert und schülernah in das Kapitel Zusammenhänge einzusteigen.

Bereits auf der Auftaktseite werden anhand von Merves Trainingsentwicklung beim Fußballspiel Überlegungen angestoßen, was zur Verbesserung der fußballerischen Fähigkeit führen kann.

Etappe A: Wie kann man Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?

Ausgangspunkt des Erkundens ist die Überlegung, dass innerhalb von einzelnen Sportarten bestimmte Zusammenhänge zwischen einzelnen Größen bestehen: Schwimmer sind in der Regel groß gewachsen, Turner eher klein, als Gewichtheber eignen sich kleine, kräftige Menschen etc. Jedoch ist nicht der kleinste Turner auch der beste. Manche dieser im Sport relevanten Zusammenhänge lassen sich zahlenmäßig erfassen, andere nicht. Dies zu unterscheiden und bewusst zu machen ist Inhalt von **E1**.

Anhand ausgewählter einfacher Experimente, die auch weniger sportlichen Schülerinnen und Schülern gelingen, werden Zusammenhänge situativ beschrieben und liefern Datensätze, die tabellarisch erfasst werden. (**E2-E3**)

Als neue Fachbegriffe tauchen hierbei die 1. Größe und die von ihr abhängige 2. Größe auf (**O1**). Die Schreibweise für Zusammenhänge bleibt vorerst vollständig ausformuliert (Puls in Abhängigkeit von der Zeit).

Im weiteren Verlauf steht das Erstellen von Graphen im Vordergrund. Die Schülerinnen und Schüler erkennen,

dass Aussagen über Zusammenhänge anhand von Datensätzen nur schwer zu treffen sind. Da hilft eine graphische Darstellung. Diese jedoch passend zu erstellen, erfordert vielfältige Vorüberlegungen (**O2-O3**).

Durch Kontexteinbindung wird die Überlegung angestoßen, ob die Situation besser wiedergegeben wird, wenn die einzelnen Punkte verbunden sind oder nicht.

Die Überschriften von Tabellen und Graphen werden nun in zwei Schreibweisen parallel geführt: vollständig ausformuliert und in Vorbereitung auf die Schreibweise $f(x)$ z.B. als Puls(Zeit) (**O3-O4**).

Um den Kovariationsaspekt zu erfassen, erleben die Schülerinnen und Schüler durch eigene Handlungen, dass Veränderungen der einen Größe zu Veränderungen der anderen Größe führen. Dazu werden Bewegungsabläufe untersucht, z.B. die Entfernung zu einem bestimmten Objekt in Abhängigkeit von der Zeit gemessen und so Kovariation erfahrbar gemacht (**E4**). Damit wird auch die Idee angebahnt, funktionales Denken als Werkzeug beim Erstellen von Prognosen zu nutzen.

Die drei Darstellungsarten (situative Beschreibung, Tabelle, Graph) werden verglichen, auf ihre Vor- und Nachteile untersucht, so dass sie je nach Fragestellung bewusst und sinnvoll eingesetzt werden können (**O4**).

Dass man durch die verschiedene graphische Darstellung gleicher Datensätze zu unterschiedlichen Aussagen kommen kann, wird den Schülerinnen und Schülern bewusst gemacht und somit ein direkter Alltagsbezug hergestellt (**V16**).

Besondere Zusammenhänge warten mit der Eigenschaft auf, dass es zu jedem Wert auf der 1. Achse *genau einen* Wert auf der 2. Achse gibt. Diese besonderen Zusammenhänge werden mit dem Begriff funktionale Zusammenhänge belegt (**O5**). Auch lernen die Schülerinnen und Schüler, dass es Sachsituationen gibt, aus denen man direkt ableiten kann, dass der Zusammenhang der Größen hier funktional ist (**O6**).

Sowohl in **O5** als auch in **O6** geht es nicht um eine Definition des Funktionsbegriffs, dieser wird erst im Kapitel „Funktionen“ erarbeitet. Hier wird er lediglich vorbereitet und sein Spezifikum inhaltlich untersucht.

Kurzweg

Das Kapitel kann ohne diesen handlungsgestützten Zugang durchgeführt werden:

(**E3**) – **O1** – **O2** – **O3** – (**E4**) – **O4** – **O5**

Dieser Verzicht auf die direkte Umsetzung des Erlebten und der eigenen Daten in Tabellen und Graphen wäre bedauerlich. Um diesen enaktiven Zugang zumindest in geringem Umfang zu erhalten und bei Lerngruppen, die weniger Erfahrung mit handlungsorientierten Zugängen haben, eignet sich als Minimaxperiment die Durchführung von **E3** (Ausdauer messen).

Diagnose

Einen Graphen so zu zeichnen, dass er alle Werte einer Tabelle optimal abbildet, fällt Schülerinnen und Schülern oft schwer. Die Wahl der Achsen und der Skalierung wird über **O1-O3** und z.B. **V16** bewusst gemacht.

Durch die konkrete Einbettung in Kontexte wird dem Graph-als-Bild-Fehler vorgebeugt. Bei diesem Fehler wird der Graph als Bild der tatsächlichen Situation (z.B. Rennstrecke) missverstanden und nicht als Zusammenhang zwischen den Größen gedeutet. Hier kann das konkrete Erfassen von Daten in Kontexten Unterstützung bieten und der Zusammenhang zwischen zwei Größen bewusst gemacht werden (**V22** - Kugelbahn, Auto - und **V23**).

Häufig wird bei funktionalen Zusammenhängen vor allem der Zuordnungsaspekt betont, wenn einzelne Werte zugeordnet werden. Durch **E4** und die Aufgaben in **Vertiefen 3**, (besonders **V21-25**) wird auch der wichtige Kovariationsaspekt mit eingebracht, d.h. es wird die Abhängigkeit der beiden Größen auch dynamisch als Veränderung wahrgenommen (Kovariation).

Überprüfung

Neben einer Klassenarbeit bieten sich alternative Möglichkeiten an, den Kompetenzzuwachs (auch einzelner Kompetenzen) zu überprüfen. Dazu eignen sich die folgenden, offeneren Aufgaben:

Zusammenhänge darstellen: **V6** und **V9**

Informationen aus Darstellungen entnehmen: **V11c)**

Wirkung von Darstellungsarten: **V17**

Kovariation: **V24**

Funktionaler Zusammenhang: **V26**

Das Erstellen eines Plakates in **V12** kann als Konkretisierung und Überprüfung des Kompetenzzuwachses genutzt werden, indem das Plakat in einer (Klein-) Gruppe ohne Unterstützung der Lehrperson erstellt wird. Das Produkt kann dann bewertet werden.

Literatur

Barzel, Bärbel; Ganter, Sandra (2010): Experimentell zum Funktionsbegriff. In: *Praxis der Mathematik* 31, S. 14-19.

Ganter, Sandra (2013): *Experimentieren - ein Weg zum Funktionalen Denken*. Hamburg: Kovac.

Katja Lengnink (2005): Abhängigkeit von Größen - Zwischen Mathematikunterricht und Lebenswelt. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, Heft 2 April 2005, S. 13-19.

Einstiegsseite Leistungskurven im Sport – Zusammenhänge zwischen Größen untersuchen

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- beschäftigen sich mit den individuellen Leistungskonditionen einer bestimmten Sportart;
- erkennen, dass man durch Training einige dieser Leistungsparameter verbessern kann, aber nicht alle;
- machen sich erste Gedanken über die Darstellung von Daten.

Bezug

Till → **E1**: Wovon hängt die Leistungsfähigkeit eines Sportlers ab?

Trainerin und Graph → **E3**: Wie gut ist meine Ausdauer?

Vorbereitung/Material

Als vorbereitende Hausaufgabe informieren sich die Schülerinnen und Schüler über ihre Lieblingssportart/ über eine Sportart, die sie selbst betreiben, und stellen z.B. kurz ein Training vor oder beschreiben, für wen und aus welchen Gründen diese Sportart geeignet ist.

Umsetzungsvorschlag (max. 30 min; falls **E1** integriert wird, etwas länger)

ohne Buch	Schülerinnen und Schüler mit gleicher Sportart tauschen sich kurz aus und erstellen einen gemeinsamen Trainingsplan bzw. eine kleine Liste mit Voraussetzungen für diese Sportart.	GA
	Kurze Vorstellung im Plenum	UG
	Sportartübergreifend werden die Voraussetzungen an der Tafel gesammelt (bei Einbinden von E1 mit Clusterbildung).	UG
	Auftaktseite gemeinsam betrachten. <ul style="list-style-type: none"> • Gibt es ergänzende Aspekte oder finden wir unsere Aspekte wieder? • Die Trainerin hat ein Klemmbrett in der Hand mit einer Grafik 	UG

Intensivzugriff Umsetzungshinweise/Alternativen

Variante: Es werden verschiedene Trainingspläne von Vereinen angefordert und vorgestellt. Leistungskurven werden vor allem im Profisport erstellt. Im Internet finden sich recht einfach Leistungsentwicklungskurven für eine Sportart, jedoch nur recht wenig in Bezug auf eine bestimmte Trainingskomponente. Inhaltlich kann man auch solche Leistungsentwicklungskurven als Einstieg benutzen; die Auftaktseite kann dann zur weiteren Konkretisierung genutzt werden.

Methode: Clusterbildung bei Einbindung von **E1**

Impulsfragen:

- Kann jeder Mensch jede Sportart auch im Leistungsbereich ausüben?
- Könnte Usain Bolt (Weltrekord 2010 über 100m Sprint in 9,58 Sekunden) mit Fabian Hambüchen (Weltmeister am Reck 2007) tauschen? Oder Matthias Steiner (Olympiasieger im Gewichtheben 2008) mit Andreas Kofler (Gesamtsieger Vierschanzentournee 2010)?
- Was haben diese Leistungssportler gemeinsam?

Lernwege

Bei der Einbindung von **E1** sind mögliche Cluster:

- körperliche Voraussetzungen,
- mentale Voraussetzungen,
- personale Voraussetzungen,
- soziale Voraussetzungen,
- finanzielle Voraussetzungen.

Differenzierung

Um Schülerinnen und Schüler, die wenig Bezug zum Sport haben, nicht gleich am Anfang der Unterrichtseinheit zu demotivieren oder sie bloßzustellen, kann sich jedes Kind auch über die eigene Lieblingssportart informieren.

Um die Bandbreite an Sportarten geringer zu halten, kann auch von Seiten der Lehrperson eine Begrenzung erfolgen:

- nur eine Sportrichtung z.B. Leichtathletik,
- gemeinsam werden einige Sportarten festgelegt und die Schülerinnen und Schüler teilen sich den Themen zu oder es wird gelost,
- Gruppen werden eingeteilt und einigen sich dann auf eine Sportart.



Merve und ihre Trainerin halten Ergebnisse von Beweglichkeits- und Ausdauerfest in einer Grafik fest.

Tills und Pias Aussagen können zur Überlegung genutzt werden, von was die Leistungsfähigkeit eines Sportlers abhängt.

Ziele des Kapitels aus Vorschauerspektive

In diesem Kapitel ...

- beschreibst du Zusammenhänge zwischen Größen in einem Graphen.
- ziehst du Informationen aus einem Graphen.
- erkennst du an einem Graphen, wie zwei Größen zusammenhängen.

Erkunden A

Wie kann ich Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?

Schnellzugriff

E1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- benennen Zusammenhänge zwischen Größen im Sport;
- unterscheiden Zusammenhänge, die sich durch Zahlen beschreiben lassen, von solchen, die nicht zahlenmäßig erfasst werden können.

E1 Bezugweiter mit **V1** und anschließend **E2****E1 Umsetzungsvorschlag (40 min)****1a)** UG – Zugang zur Thematik UG

1b) **Ich-Du-Wir:**
Tabelle ins Heft übertragen und ausfüllen. EA/
Dann vorstellen und mit dem Nachbarn PA/
austauschen.
Einzelne Beispiele werden zentral präsen- UG
tiert.

1c) Sammeln verschiedener Vorschläge für UG
die gesuchte Sportart.

1d) Zwei Lernende schreiben ihre Ergebnisse UG
an die Tafel (parallel) und begründen sie.
Anschließend Diskussion.

Mögliche HA: V1

Intensivzugriff

E1 Umsetzungshinweise/Alternativen

Ziel von **E1** ist es zu verdeutlichen, dass es in der Umwelt (hier am Beispiel Sport) vielfältige Situationen gibt, in denen eine Größe von einer anderen abhängt, und diese durch Zahlen beschrieben und übersichtlich in Grafiken dargestellt werden können.

E1 Erwartungshorizont**a)** (1) → (C); (2) → (A); (3) → (B)**b)** Beispiel Tischtennis: den Gegner einschätzen können, die Schwächen des Gegners nutzen können.**E1 Lernwege**

Nach dem individuellen Erkunden werden die Ergebnisse gemeinsam reflektiert.

Mögliche Schüleräußerungen, die ein Verstehen zeigen:

- Der Blonde muss der Sprinter sein, denn er hat lange und kräftige Beine.
- Der Mann links kann nicht der Sprinter sein, denn er ist viel zu schwer, um schnell laufen zu können.
- Der Mann in der Mitte muss der Tischtennispieler sein, er ist athletisch und kann deshalb schnelle Bewegungen ausführen.

E1 Diagnose

Zu **a)**: Welche Begründungen geben die Lernenden für die vorgenommenen Zuordnungen?

Zu **b)**: Sind die genannten Eigenschaften sinnvoll, korrekt und inhaltlich begründet?

Zu **c)**: Wird erkannt, dass Eigenschaften zu mehreren Sportarten passen können?

Zu **d)**: Haben die Lernenden eine Vorstellung, was eine Beschreibung von Zusammenhängen mit Zahlen bedeutet?

E1 Differenzierung

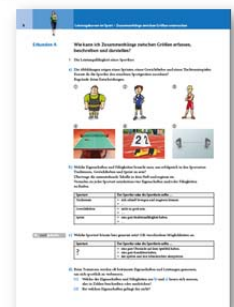
Alle Aufgaben von **E1** sind prinzipiell selbstdifferenzierend, denn sie erlauben Lösungen auf verschiedenen Niveaus. Bei Aufgabenteil **a)** können leistungsstarke Lernende eine Vielzahl von Argumenten für die vorgenommene Zuordnung Sportler → Sportart vorbringen. Ebenso bei den Aufgabenteilen **b)** bis **d)**.

Schwächere Schülerinnen und Schüler finden bei Aufgabenteil **d)** vielleicht nur eine messbare Eigenschaft, leistungsstarke Lernende können aufgefordert werden, so viele messbare Eigenschaften wie möglich anzugeben.

Bei Verständnisproblemen sollten weitere Kontexte genutzt werden.

Mögliche Impulse:

Wo gibt es Situationen, in denen eine Größe von einer anderen abhängt und sich der Zusammenhang durch Zahlen beschreiben lässt?



Erkunden A Wie kann ich Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?

Schnellzugriff

E2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erfassen Messdaten und tragen sie in eine Tabelle ein;
- übertragen die Messdaten in ein Koordinatensystem;
- interpretieren graphische Darstellungen von Messdaten;
- bewerten mithilfe graphischer Darstellungen Aussagen.

E2 Bezug

Nach E1 mit V1;

Weiter mit E3 (weiter mit O5 auch möglich).

E2 Vorbereitung/Material

Freie und abwaschbare (!) Wand im Klassenzimmer oder im Flur. Magnesia zum Eintauchen der Finger. Maßband/Zollstock/Klebeband.

E2 Umsetzungsvorschlag (45 min)

2a) Experimente in Gruppen durchführen und Werte der Gruppenmitglieder notieren. GA (HA)

2b) Jede/r trägt die Werte per Farbpunkt in die drei an der Tafel vorbereiteten Koordinatensystem ein (Körpergröße → Standweitsprung; Körpergröße → Standhochsprung; Standweitsprung → Standhochsprung). UG

2cd) Die einzelnen Punkte werden diskutiert. UG

2e) Hausaufgabe stellen (ggf. als Vertiefung). (UG)

Mögliche HA: 2e) oder V3

Intensivzugriff

E2 Umsetzungshinweise

Die Grundidee ist, dass die Lernenden zunächst selbstständig Daten erheben und anschließend mithilfe dieses Datenmaterials Graphen erzeugen und diese interpretieren. Aus Zeitgründen kann überlegt werden, ob man die Ermittlung der Daten den Lernenden als Hausaufgabe überlässt.

Bei leistungsstarken Klassen kann u.U. auf die Bearbeitung von E2 verzichtet werden und gleich zu E3 übergegangen werden.

Zur Durchführung der beiden Übungen:

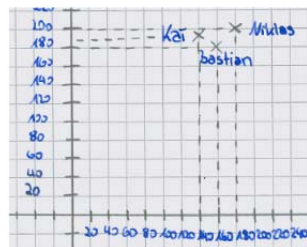
Standweitsprung: Absprungmarkierung mit Klebeband herstellen. Dann einen Zollstock auf den Boden legen und mit Klebeband fixieren.

Standhochsprung: Lernende stehen seitlich zur Wand. Man befestigt einen Zollstock in etwa zwei Meter Höhe mit Klebeband an der Wand. Die Lernenden tauchen vor dem Springen ihre Fingerspitzen in Magnesia, so dass die Höhe an der Wand gut abgelesen werden kann (Magnesia lässt sich von glatten Wänden wieder abwischen).

Alternativ bei b): Daten digital sammeln und mit Tabellenkalkulation Graphen erstellen.

E2 Lernwege

Die Messdaten werden zum ersten Mal in verschiedenen Varianten dargestellt und bewertet. Wichtig ist bei den verschiedenen Begründungen jeweils der Rückgriff auf geeignete Darstellungen bzw. auf die jeweilige Situation.



E2 Erwartungshorizont

e) (1) eine Antwort; (2)-(6) mehrere Antworten

Mögliche Schwierigkeiten:

Die Datenerhebung ist zu ungenau → Abhilfe: Klare Erläuterungen, wie die Messungen ablaufen sollen.

Die Interpretation der Daten gelingt nur unzureichend → Abhilfe: Impulse zu den einzelnen Fragestellungen, z.B. zu Oles Aussage: Wo finden sich in diesem Koordinatensystem die großen, wo die kleinen Lernenden? Welche Leistungen haben diese jeweils erbracht? Wo kann man das ablesen?

E2 Diagnose

Zu **a)**: Werden die beiden Tests ordnungsgemäß durchgeführt und die Werte richtig notiert?

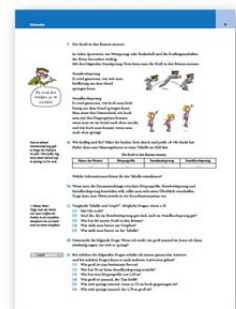
Zu **b)**: Tragen die Lernenden ihre Werte richtig ins Koordinatensystem ein?

Zu **c)**: Werden die Fragen mithilfe der verschiedenen Darstellungsformen und aufgrund inhaltlicher Überlegungen begründet beantwortet?

Zu **d-e)**: Werden eindeutige Zuordnungen von nicht eindeutigen Zuordnungen begründet unterschieden?

E2 Differenzierung

Leistungsstarke Lernende als Gruppenleiter bei den Messungen einteilen. Die Interpretationsaufgaben sind dahingehend differenzierend, dass es vermutlich nicht allen Lernenden gelingen wird, jede der vorgegebenen Aussagen korrekt zu begründen bzw. zu widerlegen.



Erkunden A

Wie kann ich Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?

Schnellzugriff

E3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erfassen Messdaten und tragen sie in eine Tabelle ein;
- übertragen Messdaten in ein Koordinatensystem;
- interpretieren graphische Darstellungen von Messdaten;
- lesen Werte aus einem KS ab;
- diskutieren Vor- und Nachteile bei der graphischen bzw. tabellarischen Darstellung.

E3 Bezug

Nach E2, weiter mit O1

E3 Vorbereitung/Material

Stühle/ Stoppuhr/ Tabelle aus dem Materialblock

E3 Umsetzungsvorschlag (55 min)

3a)	Probeweise eine Pulsmessung mit der gesamten Klasse vornehmen. Aufgabenstellung gemeinsam lesen. Übung mit der gesamten Klasse synchron durchführen, dabei zählt der Lehrer laut die Wiederholungen mit und gibt auch die Zeiten für die Pulsmessung an.	UG (oder HA)
3b)	Werte in ein KS übertragen. Graphen beschreiben und Verlauf begründen.	EA/ UG
3c)	Bearbeitung in PA. Anschließend im Plenum sammeln. <i>Wichtig:</i> Möglichst Erkenntnisse verschriftlichen lassen.	PA/ UG
3d)	Vor- und Nachteile der Darstellungsformen werden angesprochen.	UG (HA)

Mögliche HA: 3a) oder 3d), V3 oder V7

Intensivzugriff

E3 Umsetzungshinweise

Wie bei E2 sollen die Schülerinnen und Schüler hier mit eigens erhobenen Daten arbeiten. Dabei sollen die Koordinatensysteme nun selbstständig gezeichnet werden. Die Durchführung des Tests ist möglicherweise auch hier als Hausaufgabe durchführbar. Wird der Test in der Schule durchgeführt, ist es nicht erforderlich, dass dieser von allen Lernenden absolviert wird. Besonderes Augenmerk sollte wiederum auf die Verknüpfung der graphischen Darstellung und der inhaltlichen Ebene gelegt werden.

E3 Erwartungshorizont

- Die Schülerinnen und Schüler führen die Pulsmessung durch.
- Die Messwerte werden in ein Koordinatensystem mit geeigneter Achsenbeschriftung eingetragen.
- Die Schülerinnen und Schüler interpretieren den Graphen und finden begründete Antworten.
- Die Schülerinnen und Schüler vergleichen Tabelle und Graph im Hinblick auf ihre Vorteile.

E3 Lernwege

Der Erkenntnisgewinn vollzieht sich erneut zunächst durch gemeinschaftliches Messen. Die verschiedenen mathematischen Darstellungen der Ergebnisse sollen dann zur Feststellung der Ausdauerleistungsfähigkeit verschiedener Schülerinnen und Schüler genutzt werden (Modellieren). Außerdem sollen die Lernenden erkennen, dass graphische Darstellungen einen Überblick über Zusammenhänge geben können und deshalb nützlich sind. Das korrekte Ablesen von Punktkoordinaten soll wiederholt werden.

E3 Diagnose

Zu a): Wird der Test ordnungsgemäß durchgeführt und werden die Werte richtig in die Tabelle eingetragen?

Zu b): Sind die Achsen des KS richtig beschriftet und die Punkte korrekt eingetragen?

Können die Lernenden die Graphen mit den Aussagen des Einleitungsabschnitts abgleichen? Gelingt die Interpretation der Werte im Graphen?

Zu c): Werden Werte richtig abgelesen? Gelingt die Verknüpfung des Graphen mit den entsprechenden inhaltlichen Aussagen? Wird eine nachvollziehbare Erklärung für das Verbinden der einzelnen Punkte gegeben?

Zu d): Können Vorteile bei der Nutzung von tabellarischen bzw. graphischen Darstellungen genannt werden?

Mögliche Schwierigkeiten:

Probleme bei der Durchführung des Tests → Abhilfe: Klare Aufgabenverteilung. Eventuell Schülerinnen oder Schüler einteilen, die die Zeit stoppen, zählen oder aufschreiben.

E3 Differenzierung

Die Interpretationsaufgaben sind voneinander unabhängig und gestatten daher unterschiedliche Lerntempi, Aufgabenauswahl und Bearbeitungstiefe. Auch der Leistungstest als solcher ist natürlich differenzierend.



Erkunden A **Wie kann ich Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?**

Schnellzugriff

E4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erzeugen eigenhändig graphische Darstellungen handlungsorientiert und medial unterstützt;
- interpretieren graphische Darstellungen von Messdaten.

E4 Bezug

Nach E3 mit O1-O4;

Weiter mit O5; auch V13 und V18-V25 möglich

E4 Vorbereitung/Material

Entfernungsmessgeräte (Ranger)/ Beamer

Die Art und Weise der Umsetzung im Unterricht hängt von der Anzahl der verfügbaren Entfernungsmessgeräte ab: Kein Entfernungsmessgerät → E4 weglassen und dafür V24 oder V25.

Mehrere Entfernungsmessgeräte → Gruppenarbeit (siehe Umsetzungshinweise unten).

Ein Entfernungsmessgerät → siehe Umsetzungsvorschlag

E4 Umsetzungsvorschlag (20-30 min)

- 4a) In Demoexperimenten verschiedene Graphen von Schüler(innen) erzeugen. Im Unterrichtsgespräch Diskussion über die Graphen anhand der aufgelisteten Fragen. UG
-
- 4b) Die vier Beispiele im Unterrichtsgespräch erarbeiten. Weitere Bewegungsaufgaben in Partnerarbeit finden lassen. Im Anschluss exemplarisch Beispiele besprechen und theoretisch skizzieren lassen und mit dem Messgerät überprüfen UG
-
- 4c) In PA oder GA zunächst theoretisch eruierten lassen, wie die abgebildeten Graphen zu erzeugen sind. Im Anschluss einzelne mit dem Messgerät ausprobieren. PA/ GA
-
- 4d) Hausaufgabe mit der Aufforderung zur schriftlichen Notation ins Heft. HA

Mögliche HA: 4d) oder V24 oder V25

Intensivzugriff

E4 Alternative Umsetzung

Auf die verschiedenen Umsetzungsvarianten in Abhängigkeit der zur Verfügung stehenden Entfernungsmessgeräte wurde bereits im Schnellzugriff hingewiesen.

Optimal ist es natürlich, wenn die Klasse in Gruppen mit je vier bis sechs Schüler(innen) eingeteilt werden kann und jede Gruppe ein Entfernungsmessgerät bekommt, so dass E4 komplett eigenständig erarbeitet werden kann. In diesem Fall sollte sich dann am Ende eine auf die entscheidenden Punkte fokussierende Auswertungsphase im Plenum anschließen.

E4 Erwartungshorizont

d) **Ablesbar:** Abstand, Veränderung des Abstands, Geschwindigkeit der Veränderung.

Nicht ablesbar: Die Richtung und Geschwindigkeit bei nicht geradliniger Bewegung.

E4 Lernwege

Entscheidend bei E4 ist die Möglichkeit der inhaltlichen Interpretation und des inhaltlichen Verständnisses von Graphen. Dies geschieht durch die konkrete Vernetzung von Bewegungen und entsprechender graphischer Darstellungen, so dass jeweils anhand konkreter Bewegungen nachvollzogen werden kann, ob der Zusammenhang korrekt dargestellt ist. Dadurch kann insbesondere dem Graph-als-Bild-Fehler begegnet und der sog. Kovariationsaspekt (Wie verändert sich die zweite Größe bei Veränderung der ersten Größe?) funktionaler Zusammenhänge entwickelt werden

E4 Diagnose

Achtung: Graph-als-Bild-Fehler! In a) zeigt sich bei der Interpretation der entstehenden Graphen bereits, ob die Lernenden in der Lage sind, den Zusammenhang zwischen der Zeit und der Entfernung herzustellen und dem Graphen diese Information zu entnehmen. Wenn Lernende z.B. davon reden, dass der sich Bewegende Schlangenlinien gelaufen ist, ist das ein Indiz für eine noch nicht korrekt entwickelte funktionale Vorstellung (vgl. Grundvorstellungen bei Funktionen). In diesen Fällen mit einer Folge konkreter Punkte aufzeigen, dass die Interpretation des Graphen als Bild fehlerhaft ist. Ggf. Graphen mit Messgerät erzeugen, plotten und überprüfen.

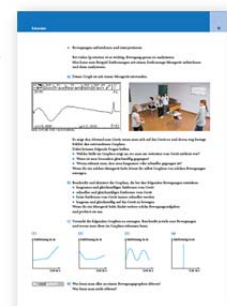
Mögliche Schwierigkeiten:

Technische Probleme → Abhilfe: Sich im Vorfeld mit dem Gerät und der Handhabung vertraut machen.

Probleme (Fehlvorstellungen) der Lernenden bei der Interpretation der erzeugten Graphen → Abhilfen: (1) Entstehung eines Bewegungsgraphen in „Zeitlupe“ nachstellen. (2) Kontrastierende Beispiele wie etwa das Bewegen auf einer Kreisbahn um den Entfernungsmesser.

E4 Differenzierung

Die Offenheit bei der Aufzeichnung der verschiedenen Bewegungsgraphen in a) oder das Finden weiterer Bewegungsaufgaben in b) bietet den Lernenden die Möglichkeit, unterschiedlich komplexe Bewegungen und damit Graphen zu generieren und zu interpretieren.



Ordnen A

Wie kann ich Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?

Schnellzugriff

O1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- legen eine Größe als die 1. Größe fest;
- erkennen, dass die andere Größe von der 1. Größe abhängt und nennen sie die 2. Größe;
- legen entsprechend die 1. und 2. Achse fest.

O1 Bezug

Nach **E3**; weiter mit **O2**; auch **V2-V9** möglich

O1 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- | | | |
|------------|---|-----------|
| 1a) | Den Wissensinput und die Aufgaben zunächst in EA erarbeiten lassen. Dann kurz im Plenum zusammentragen lassen. | EA/
UG |
| 1b) | Aufgabe alleine bearbeiten. | EA |
| 1c) | Die Ergebnisse aus b) mit dem Partner besprechen. Ergebnisse im Wissensspeicher festhalten. (1c) auch als HA möglich.) | PA |

O2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- benennen die Achsen entsprechend der Größen;
- können zu Sachverhalten realistische Werte abschätzen;
- erkennen, dass die Änderung einer Größe eine Auswirkung auf die andere Größe hat (Kovariation).

O2 Bezug

Nach **O1**; weiter mit **O2**; auch **V10-V11** möglich

O2 Umsetzungsvorschlag (25 min)

- | | | |
|------------|--|-----------------|
| 2a) | Der Wissensinput sowie Aufgabenteil a) werden in Einzelarbeit bearbeitet. | EA |
| 2b) | Lösen der Aufgabe in EA. Ob die Werte realistisch sind, kann z.B. in themengleichen Partnerarbeiten verglichen werden. | EA/PA |
| 2c) | Ergebnisse aus a) werden in PA verglichen und in den Wissensspeicher übertragen. Auch als HA möglich. | PA
(ggf. HA) |

Mögliche HA: V2

Intensivzugriff

O1 Umsetzungshinweise

Hinweis zur Pulsmessung: Damit die Tabelle realistisch ist, wurde der Puls mit einer Pulsuhr bestimmt, nicht durch eine Messung „von Hand“ über 15 Sekunden, während derer sich der Puls wieder beruhigen würde.

Alternative: Wer ein Smartphone besitzt, kann sich eine App herunterladen, die mit Hilfe der LED am Finger realistische Pulswerte bestimmen kann.

Zu **O1c**): Wenn erforderlich kann eine Plenumsphase an die PA/ GA anschließen, um einen gemeinsame Wissensspeichereintrag zu formulieren, oder die PA/ GA ersetzen.

O1 Erwartungshorizont

a)	1. Größe	2. Größe
(1)	Körpergröße	Sprungweite
(2)	Zeit	Weg
(3)	Laufgeschwindigkeit	Puls

b) „Ich überlege mir, was sich nicht verändert bzw. was ich festlegen muss. Dies ist die unabhängige Größe.“

O1 Differenzierung

Je nach Vorwissen der Schülerinnen und Schüler kann die Bearbeitung von **O1** auch aus der Darstellung der Messwerte von **E2/E3** heraus erfolgen.

Die Situation (2) eignet sich dazu, die 2. Größe auch einmal als die festgelegte zu betrachten und zu überlegen, welche Auswirkungen das auf den Kontext hat.

Bei einer eigenständigen Erarbeitung von **E2/E3** kann **O1** als Nachschlagewerk dienen oder als „Inputphase“ eingeschoben werden.

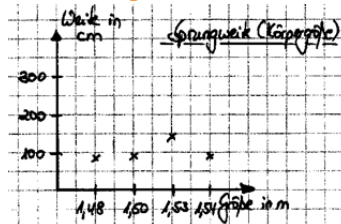
O2 Umsetzungshinweise

Zu **O2a**): Zur Kontrolle der Schülerlösungen ist es möglich, ein vollständiges KS mit gleicher Skalierung auf Folie zu zeichnen. Die Lernenden können sie dann auf ihre Zeichnungen legen und Abweichungen einfach feststellen.

Zu **O2b**): PA oder GA möglich: Im Austausch ihrer persönlichen Vorerfahrungen können die Schülerinnen und Schüler Werte vergleichend abschätzen.

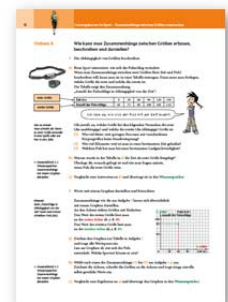
Hinweis: Zu **O2a**): Der Aspekt der Kovariation, der in **O1** schon in der Sprechweise und in den Begründungen indirekt/ auf der Gefühlsebene aufgebaut wurde, wird hier konkretisiert. Damit wird nicht nur der Zuordnungsaspekt (Einem Wert der 1. Größe wird ein Wert der 2. Größe) in den Fokus des Kapitels gestellt. Graphisch lässt sich die Kovariation am leichtesten verdeutlichen; daher wird sie hier auch nur auf der graphischen Ebene eingeführt

O2 Lernwege



O2 Erwartungshorizont

- Zeichnen des Graphen.
- Schätzen realistische Werte und zeichnen den Graphen.



Ordnen A

Wie kann ich Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?

Schnellzugriff

O3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- finden eine richtige Skalierung zu den Werten einer Tabelle;
- erkennen, dass durch eine richtige Skalierung alle Werte übersichtlich und vollständig eingetragen werden können;
- entdecken, dass die maximalen Werte beider Größen in der Tabelle für die Achsenlänge und Skalierung bedeutsam sind;
- argumentieren, wann eine Linie durchgezeichnet werden darf.

O3 Bezug

Nach **O2** ; weiter mit **O4**; auch **V16-V17** möglich

O3 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- 3ab)** Durch Analyse der Graphen wird ein optimaler Graph erarbeitet, in dem alle Werte der Tabelle übersichtlich und vollständig eingetragen sind. Sicherung eines Graphen an der Tafel. GA/
UG
-
- 3cd)** Verschriftlichung der Überlegungen in Form einer Handlungsanweisung in Einzelarbeit. Auch als Hausaufgabe möglich. EA (ggf. HA)
-
- 3e)** In PA und anschließendem Plenumsge- spräch werden die Ergebnisse aus **cd)** verglichen und in den Wissensspeicher übertragen. PA/ UG

Mögliche HA: V4, V7 oder V16-17

Intensivzugriff

O3 Umsetzungshinweise

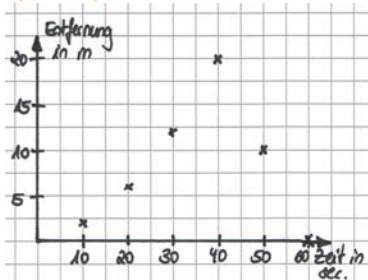
Zu **O3ab)**: Als Sozialform kann auch das Gespräch im Plenum zur Erarbeitung herangezogen werden. (Ebenso Ich-Du-Wir möglich). In einer Dreiergruppe kann auch die Methode Streitgespräch angewandt werden, bei dem jedes Gruppenmitglied die Rolle einer der drei Figuren übernimmt und die anderen von der eigenen Darstellung überzeugen soll. Ein viertes Gruppenmitglied kann in Stichworten die Diskussion protokollieren, um anschließend die Vor- und Nachteile der einzelnen Graphen gegeneinander abzuwägen und einen optimalen Graphen zu erzeugen.

Die Kurzschreibweise Entfernung(Zeit) wird hier parallel zur ausführlichen verbalen Formulierung des Graphen-Titels eingeführt, um implizit die allgemeine Schreibweise $f(x)$ anzubahnen. Die entsprechende Sprechweise ist „Entfernung in Abhängigkeit von Zeit“.

Die Kurzschreibweise bzw. Kurzsprechweise muss jedoch nicht eingeführt werden. Im weiteren Verlauf des Kapitels werden beide Schreibweisen fast immer parallel eingesetzt. In **O4** wird darauf explizit eingegangen.

O3 Erwartungshorizont

a) und b)



c) und d) Siehe ausgefüllter Wissensspeicher.

O3 Diagnose

- a) Werden Schwierigkeiten erkannt, die durch die gewählte Achseneinteilung entstehen?
- b) Wird eine geeignete Achseneinteilung gewählt?
- c) Können Strategien zum Zeichnen eines Graphen aufgeschrieben werden?
- d) Werden Argumente gefunden, wann eine Linie durchgezeichnet werden darf und wann nicht?

O3 Differenzierung

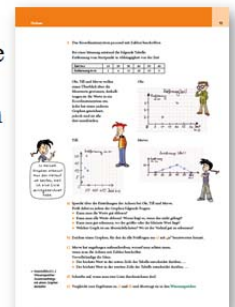
Wird a) in einer Gruppenarbeit bearbeitet, kann b) zur zeitlichen Differenzierung dienen. Die Bearbeitungszeiten in c) können sich zeitlich unterscheiden. Möglicherweise empfiehlt es sich, Hilfskärtchen zur Verfügung zu stellen, um die Lernenden auf bestimmte Schwierigkeiten in den Graphen hinzuweisen.

zu Ole: Vergleiche Tabelle und Graph...	zu Till: Bestimme die Zeit zum 3. eingetragenen Wert, ohne die Tabelle zu beachten...	zu Merve: Bestimme die Entfernung nach 30 Sekunden, ohne die Tabelle zu beachten...
Für alle: Findet ihr einen Unterschied in den 3 Graphen außer der verschiedenen Verteilung der Punkte?		

O3 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten:

Die Lernenden erkennen nicht, dass alle drei Graphen nicht optimal in ihrer Darstellung sind. Gerade Merves Graph kann als der beste der drei Darstellungen angesehen werden → Abhilfe: Mit einem Hinweis auf das Ablesen des ersten Messwertes kann der Nachteil von Merves Graph aufgezeigt werden.



Ordnen A Wie kann ich Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?

Schnellzugriff

O4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erkennen, dass man verschiedene Darstellungsarten für denselben Sachverhalt nutzen kann;
- können begründen, welche Darstellungsart bei welchem Sachverhalt am besten geeignet ist.

O4 Bezug

Nach **O3**; weiter mit **E4**; auch **V12-V15** möglich

O4 Vorbereitung/Material

Falls Gruppenarbeit: Graphen können vergrößert und Arbeitsaufträge gesondert gegeben werden.
Plakate und Stifte für Präsentation

O4 Umsetzungsvorschlag (75 min)

- | | | |
|------------|--|--------------|
| 4a) | Graphen austeilen. Fragen diskutieren und schriftlich beantworten lassen. | GA |
| 4b) | Passender Graph wird zugeordnet, zu übrigen werden Situationen gefunden. | GA |
| 4c) | Tabellen werden Graphen zugeordnet. | GA |
| | Je 2 (von 6) Gruppen erstellen ein Plakat zu jeweils einem der drei Wege. Dann Präsentation der Arbeitsergebnisse. | GA/ UG |
| 4d) | Zunächst alleine bearbeiten. | EA |
| 4e) | Vor- und Nachteile der Darstellungsarten im Plenum zusammenfassen und in den Wissenspeicher übertragen. | UG (ggf. HA) |

Mögliche HA: ggf. **4e)** oder **V12, V15**

Intensivzugriff

O4 Umsetzungshinweise

Zu **O4a)**: Eine allgemeine Formulierung der Fragen lautet:

- Welcher Wert ist der höchste auf der 1. Achse/ auf der 2. Achse?
- Welche (besonderen) Werte können auf der 1. Achse/ der 2. Achse abgelesen werden?
- Welche Veränderungen im Graphen gibt es?

Eine offenere Gestaltung dieser Phase erhält man, indem man die Fragen von den Schülerinnen und Schülern entwickeln lässt/ ergänzen lässt.

Impulse:

- Ein Wert auf der Zeit-Achse wird erhöht. (Beschreibe die Veränderung auf der Weg-Achse.)
- Die Gerade im Graphen (G1) wird flacher. (Welche Auswirkungen hat das auf die Situation?)

O4 Erwartungshorizont

a) weitester Weg: höchster Wert auf den Achsen – Weg bei allen gleich (400m).

Längste Zeit bei den Mädchen: 10 min (bei Till 8 min)

Eine Pause ist eine Parallele zur Zeitachse: Merve = 4min.
Pias Wert ablesen: 100m nach 1min.

b) Till: „Ich bin pünktlich zu Hause losgegangen. Daher konnte ich ganz gleichmäßig in die Schule gehen.“

Merve: „Ich bin zu spät zu Hause los gekommen. Daher bin ich immer schneller und schneller gegangen.“

c) (1) – (B); (2) – (A); (3) – (C): Maximalwerte und Veränderung der 2. Wertereihe mit Graphen vergleichen.

d)

	Situation	Tabelle	Graph
+	gute Vorstellung...	genaue Werte...	übersichtlich...
-	oft wenige genaue Werte...	wenig übersichtlich...	wenig genaue Werte...

O4 Diagnose

Wenn man Schülerinnen und Schüler eigene Sachverhalte in allen drei Arten darstellen lässt, können Schwierigkeiten und eventuelle Fehlvorstellungen deutlich werden. Oder man gibt einige Sachverhalte vor, von denen sie dann einen bearbeiten.

O4 Lernwege

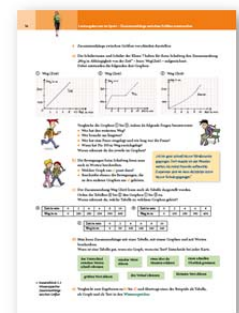
Mögliche Schwierigkeiten:

Graph-als-Bild-Fehler: Die Graphen werden als der tatsächliche Weg interpretiert („Pia geht geradeaus, biegt dann rechts ab und dann wieder links“) → Abhilfe: Einzelne Punkte auf dem Graphen sollten interpretiert werden und dann in einen größeren Zusammenhang gebracht werden.

O4 Differenzierung

Zu **O4a)**: Es wäre möglich, leistungsdifferenzierte Gruppen zu bilden. Die leistungsstärkeren Schülerinnen und Schüler müssen sich die Fragen selbst überlegen, die schwächeren bekommen die Fragen bzw. müssen sie ergänzen.

Zu **O4c)**: Die Schülerinnen und Schüler überlegen sich z.B. eine weitere Situationsbeschreibung zu einem dieser Graphen oder sie überlegen sich eine andere Beschriftung der Achsen – wie würde dann eine dazu passende Situation lauten?



Ordnen A

Wie kann ich Zusammenhänge zwischen Größen erfassen, beschreiben und darstellen?

Schnellzugriff

O5 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erkennen die Eindeutigkeit als eine Besonderheit von Zusammenhängen;
- können über das Merkmal der Eindeutigkeit funktionale Zusammenhänge von anderen Zusammenhängen in Graph, Tabelle und Situation unterscheiden.

O5 Bezug

Nach **E4**; (auch schon nach **E2de**) möglich
weiter mit **O6**; auch **V26-V31** möglich

O5 Umsetzungsvorschlag (40 min)

- | | | |
|------------|---|------------------|
| 5a) | Gemeinsame Klärung der Begriffe „eindeutig“/ „funktionaler Zusammenhang“. Zuordnung der Beispiele erst alleine, dann Vergleich im Plenum. | EA/
UG |
| 5b) | Verschriftlichen der Kriterien. | PA |
| 5c) | Vergleich der Ergebnisse im Plenum. Wissensspeichereintragung im Anschluss | UG (ggf. als HA) |

O6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erkennen, dass oft schon durch die Situation klar ist, dass eine Größe von der anderen abhängt;
- entdecken, dass das Verändern einer Größe eine Veränderung der anderen Größe nach sich ziehen kann;
- verstehen auf intuitiver Ebene, dass sich diese Zusammenhänge nicht in zufälliger Weise verändern.

O6 Bezug

Nach **O5**

O6 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- | | | |
|------------|--|------------------|
| 6a) | Die Prüfsätze werden in PA begründet überprüft und im Plenum besprochen. | PA/
UG |
| 6b) | Die Sachverhalte werden entsprechend des Beispiels überprüft. Unterscheidung nach eindeutig und nicht eindeutig. | UG |
| 6c) | Eintrag in den Wissenspeicher (Auch als HA möglich.) | EA (ggf. als HA) |

Intensivzugriff

O5 Umsetzungshinweise

Der Begriff der „Eindeutigkeit“ ist im Alltag der Schülerinnen und Schüler nicht unbedingt gebräuchlich. Es empfiehlt sich, diesen anhand von Beispielen aus ihrer Lebenswelt zu verdeutlichen. Z. B. kann man jedem Kind nur eine Körpergröße, eine Augenfarbe, eine (biologische) Mutter, ... zuordnen. Anders herum ist jedoch keine eindeutige Zuordnung möglich. Zu einer Körpergröße/ einer Augenfarbe und einer (biologischen) Mutter kann man mehr als ein Kind finden. Alternativ kann auch statt „eindeutig“ die Formulierung „gibt es genau eine(n)“ benutzt werden.

O5 Erwartungshorizont

Eindeutigkeit als Merkmal passt auf (1), (2), (4), (6)
In der Tabelle erkennt man das in der 1. Zeile – hier darf jeder Wert nur einmal vorkommen. Bei Graphen dürfen keine zwei verschiedenen Größen zu einer Größe auf der 1. Achse gehören (also auch keine Parallelen zur 2. Achse). Nicht-eindeutig sind (3), (5)

Einem Wert (in der Tabelle (3) ist es die 1) wird mehr als ein Wert zugeordnet. Bei Graphen gibt es zu einer Größe auf der 1. Achse mehr als einen Wert auf der zweiten Achse – oder „unendlich viele“ durch eine Parallele zur 2. Achse.

O5 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten:

Graph erkennen, der nicht zu einem funktionalen Zusammenhang gehört → Abhilfe: Tabelle, die nicht zu einem funktionalen Zusammenhang gehört, wird in ein Koordinatensystem übertragen und die Besonderheit herausgestellt.

O6 Umsetzungshinweise

Dieses Ordnen kann in zwei verschiedenen Komplexitätsstufen durchgeführt werden. In der „leichteren“ Variante diskutiert man die beiden Beispielzusammenhänge so, dass deutlich wird, dass die Größen voneinander abhängen (Kausalität).

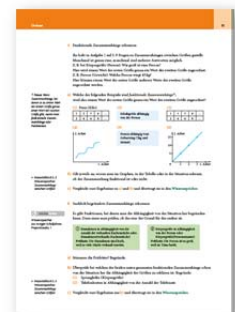
Impulse zu b):

- Zu (1): Gibt es zu einer bestimmten Körpergröße nur eine Sprunghöhe?
- Zu (1): Ist es realistisch, dass z.B. nur Fritz eine Höhe von 1,95m erreichen kann – sonst niemand?
- Zu (2): Stellt euch vor, dass keine Flatrate vorliegt.
- Zu (2): Wie würde das bei einer Flatrate aussehen?

Einen größeren Bezug auf den Aspekt der Kovariation erhält **O6**, wenn man nicht nur fragt, ob die Größen voneinander abhängen, sondern welche Auswirkung die Veränderung der einen Größe auf die andere hat.

O6 Erwartungshorizont

Die Größen hängen in (2) voneinander ab. Bei (1) besteht der Zusammenhang nur zufällig. Bei (2) erhöht jedes Telefonat die Telefonkosten, wobei dies je nach Länge des Telefonats unterschiedlich viel sein kann. Selbst bei einer Flatrate liegt noch ein funktionaler Zusammenhang vor, da es niemals zwei verschiedene Kosten zu einer Anzahl von Telefonaten gibt.



Vertiefen 1 Zusammenhänge darstellen

Hintergrund	<p>In Vertiefen 1 steht die Analyse von funktionalen Zusammenhängen aus dem Kontext Sport und deren Darstellung als Graphen im Vordergrund. V1 thematisiert die Suche nach geeigneten quantifizierbaren Größen, die in Sportarten relevant sind.</p> <p>In V2 sollen die erste und zweite Größe identifiziert werden, als Motivation wird die Zuordnung der Größen zu den Achsen genutzt.</p> <p>V3 trainiert das Zeichnen von Graphen zu entsprechenden Tabellen. Dabei kann die Frage der Sinnhaftigkeit der Achseneinteilung bereits diskutiert werden. In V4 und V6 sollen das Abbrennen von Kerzen und das Füllen von Messbechern antizipiert, beschrieben und in einem Graphen dargestellt werden. Das experimentelle Überprüfen und Erstellen von Wertetabellen kann zum Überprüfen der Überlegungen genutzt werden.</p> <p>In V5 eröffnet die Frage, ob Aussagen über Zwischenzeitpunkte getätigt werden können, zu denen keine Messdaten erhoben wurden. Diese Frage, wann Graphen von Zusammenhängen durchgezeichnet werden dürfen und wann nur einzelne Punkte als Graph visualisiert werden können, wird in V7 bis V9 weitergehend reflektiert.</p>
--------------------	--

Vertiefen 2 Informationen aus Darstellungen entnehmen

Hintergrund	<p>In Vertiefen 2 stehen die teilweise elementare Deutung und kritische Analyse von Graphen im Vordergrund. Diese können bestehen im Ablesen von Koordinaten einzelner Punkte (V10, 11a), in der Analyse der gemeinsamen Veränderung von Werten (V11c) oder in der geschickten Kombination beider (V13). Wichtig ist die sorgfältige Diagnose bei der Betrachtung der Kurven: Wird der Graph als Abbild einer Kurve der Rennstrecke gedacht oder werden die Koordinaten als Geschwindigkeiten an einem Ort verstanden?</p> <p>In V15 werden alle drei bekannten Darstellungen spielerisch vernetzt. Die kritische Analyse von Graphen wird in V16, V17 angeregt – getreu dem Motto „So erziele ich die gewünschte Wirkung mit graphischen Darstellungen“.</p>
--------------------	---

Vertiefen 3 Veränderungen beschreiben

Hintergrund	<p>In Vertiefen 3 werden vielfältige Deutungen von Graphen und Vernetzungen mit Situationen von Veränderungen in Sachkontexten angeregt. Bei der Diagnose sollte wieder auf den Graph als Bild-Fehler (fehlerhafte Deutung des Graphen als Abbild der Situation) geachtet werden (insbesondere V19, V22, V23, aber auch andere).</p> <p>In V18 wird ohne Kontext beschrieben. Nützliches Vokabular auf das auch in den weiteren Aufgaben zurückgegriffen werden kann: Der Graph steigt/ fällt, Wert auf 2. Achse bleibt gleich/ steigt immer schneller.</p> <p>Eine leitende Reflexionsperspektive zur Besprechung der Aufgaben in Kontexten kann sein: Welche Aspekte der beschriebenen Sachsituationen sind im Graphen visualisierbar und welche nicht?</p> <p>V19 regt die Verbalisierung des Durchfahrens einer Rennstrecke an. Hier sollte immer auch bewusst mit dem Graphen verglichen und reflektiert werden, dass im Graph zwar der Geschwindigkeitsverlust in einer Kurve zu sehen ist, aber eben keine Links oder Rechtskurve durch die Angabe von Geschwindigkeiten unterschieden werden kann (ebenso in V24).</p> <p>In V20, V21 sollen Graphen und Situationen begründet zugeordnet werden. In V22 sollen die Graphen im Kontext einer Achterbahnfahrt gedeutet werden. Hier sollte gut darauf geachtet werden, ob hier die y-Werte als Geschwindigkeiten und nicht als Höhen (Graph als Bild-Fehler) gedeutet werden. Gleiches gilt für V23, in der die 2. Achse den Flächeninhalt beschreibt.</p> <p>In V24 drücken die Graphen keine Bewegungsanteile aus, die sich nicht auf die Entfernung vom Start auswirken (z.B. im Kreis um den Stuhl laufen). Dies wird in c) durch Ole explizit gemacht und sollte gründlich an weiteren Beispielen reflektiert werden.</p> <p>In V25 werden wesentliche Aspekte der vorigen Aufgaben zu Bewegungsgraphen explizit reflektiert.</p>
--------------------	--

Vertiefen 4 Funktionale Zusammenhänge untersuchen

Hintergrund	In Vertiefen 4 werden funktionale Zusammenhänge im Sinne der eindeutigen Zuordnung (vgl. O5) in verschiedenen Darstellungen geprüft (V26, V27, V30) und an Sachsituation, Wertetabelle und Graph untersucht (V28-V31). Wesentliche Tätigkeiten sind das Generieren von Wertepaaren, das Untersuchen der gemeinsamen Veränderung der Werte auf jeder Achse, um inhaltlich zu deuten. Angeregt wird durch die Aufgaben zudem der Darstellungswechsel von verbaler Darstellung in Sachsituation, Wertetabelle und Graphen.
--------------------	--

Kompetenzen

Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- können Informationen aus Tabelle und Grafiken in eigenen Worten beschreiben.
- lernen graphische Darstellungen zu interpretieren und kritisch zu betrachten.

In diesem Kapitel wird eine wichtige Grundlage gelegt für das spätere Arbeiten mit Funktionen, da hier funktionale Zusammenhänge als solche kennengelernt, intuitiv erfahren und bewusst erkannt werden. Dabei steht die graphische Darstellung im Vordergrund, Achsenwahl und Skalierung werden als bewusste Schritte vollzogen. Die Manipulation von Graphen durch gezielte Skalierungen wird vertieft.

Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- planen Versuche und führen sie sorgfältig durch.
- erfassen Daten (Messwerte) tabellarisch und graphisch.

In diesem Kapitel steht das experimentelle Arbeiten und Durchführen von Versuchen im Zentrum des Erkundens. Dabei arbeiten die Schülerinnen und Schüler in Kleingruppen. Sie müssen selbstständig und sorgfältig die Daten in Form von Messwerten dokumentieren und dabei kooperativ und verantwortungsbewusst handeln.

Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Sprechen und Schreiben: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende (dauerhaft) aktiv nutzen können (zum Teil aus alten Kapiteln):

- die 2. Größe hängt von der 1. Größe ab
- die Entfernung hängt von der Zeit ab
- die Entfernung in Abhängigkeit von der Zeit
- ich suche die abhängige Größe
- ich lese einen Wert auf der 1./ 2. Achse ab
- ich trage das Wertepaar in die Tabelle/ in dem Koordinatensystem ein
- der Zusammenhang zwischen Preis und Gewicht ist ein funktionaler Zusammenhang
- je mehr ... desto ...
- wenn das Gewicht steigt, dann verändert sich der Preis ... der Graph steigt/ fällt
- der Wasserstand/ Preis/ Tempo wird größer/ kleiner, wächst/ sinkt immer schneller/ langsamer
- ich erkenne, wo der höchste/ der niedrigste Wert liegt
- wann ist der Wert 50?, beim Gewicht 10 kg ist der Preis...
- zwischen ... und ... steigt der Graph
- genau einen Wert zuordnen

Lesen und Zuhören: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende in ihrer Bedeutung erfassen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- sie zeichnen ein passendes Koordinatensystem mit geeigneter Skalierung
- sie beschriften die Achse mit den Größen
- sie lesen den Wert ab
- sie stellen den Zusammenhang im Graphen dar
- sie beschreiben den Verlauf des Graphen

Überprüfung

Eine mögliche **alternative Leistungsbeurteilung** würde sich anbieten, wenn man die Aufgaben **E2-E4** als Stationen durchführt und sich eine Präsentation anschließt. Diese Präsentation oder auch ein schriftlicher Bericht könnten zur alternativen Leistungsbeurteilung dienen.

Eine andere Möglichkeit bietet die folgende Aufgabenstellung nach **O6**, die von den Schülerinnen und Schülern selbstständig zu Hause bearbeitet wird:

1. Stellt euren Schulweg in allen drei Darstellungsarten dar – als Tabelle, als Graph und als Text beschrieben.
2. Erstellt einen zweiten Graphen, in dem ein ganz falscher Eindruck von eurem Schulweg entsteht – z.B. dass ihr unglaublich lange unterwegs seid oder dass ihr unglaublich schnell laufen könnt.

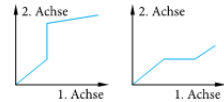
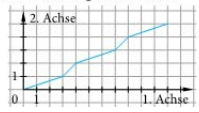


Checkliste

Leistungskurven im Sport – Zusammenhänge zwischen Größen untersuchen

Ich kann ... Ich kenne ...	Hier kann ich üben ...
<p>K1 Ich kann bei Zusammenhängen begründen, warum die eine Größe auf der 1. Achse und die andere auf der 2. Achse abgetragen wird. Bei einer Radtour wird jeden Tag die bisher gefahrene Gesamtstrecke eingetragen.</p>	<p>S. 16 Nr. 2 S. 22 Nr. 16</p>
<p>K2 Ich kann zu den Messwerten einer Situation eine Tabelle erstellen. Die alte Dampflok fährt konstant 60 km/h. Welche Entfernung hat die Lok nach einer, zwei, ..., sechs Stunden zurückgelegt? Erstelle eine Tabelle.</p>	<p>S. 16 Nr. 1, 3 S. 17 Nr. 4, 6, 7 S. 19 Nr. 11</p>
<p>K3 Ich kann zu einer Zuordnung, die durch eine Tabelle gegeben ist, einen Graphen erstellen. Zeichne einen Graphen zu der Tabelle:</p>	<p>S. 16 Nr. 3 S. 17 Nr. 5, 6 S. 18 Nr. 7</p>
<p>K4 Ich kann Werte aus einem Graphen ablesen und beschreiben, wie sich der Graph verändert, wenn die Größe auf der 1. Achse wächst.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Welcher Wert auf der 2. Achse gehört zu dem Wert 3 auf der 1. Achse? ■ Beschreibe, wie sich die abhängige Größe verändert, wenn die Größe auf der 1. Achse wächst. 	<p>S. 19 Nr. 10, 11 S. 23 Nr. 18 S. 24/25 Nr. 21–25</p>
<p>K5 Ich kann begründen, bei welchen Zusammenhängen es Sinn macht, die Werte in einem Graphen zu verbinden, und wann nicht. Gib eine Situation an, bei der es Sinn machen würde, die Werte im Graphen zu verbinden, und eine Situation, bei der es keinen Sinn machen würde.</p>	<p>S. 18 Nr. 7–9 S. 22 Nr. 16</p>
<p>K6 Ich kann erkennen, welche Darstellungen (Tabelle, Graph, Text) zusammengehören, und die Vorteile der Darstellungen benennen. Welche Darstellung würdest du wählen, wenn du einen Überblick gewinnen willst, wie sich die Geschwindigkeit bei einer Fahrt verändert?</p>	<p>S. 19 Nr. 12 S. 20 Nr. 13 S. 21 Nr. 15 S. 23 Nr. 20</p>
<p>K7 Ich kann an einem Beispiel erklären, wie sich das Aussehen des Graphen verändert, wenn ich die Achsen anders mit Zahlen beschrifte. Wie müsste man in einer Grafik zum Gewinn einer Firma in Abhängigkeit von der Zeit die Achsen verändern, sodass es aussieht, als wäre der Gewinn nicht so stark gestiegen?</p>	<p>S. 22 Nr. 16, 17</p>
<p>K8 Ich kann an einem Graphen erkennen und begründen, ob ein Zusammenhang funktional ist oder nicht. Begründe, welcher der Graphen einen funktionalen Zusammenhang darstellt.</p>	<p>S. 25 Nr. 24 S. 26 Nr. 26, 27</p>

1. Achse	1	5	10	20	50
2. Achse	1	3	4	6	12



► Hinweis: Im Materialblock auf Seite 8 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung. Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter www.cornelsen.de/mathewerkstatt, Buchkennung: MWS040018, Mediencode: 028-1)

Kompetenzen aus den vorangegangenen Kapiteln

„Koordinaten & Winkel“ sowie „Darstellungen“:

- Ich kann Koordinaten in ein Koordinatensystem eintragen und daraus ablesen.
- Ich kann Werte aus einem Diagramm ablesen.

Basiskompetenzen, die in der Übe-Kartei für das spätere Vertiefen aufgegriffen werden:

- K2** Ich kann zu den Messwerten einer Situation eine Tabelle erstellen.
- K3** Ich kann zu einer Zuordnung, die durch eine Tabelle gegeben ist, einen Graphen erstellen.
- K4** Ich kann einzelne Werte aus einem Graphen ablesen.

Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:
<http://www.ko-si-ma.de> → Produkte → Handreichungen → mathewerkstatt 7,
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040018):
www.cornelsen.de/mathewerkstatt → mathewerkstatt 7 oder mathewerkstatt 3.

	Zusammenhänge 1	Bild der Einstiegsseite (SB KOSIMA)
	Zusammenhänge 2	Arbeitsmaterial <i>Ausdauer messen</i> (SB E3 MB)
	Zusammenhänge 3	Wissensspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB 01/02/03 MB)
	Zusammenhänge 4	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 1</i> (SB 01/02/03 KOSIMA)
	Zusammenhänge 5	Wissensspeicher <i>Funktionen 2</i> (SB 04/05/06 MB)
	Zusammenhänge 6	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 2</i> (SB 04/05/06 KOSIMA)
	Zusammenhänge 7	Arbeitsmaterial <i>Darstellungsarten-Spiel</i> (SB V15 MB)
	Zusammenhänge 8	Applet <i>Flächenverdrängung</i> (SB V19 CORNELSEN, Mediencode: 024-1)
	Zusammenhänge 9	Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediencode: 028-1)
	Zusammenhänge 10	Checkliste zum Ausfüllen (SB MB & CORNELSEN)