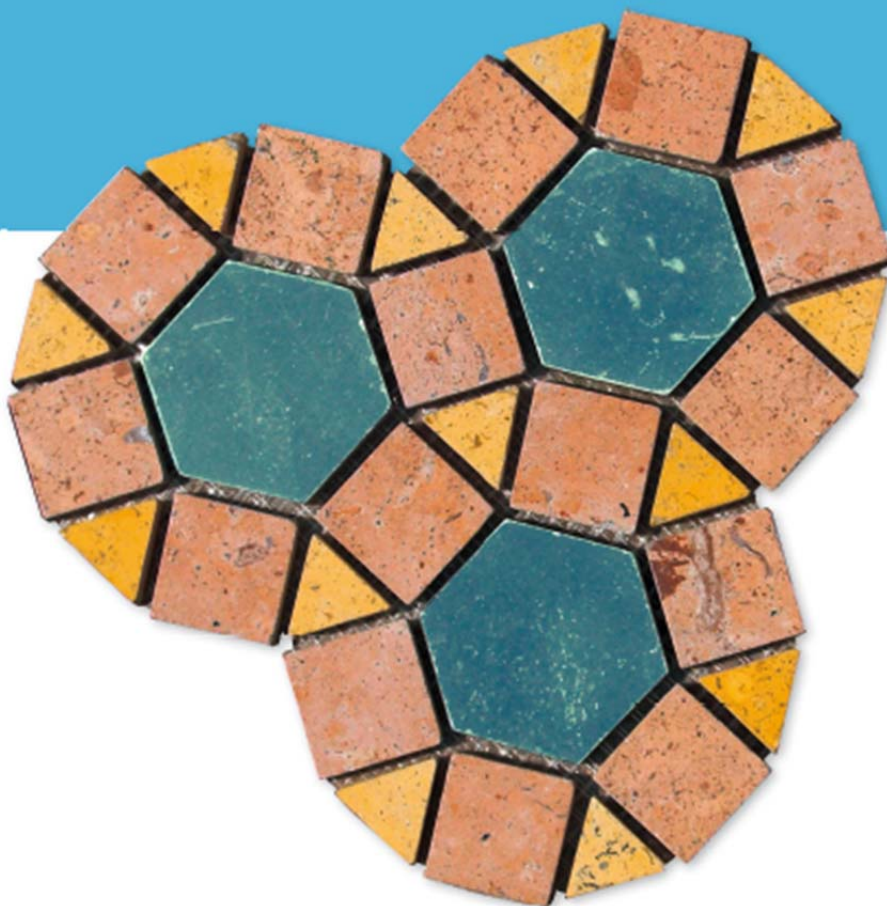


Fliesenlegen und Parkettieren – Wie Winkel zusammenpassen



Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....	ab Seite 2
Einstieg	ab Seite 6
Erkunden	ab Seite 8
Ordnen	ab Seite 12
Vertiefen	ab Seite 16
Kompetenzen und Checkliste	ab Seite 22
Materialübersicht für dieses Kapitel.....	ab Seite 24

Herausgegeben von:

Timo Leuders
Susanne Prediger
Bärbel Barzel
Stephan Hußmann

Autoren:

Bärbel Barzel
Sybille Stachniss-Carp

Redaktion:

Raja Herold

© 2014 Kosima-Projekt:

Zitierbar als Barzel, Bärbel & Stachniss-Carp, Sybille (2014): Fliesenlegen und Parkettieren – Wie Winkel zusammenpassen. In: Leuders, T., Prediger, S., Barzel, B. & Hußmann, S.(Hrsg.): Handreichungen zur Mathewerkstatt 7. Dortmund/ Freiburg: Kosima. Online unter: www.ko-si-ma.de.

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin:

Das Copyright gilt für alle dargestellten Seiten und Auszüge von Seiten des Schülerbuches und des Materialblocks der *mathewerkstatt*; Rechteinhaber und Bildquellen sind in den entsprechenden Bildnachweisen dieser Produkte ausgewiesen.

Titel Fliesen legen und Parkettieren – Wie Winkel zusammenpassen

Thema Winkelsätze und geometrische Abbildungen

Kontexte – Kernfragen – Kernideen

In diesem Kapitel wird der Kontext des Parkettierens genutzt, um einerseits auf die Winkelsumme im Dreiecke und Winkelsätze hinzuführen und andererseits die geometrischen Abbildungen (Spiegelungen, Verschiebungen, Drehungen) zu thematisieren. Beim Parkettieren ist es immer das Ziel, eine Fläche lückenlos zu füllen. Dabei können zwei grundsätzliche Erfahrungen gesammelt werden: Beim Parkettieren gelingt das lückenlose Füllen dann, wenn alle Winkel, die an einer Ecke zusammenstoßen, eine Summe von 360° haben. Zum anderen entstehen bei manchen Formen parallele Linien im Parkett. Diese beiden Ideen werden genutzt, um auf die Winkelsumme im Dreieck und auf die Winkelsätze mit ihren besonderen Winkelpaaren hinzuführen. Will man regelmäßige Muster und Parkette beschreiben und erzeugen, helfen geometrische Abbildungen.

Kernfrage A: Woran kann ich erkennen, ob Winkel zusammenpassen?

Mit Hilfe eines Applets oder durch das Parkettieren mit realen Formen sammeln Schülerinnen und Schüler die Erfahrung, dass beim Parkettieren Winkel dann zusammen passen und ein lückenloses Parkett erzeugen, wenn die zusammenstoßenden Winkel zusammen 360° ergeben. Wenn man alleine mit Dreiecken parkettiert, lässt sich bereits an den entstehenden Mustern erkennen, dass die Summe der Winkel im Dreieck 180° ergibt. Betrachtet man die beim Parkettieren entstehenden parallelen Linien und das Muster genauer, erkennt man gleich große Winkel. Diese Erkenntnisse führen zu besonderen Winkelpaaren und Winkelsätzen.

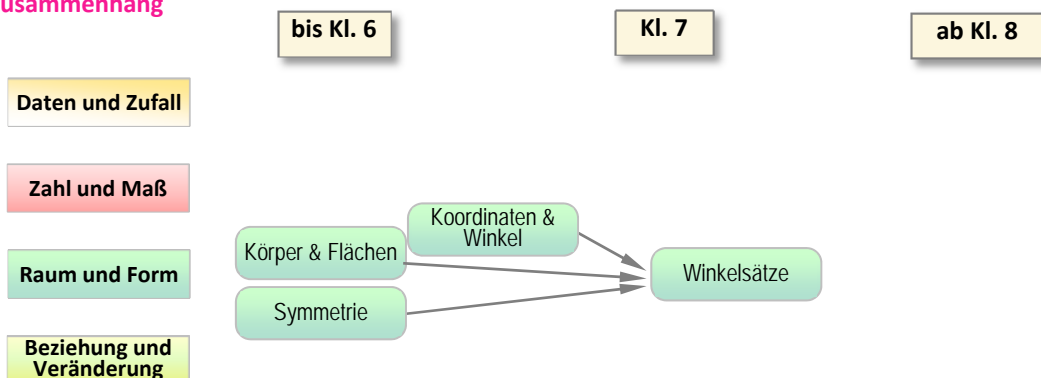
Kernfrage B: Wie kann ich ein regelmäßiges Muster beschreiben und herstellen?

Ausgehend von dem Spiel „Fische wandern“ werden Bewegungen von Figuren in der Ebene untersucht. Spielerisch wird dabei das Spiegeln an einer Geraden, das Drehen um einen Punkt und das Verschieben in eine bestimmte Richtung kennengelernt. Durch das Agieren mit den Spiel-Fischen werden die Schülerinnen und Schüler angeregt zu untersuchen, welche Fischpaare durch eine oder mehrere hintereinander ausgeführten Bewegungen auseinander hervorgegangen sind. Im Anschluss werden regelmäßige Muster thematisiert, die sich durch das mehrfache Anwenden einer Bewegung erzeugen lassen. Gleichzeitig werden Muster von Parketten abgegrenzt, so dass ein Bezug zur Kernfrage A bestehen bleibt. Zum Erzeugen von Drehungen wird in einer Einheit auf die korrekte Verwendung des Geodreiecks fokussiert.

Kompetenzen

- K1: Ich kann erklären, woran es liegt, dass man mit einer oder mehreren Formen eine Fläche parkettieren kann.
 K2: Ich kann eine oder mehrere Formen angeben, mit denen ich parkettieren kann.
 K3: Ich kann eine fehlende Winkelgröße im Dreieck ausrechnen.
 K4: Ich kann in Figuren mit zueinander parallelen Geraden gleich große Winkel erkennen und die Winkelpaare benennen.
 K5: Ich kann angeben, ob zwei gleiche Figuren durch eine Verschiebung, eine Spiegelung oder eine Drehung auseinander hervorgehen.
 K6: Ich kann eine Drehung um 60° (90° , 180°) zeichnen.
 K7: Ich kann eine Verschiebung zeichnen.
 K8: Ich kann Figuren an Geraden spiegeln.

Zusammenhang



Struktur

ca. 2 Wochen

Auftakt: Anhand von fertigen wie auch an selbstgelegten Parketten untersuchen, mit welchen Formen man parkettieren kann.			45
A Woran kann ich erkennen, ob Winkel zusammenpassen?			E O
E1 Mit verschiedenen Formen versuchen zu parkettieren (Applet)	O1 Winkelgrößen an den Ecken ergänzen sich bei einem Parkett zu 360°	V1-V8 Parkette untersuchen	45 15
E2 Mit Dreiecken parkettieren	O2 Winkelsumme im Dreieck	V13-V18 Winkel in Dreiecken bestimmen	30 10
E3 Zueinander parallele Linien in Parketten finden	O3 Besondere Winkelpaare an Parallelen und Geraden untersuchen	V9-V12 Besondere Winkelpaare finden und nutzen V28-V29	10 20
B Wie kann ich ein regelmäßiges Muster beschreiben und herstellen?			E O
E4 Fische wandern	O4 Fischpaare finden	V19-V27 Figuren verschieben, spiegeln oder drehen	60 15
E5 Muster finden und zeichnen	O5 Einen Form spiegeln und verschieben	V30-V35	45 20
	O6 Mit dem Geodreieck drehen		20

Kurzweg: E2 – E3 – O1 – O2 – O3 (ohne Winkelpaare: E2 – O1 – O2)

Intensivzugriff

Hintergrund

Der Kontext Parkette bietet die Möglichkeit, dass Schülerinnen und Schüler viele Vorerfahrungen einbringen können, da Parkette als Fliesen oder Pflaster im täglichen Leben häufig zu finden sind. Dabei geht es auch um Vorerfahrungen, selbst mit Formen Muster gelegt zu haben.

Im Zentrum steht die Frage, ob man mit allen Formen parkettieren kann – sowohl mit ausschließlich einer Form als auch in Kombination verschiedener Formen.

Wichtig ist, dass eigene Erfahrungen mit dem Parkettieren gesammelt werden. Das eigene Handeln bietet die Chance, die Zusammenhänge wirklich zu erkunden.

Im Mittelpunkt der ersten Erkundung steht die Arbeit mit einem Applet zum Parkettieren. Damit sind zwei Vorteile verbunden: Zum einen ist ein schnelles Parkettieren möglich. Man ist von langwierigen Zeichnungen entlastet und hat nicht den Vorbereitungsaufwand von realen Formen, die dann in Vielzahl vorliegen müssten. Das Applet bietet zum anderen den Vorteil, dass man von zwangsläufig auftretenden Ungenauigkeiten nicht beeinträchtigt wird. Die im Applet verfügbaren Formen basieren auf einem alten islamischen Muster und bestanden ursprünglich aus nur fünf Formen. Hier sind es sechs Formen, mit denen das Parkettieren möglich ist.

Übersicht über die fünf bzw. sechs Formen mit ihren zugehörigen Winkeln:

- Regelmäßiges Zehneck: 144° ,
- Regelmäßiges Fünfeck: 108° ,
- Schleife (hier rosa) hat die Winkel 216° (zweimal) und 72° (viermal), so dass es ans Zehneck passt,
- Bonbon hat die Winkel zweimal 72° und viermal 144° , bei uns aufgeteilt in gleichschenkliges Dreieck (Winkel: $72^\circ - 54^\circ - 54^\circ$) und ein Rechteck (Seitenlänge a und $2a \cdot \cos 36^\circ$ ($\sim 1,62a$)),
- Raute (hier lila): 72° und 108° .

Die Formen können im Applet in 6° -Schritten (größter gemeinsamer Teiler aller Winkel) gedreht werden. Die Lernenden können entdecken (wenige Beispiele ohne Anspruch auf Vollständigkeit), dass die Ebene allein mit dem Dreieck, den Vierecken oder der Schleife parkettiert werden kann, während dies mit dem Fünf- und Zehneck allein nicht möglich ist. Sie können wiederholt ausprobierend erfahren, mit welchen Kombinationen von zwei und noch mehr Formen dies möglich ist und mit dem Kriterium des Herstellens eines Vollwinkels an einer Stelle begründen. Umgekehrt kann das Kriterium genutzt werden, um neue Kombinationen zu entwickeln. Dabei können die Parkette bestehen aus a) sich regelmäßig wiederholenden Mustern oder b) unregelmäßig wiederholenden Mustern (Penrose-Parkette).

In den regelmäßigen Parketten fallen weitere Winkelbeziehungen auf. Es lassen sich parallele und schneidende Linien finden, an denen Stufen- und Scheitelwinkel je-

weils gleich groß sind, während sich Nebenwinkel zu 180° ergänzen.

Die durch Probieren mit einzelnen Formen generierten Muster eines Parketts werden unter der Perspektive zugrundeliegender Kongruenzabbildungen analysiert. Die Muster in den verschiedenen Parketten lassen sich als Verschiebung, Drehung oder Spiegelung von Figuren herstellen und beschreiben (Etappe B).

Etappe A: Woran kann ich erkennen, ob Winkel zusammenpassen?

In **E1** entwickeln die Lernenden eigene ästhetische Parkette, bei denen sie mit dem Applet zunächst phänomenologisch prüfen, ob Figuren zusammenpassen. Dann kann die Passung mit Bezug auf die Winkelgrößen, die beim Applet eingeblendet werden können, erklärt werden (**E1** und **O1**). Die Betrachtung der Winkelgrößen motiviert die Frage nach weiteren Zusammenhängen der beteiligten Winkel. So kann unmittelbar an einem Dreiecksparkett begründet werden, dass die Winkelsumme im Dreieck 180° ist (**E2** und **O2**).

Zudem entstehen in regelmäßigen Parketten parallele Linien, an denen weitere Zusammenhänge der zusammenpassenden Winkel entwickelt werden. Die „Passung“ der Winkel wird konkretisiert als Beziehungen zwischen Scheitel-, Neben- und Stufenwinkeln (**E3** und **O3**).

Etappe B: Wie kann ich ein regelmäßiges Muster beschreiben und herstellen?

Ausgehend von dem Spiel „Fische Wandern“ suchen die Lernenden in **E4** gezielt nach Abbildungen in einem komplexen Parkett, um so einen Weg durch das Parkett vom Start bis zum Ziel zu finden. Dazu müssen sie weitere Elemente des Parketts identifizieren, die sich als Spiegelung, Verschiebung oder Drehung ihres „Ausgangsfisches“ konstruieren lassen. Die so entwickelten Kongruenzabbildungen bieten ein Vokabular zur Beschreibung von Mustern und können auch zur bewussten Konstruktion neuer Muster und Parkette (also die Ebene vollständig ausfüllender Muster) genutzt werden (**E5** und **O4**). Neben dem Verstehen der Abbildungen wird auch die handwerkliche Durchführung der Konstruktion gesichert (**O1** und **O6**).

Diagnose

Für die inhaltlichen Elemente sind die folgenden Fragen wichtig: Werden die zentralen Winkelbeziehungen erkannt und können sie für Begründungen herangezogen werden? Werden die tragenden Elemente der Abbildungen (Drehpunkt, Spiegelachse, Abstände) in ihrer Rolle verstanden?

Auch wenn Parkette im Erkunden und Ordnen zunächst mehr mit Material oder dem Applet erzeugt werden, so sollte in den Vertiefenaufgaben von Anfang an gut beobachtet werden, ob die Lernenden hinreichend genau zeichnen. Das Zeichnen von Parketten bietet hier einen sinnstiftenden Anlass, Zeichengenauigkeit zu trainieren.

Ebenso sind die weiteren bereits bekannten handwerklichen Tätigkeiten wie das Ablesen von Winkeln und das Konstruieren von Spiegelungen und Verschiebungen im Kapitel eher nachgelagert, so dass die Lernenden sich zunächst wieder ein Gefühl für Winkelgrößen und die Charakteristika von Spiegelungen verschaffen können. Dies ist beim konkreten Tun sehr hilfreich. Hier empfiehlt es sich, genau zu beobachten und das Schätzen von Winkelgrößen und das qualitative Überprüfen von Bildern als heuristisches Mittel an die Hand zu geben.

Kurzweg

E2 – E3 – O1 – O2 – O3 (ohne Winkelpaare: E2 – O1 – O2)

Zusätzliches Trainingsangebot

Zu jeder Trainingsaufgabe befinden sich weitere Trainingsaufgaben im Onlinebereich.

Literatur

Walser, Hans (2014): *Symmetrie in Raum und Zeit*. Edition am Gutenbergplatz: Leipzig.

Im Internet gibt es viele gut erreichbare Quellen zu Parketten.

Einstiegsseite Fliesenlegen und Parkettieren

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- reaktivieren ihr Vorwissen zu einfachen geometrischen Formen;
- erkennen, dass es mehrere Möglichkeiten gibt einen Fußboden lückenfrei auszulegen;
- werden dafür sensibilisiert, dass das Parkettieren nicht mit allen Formen funktioniert;
- finden ggf. erste Argumente für oder gegen die Parkettierung mit einer bestimmten Figur.

Bezug

Die Auseinandersetzung mit der Einstiegsseite motiviert dazu eigene Parkette zu gestalten. An dieser Stelle bietet sich der Übergang zu **E1**, wo die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe eines Applets eigene Parkette entwerfen können.

Vorbereitung/Material

ggf. Bilder von Parketten auf Folie mitbringen.

Umsetzungsvorschlag (45 min, wenn **E1** integriert wird)

Die Auftaktseite wird gemeinsam betrachtet und spontane Äußerungen der Schülerinnen und Schüler werden aufgegriffen. Dabei sollten die Aspekte, die in den Sprechblasen vorkommen, angesprochen und diskutiert werden, ggf. durch folgende Impulsfragen:

- Warum ist Pia der Meinung, dass ihre Form nicht ausreicht? Hat sie damit Recht?
- Welche Vermutung stellt ihr zur Nutzung des Sechsecks/Quadrates auf?
- Wie würdet ihr Till antworten?
- Nach welchen Kriterien würdet ihr ein Parkett auswählen?

Im Anschluss kann die Lehrperson auf den Begriff des Parketts eingehen und diesen definieren. Daraufhin können die Lernenden überlegen, woher sie Parkette noch kennen. Zur Unterstützung kann ein Bild eines Parketts auf Folie gezeigt werden.

Intensivzugriff Umsetzungshinweise/Alternativen

Die Situation auf der Einstiegsseite zeigt den Versuch einen Boden mit nur einer Figur auszulegen. Ausgehend von diesem Versuch stellt sich die Frage, ob dies für jede Form möglich ist. Hierdurch wird das Thema Parkette eingeleitet. Eine Untersuchung der obigen Frage führt zu weiteren Fragen, wie z.B.:

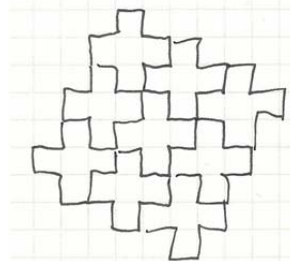
Lässt sich ein Parkett mit zwei Figuren legen? Welche könnten das sein?

Unter welchen Bedingungen lässt sich aus mehreren Figuren ein Parkett zusammensetzen?

Alternativ lässt sich der Einstieg in das Thema auch ohne Buch durchführen, indem man, falls vorhanden, Parkette an der eigenen Schule betrachtet, z.B. der Boden im Foyer oder der Aula. Durch diesen unmittelbaren Realitätsbezug kann eine Auseinandersetzung mit dem Thema für die Lernenden noch spannender und motivierender sein.

Hinweis

Insbesondere bietet Pia Figur Platz für Diskussionen. In der Art und Weise, wie Pia mit dieser Figur das Parkett legt, scheint ihre Aussage, dass man noch eine weitere Figur benötigt, richtig zu sein. Ordnet man Pia Figur jedoch anders an – unter der Voraussetzung, dass alle Seiten der Figur gleich lang sind –, so lässt sich auch mit ihrer Figur parkettieren. Dieser Aspekt sollte mit den Schülerinnen und Schülern diskutiert werden. Zudem führt er vor Augen, dass bei einem Problem, welches beim ersten Versuch (oder einigen mehr) nicht zu lösen ist, dennoch lösbar sein kann.





Pias Form ist grundsätzlich geeignet, auch wenn diese Anordnung Lücken lässt.

Die 4 zeigen erfolgreiche und nicht erfolgreiche Versuche die Fläche mit einer Form zu parkettieren.

Ziele des Kapitels aus Vorschauerspektive:

In diesem Kapitel...

- untersuchst du, mit welchen Formen man eine Fläche lückenlos füllen kann und woran man das erkennt.
- erkennst du, wie Winkel zusammenpassen.
- erstellst du ein regelmäßiges Muster.

Erkunden A Woran kann ich erkennen, ob Winkel zusammenpassen?

Schnellzugriff

E1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- legen mit verschiedenen Formen Parkette;
- entdecken, dass sich nur mit bestimmten Formen oder bestimmten Kombinationen Parkette legen lassen;
- suchen nach Formen, mit denen sich allein oder in Kombination mit anderen Formen Parkette legen lassen;
- suchen nach Erklärungen, warum dies nur mit bestimmten Formen möglich ist.

E1 Bezug

Weiter mit **O1**, auch **V1-V8** möglich

E1 Vorbereitung/Material

Applet „Parkette“ im Onlinebereich oder Ausschneidebögen erstellen, evtl. Bilder mit Fliesenmosaikmustern

E1 Umsetzungsvorschlag (45 min)

Einstieg: Bilder von Fliesenmosaiken UG
zeigen und beschreiben lassen.

1a) Parkette legen (mit Programm „Parkette“ oder mit Hilfe des Ausschneidebogens) EA/PA

1b) Parkettieren mit einer und mit zwei Formen. EA/PA

1c) Erkundung der Bedingung für das Parkettieren, dazu Untersuchen der Winkelgrößen. EA/PA

1d) Austausch über Vermutungen aus **1c)**, evtl. visualisiert an der Tafel (oder Whiteboard). PA/UG

Intensivzugriff

E1 Umsetzungshinweise/Alternativen

Alternativ könnte man zum Einstieg nur Bilder von Fliesenmosaiken anschauen, selbst Muster legen und die Schülerinnen und Schüler auffordern, ihre Beobachtungen beim Parkettieren zu notieren. Die Schülerinnen und Schüler würden dann selbst die Beobachtungen, die im Buch vorgegeben sind, machen.

Um näher zu erforschen, warum das Parkettieren nicht mit allen Formen möglich ist, kann man die Aufgabe stellen, ein Parkett aus Quadraten und regelmäßigen Fünfecken zu legen. Wenn die Schülerinnen und Schüler äußern, dass dies nicht möglich wäre, kann nach dem „Warum“ gefragt werden.

Dieses etwas freiere Vorgehen ist für die Schülerinnen und Schüler unter Umständen etwas packender, da sie mehr experimentieren und mehr Entdeckungen selbst machen dürfen.

Hinweis: Es ist hilfreich, wenn die entstandenen Parkette als Bilder gespeichert werden, um sie später als Beispiele und Gegenbeispiele sowie ausgedruckt in **E3** nutzen zu können. Mögliche Rollen beim Arbeiten am PC (Bei drei Schülerinnen und Schülern):

Eine/r parkettiert, eine/r kontrolliert, eine/r schreibt auf (Rollenwechsel nach 5 Minuten bzw. sobald ein Parkett aus mindestens zehn Teilen fertig ist).

E1 Differenzierung

Zur zeitlichen Differenzierung können Parkette mit drei unterschiedlichen Figuren untersucht werden.

E1 Mögliche Schwierigkeiten

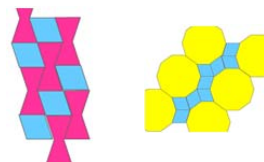
Bei einigen Kombinationen von zwei Figuren erscheint die Parkettierung evtl. möglich, falls sie nur in einem zu kleinen Rahmen durchgeführt wird. Eine Vergrößerung des parkettierten Bereichs kann zeigen, dass keine Parkettierung möglich ist.

E1 Diagnose

- Erstellen die Lernenden lückenlose Parkette?
- Finden die Lernenden Parkette mit einer oder zwei Figuren?
- Werden Begründungen mit Hilfe der Winkelgröße genannt?

E1 Erwartungshorizont

Beispiele für mögliche Figuren	Beispiele für nicht mögliche Figuren
Mit einer Figur	
Raute, Dreieck, Rechteck, Schleife	Zehneck, Fünfeck
Mit zwei Figuren	
Zehneck & Schleife Zehneck & Raute Zehneck & Dreieck Fünfeck & Raute Fünfeck & Dreieck Schleife & Raute Schleife & Dreieck Raute & Rechteck Raute & Dreieck Rechteck & Dreieck	Zehneck & Fünfeck Zehneck & Rechteck Fünfeck & Schleife Fünfeck & Rechteck Schleife & Rechteck



Erkunden A Woran kann ich erkennen, ob Winkel zusammenpassen?

Schnellzugriff

E2 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- legen aus Dreiecken Parkette;
 - entdecken, dass sich aus Dreiecken unterschiedliche Parkette legen lassen;
 - stellen einen Zusammenhang zwischen den Farbmustern und den Winkelgrößen her;
 - stellen Vermutung zur Winkelsumme eines Dreiecks auf.

E2 Bezug

nach E1 mit O1; weiter mit O2, auch V13-V18 möglich

E2 Vorbereitung/Material

MB-Ausschneidebogen, Applet aus E1

E2 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- | | | |
|-------|---|----------|
| 2a) | Ausschneiden und Legen eines Parketts | EA |
| 2b-e) | Vergleich der Muster: Finden weiterer Muster, dabei Nutzen des Applets aus E1. Vergleich im Plenum: Sammeln der verschiedenen Muster und der Vermutungen zur Winkelsumme. | PA
UG |

Mögliche HA: O2a), O2b)

E3 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- erkennen parallele Linien in Parketten.

E3 Bezug

nach E2 mit O2; weiter mit O3, auch V28-V29 möglich

E3 Vorbereitung/Material

Beide Muster auf Folie (Vorlage im MB zu finden). Die in E1 erstellten Parkette digital bereithalten oder in Papierform mitbringen.

E3 Umsetzungsvorschlag (10 min)

- | | | |
|-----|--|-------------|
| 3a) | Muster auf Folie zeigen. Gemeinsam nach den Parallelen suchen und einzeichnen. | UG |
| 3b) | Die Parallelen werden in den eigenen Parketten gesucht und eingezeichnet. Vergleichen und Korrigieren mit dem Nachbarn bzw. in der Gruppe. | EA
PA/GA |

Intensivzugriff

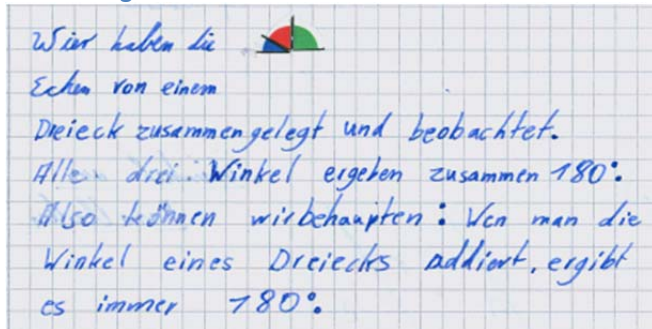
E2 Umsetzungshinweise/Alternativen

Falls O2a) und b) als HA angeschlossen werden, ist es wichtig, dass dann 2c), also der Vergleich und der Eintrag in den WS, gemeinsam in der Folgestunde durchgeführt wird. Ebenso ist V13 möglich.

E2 Erwartungshorizont

- abc) Die Lernenden finden unterschiedliche Möglichkeiten eine Fläche mit Dreiecken zu parkettieren.
 d) Unabhängig von der Reihenfolge gibt es für 180° die Möglichkeiten: GG; OOO; BBBB; GOB; OOB; OBBB. Betrachtet man den 360° Winkel an den zusammentreffenden Eckpunkten, so kombiniert man zwei der obigen Möglichkeiten.
 e) Die Innenwinkelsumme eines Dreiecks beträgt 180°.

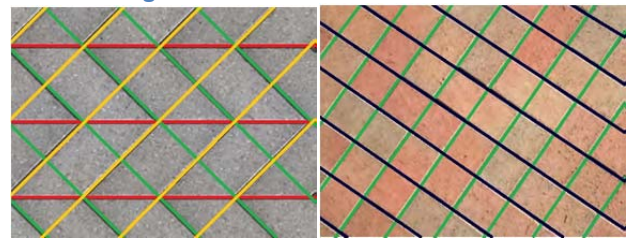
E2 Lernwege



E3 Umsetzungshinweise/Alternativen

Es kann sinnvoll sein, den Begriff „parallel“ noch einmal zu wiederholen, bevor die Parkette gezeigt werden. Alternativ kann die Lehrperson ein Arbeitsblatt mit vorher ausgewählten Parketten der Lernenden vorbereiten, das in Aufgabenteil b) dann alle bearbeiten.

E3 Erwartungshorizont



E3 Diagnose

Erkennen die Lernenden parallele Linien?

E3 Differenzierung

Die Lernenden können auch die Winkel untersuchen, z.B. gleiche Winkel finden und einzeichnen. Ebenso kann eine Suche nach orthogonalen Linien und rechten Winkeln angeregt werden.



Erkunden B

Wie kann ich ein regelmäßiges Muster beschreiben und herstellen?

Schnellzugriff

E4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erkennen Spiegelungen an weißen Linien, Drehungen um schwarze Punkte und Verschiebungen entlang der Seitenlängen und nutzen diese;
- kombinieren Spiegelung, Drehung und Verschiebung, um eine Bewegung zu erzeugen;
- reflektieren die drei Bewegungsmöglichkeiten hinsichtlich ihrer Durchführbarkeit und Effizienz.

E4 Bezug

nach E3 mit O3; weiter mit O4, auch V19-V27 möglich.

E4 Vorbereitung/Material

Spielmaterial aus dem Internet. Spielfiguren und Würfel sowie Kleber mitbringen.

E4 Umsetzungsvorschlag (60 min)

Spielerläuterung mit OHP-Folie. UG
1-2 Spielschritte gemeinsam vollziehen.
Anschließend Material ausschneiden und
Spiel vorbereiten.

4a) Das Spiel wird in 4er-Gruppen gespielt. GA

4b) Reflexion zunächst in EA, anschließend EA/GA/
Austausch in der Gruppe. UG
Gemeinsame Besprechung im Plenum.

Intensivzugriff

E4 Umsetzungshinweise/Alternativen

Bevor „Fische wandern“ gespielt werden kann, muss der Ablauf des Spiels jeder Schülerin bzw. jedem Schüler klar sein. Dazu sollte zunächst die Spielanleitung gemeinsam gelesen werden. Danach ist es sinnvoll, einzelne Spielschritte beispielhaft mithilfe eines Spielbrettes und eines Spielfisches auf Folie am OHP zu veranschaulichen.

Insbesondere ist darauf zu achten, dass der eigene Spielfisch immer genau wie die Fische auf dem Spielfeld liegen muss (Richtung und Farben übereinstimmend).

Die Spielfigur wird zuerst entsprechend der Würfelanzahl gesetzt und darf nur über die Seitenlinie von einem Fisch zum nächsten gesetzt werden, also nicht über Ecken. Die drei Möglichkeiten der Bewegung müssen vor dem Spiel explizit erklärt und unterschieden werden. Möglicherweise sollte darauf hingewiesen werden, dass alle schwarzen Punkte und weißen Linien zum Drehen und Spiegeln genutzt werden können und nicht nur die an den Fisch angrenzenden.

Hinweis zur Erstellung des Spielmaterials: Die Aktionskarten haben eine Vorder- und Rückseite. Beim Ausschneiden der Spielfische ist darauf zu achten, dass sie so gefaltet werden können, dass die Vorder- und Rückseite spiegelverkehrt zueinander sind.

Spielvarianten: Man sollte sich vorher darauf einigen, ob zwei Spielfische und Spielfiguren auf demselben Feld liegen dürfen, oder ob ein liegender Spielfisch das Spielfeld blockiert.

E4 Erwartungshorizont

a) Die Schülerinnen und Schüler spielen das Spiel, indem sie Bewegungen durch Spiegeln, Drehen und Verschieben der Spielfische durchführen.

b) Die Schülerinnen und Schüler reflektieren das Geschehen.

E4 Diagnose

a) Führen die Schülerinnen und Schüler die Bewegungen regelkonform durch?

Werden einzelne Bewegungen kombiniert?

b) Reflektieren die Schülerinnen und Schüler die Spielaktion sinnvoll?

E4 Mögliche Schwierigkeiten

Die Schülerinnen und Schüler...

- haben Schwierigkeiten mit den Begriffen Drehen und Spiegeln: Kurze Erläuterung an der Tafel für einen Fisch. (Dabei auch Farben des Fisches beachten.)
- haben Schwierigkeiten Drehungen und Spiegelungen umzusetzen, besonders bei schwarzen Punkten und weißen Linien, die nicht direkt an den Spielfisch angrenzen, d.h. wenn Drehungen und Spiegelungen über eine längere Distanz ausgeführt werden müssen: Mithilfe des Spielbretts auf Folie einzelne Drehungen und Spiegelungen gemeinsam durchführen und ggf. farblich hervorheben.



Erkunden B Wie kann ich ein regelmäßiges Muster beschreiben und herstellen?

Schnellzugriff

E5 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- unterscheiden Parkette und Muster;
 - ergänzen Muster zu Parketten;
 - finden Muster und Parkette in ihrer Umgebung und zeichnen diese;
 - führen Muster fort und erfinden eigene Muster.

E5 Bezug

nach E4 mit O4; weiter mit O5, auch V19-V27 möglich

E5 Vorbereitung/Material

DIN A4-Blätter

E5 Umsetzungsvorschlag (45 min)

5a)	In EA bearbeiten. Im Plenum sammeln.	EA UG
5b)	Vorzugsweise als HA.	HA
5cd)	Alle erhalten ein DIN A4-Blatt und falten es in 4 gleich große Teile. In drei der vier Felder werden die Muster aus c) fortgeführt. Im vierten Feld wird das eigene Muster gezeichnet. Anschließend werden die Blätter aufgehängt, sodass sie im Rundgang von allen betrachtet werden können.	EA UG
5e)	Diskussion der Regelmäßigkeit.	UG

Intensivzugriff

E5 Umsetzungshinweise/Alternativen

Bei dieser Aufgabe geht es insbesondere um Muster, im Unterschied zu Parketten. Hierbei wird auch die Erzeugung der Muster durch bestimmte Bewegungen in den Fokus gerückt und dadurch ein Zusammenhang zu E4 hergestellt. Pias, Tills und Oles Muster stellen Beispiele für eine Erzeugung von Mustern durch Verschieben, Drehen bzw. Spiegeln dar. Dies sollte von den Schülerinnen und Schülern erkannt werden, um das Muster regelmäßig fortsetzen zu können.

Aufgabenteil b) bietet sich als Hausaufgabe an, da hier Muster und Parkette in der eigenen Umgebung gefunden und gezeichnet werden sollen. Dazu ist es sinnvoll, auch außerhalb der Schule danach zu suchen. An dieser Stelle kann man sich auch auf je ein Beispiel beschränken und dieses groß zeichnen, sodass eine Präsentation in der Folgestunde an der Tafel möglich ist. Alternativ mit dem Partner tauschen.

E5 Erwartungshorizont

a) Merves Muster ist kein Parkett, da die Fläche nichtkomplett ausgefüllt wird, sondern weiße Sechsecke freibleiben. Fasst man die Sechsecke als Figuren auf, so wird ein Parkett gebildet. Ebenso könnte man die Sechsecke durch z.B. sechs der kleinen Dreiecke ausfüllen. Damit erhält man ein Parkett aus nur einer Figur.

Merves Parkett könnte beispielsweise durch Drehen und Spiegeln sowie Verschieben der Schleifenform (zwei Dreiecke) entstanden sein. Es gibt viele Möglichkeiten.

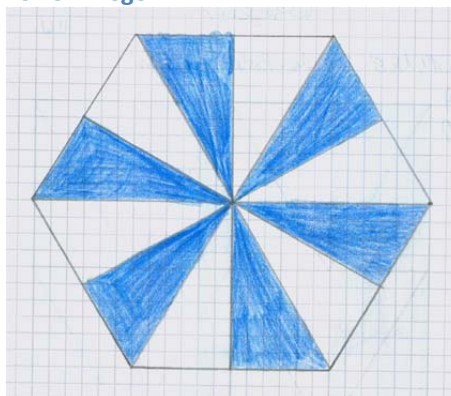
e) Die Muster sind gleichmäßig, da sie durch gleichartige Bewegungen erzeugt wurden.

Pia: gleiche Verschiebung.

Till: gleiche Drehung.

Ole: Spiegelung an horizontalen und vertikalen Geraden.

E5 Lernwege



E5 Diagnose

Werden Unterschiede zwischen Muster und Parkett erkannt?
Werden Möglichkeiten gefunden, wie das Muster entstanden ist?

Werden Muster erkannt und fortgeführt?

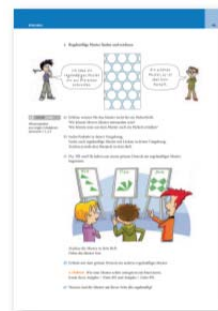
Werden die Muster mit den verschiedenen Bewegungen verknüpft?

E5 Mögliche Schwierigkeiten

Bei der Fortführung von Tills Muster muss besonders auf den Drehwinkel geachtet werden, damit ein regelmäßiges Muster entsteht. Man kann als Tipp geben, dass die Winkel um den Mittelpunkt von einem grünen und einem weißen Teilstück in der Summe ein Teiler von 360° sein müssen.

E5 Differenzierung

Teil d) ist selbstdifferenzierend.



Ordnen A Woran kann man erkennen, ob Winkel zusammenpassen?

Schnellzugriff

O1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- können über die Winkelgröße zusammentreffender Ecken begründen, warum sich mit manchen Grundformen parkettieren lässt und mit manchen nicht.

O1 Bezug

nach E1; weiter mit E2, auch V1-V8 möglich.

O2 Umsetzungsvorschlag (15 min)

- | | | |
|-------------|--|--------------|
| 1ab) | Kurze Murrelphase mit dem Partner. | PA |
| 1c) | Sammeln im Plenum und Formulierung einer Begründung an der Tafel.
Eintrag in den Wissensspeicher. | UG

EA |

O2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- kennen die Winkelsumme im Dreieck;
- können die Winkelsumme im Dreieck an einem geschickten Parkett begründen.

O2 Bezug

nach E2; weiter mit E3; auch V13-V18 möglich.

O2 Umsetzungsvorschlag (10 min)

- | | | |
|------------|---|-------|
| 2a) | Reaktivieren des Wissens aus E2. | UG |
| 2b) | Begründen der Innenwinkelsumme aus 2a) anhand des abgebildeten Parketts. | EA/PA |
| 2c) | Vergleich der Antworten aus 2a) und 2b) und Eintrag in den Wissensspeicher. | UG |

Intensivzugriff

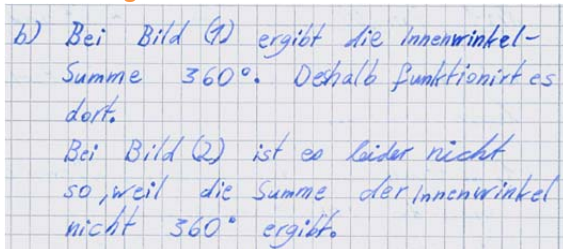
O1 Umsetzungshinweise/Alternativen

Alternativ können **a)** und **b)** als Hausaufgabe vorbereitet werden und nur das Vergleichen und das Eintragen in den WS gemeinsam im Unterricht durchgeführt werden. In Aufgabenteil **b)** ist zu diskutieren, ob bei Beispiel (2) mit den Grundfiguren nie ein Parkett möglich ist.

O1 Erwartungshorizont

- a)** Bei Beispiel (1) und (3) ist ein Parkett möglich, da sich die zusammentreffenden Winkel der Grundfiguren zu einem 360° Winkel zusammenlegen lassen. Dies ist bei Beispiel (2) nicht der Fall, da 108 kein Teiler von 360 ist.
- b)** Bei Beispiel (1) lassen sich die aufeinandertreffenden Winkel der regelmäßigen Dreiecke und Sechsecke zu 360° zusammenfügen. Somit ist ein Parkett möglich. Beispiel (2) funktioniert nicht, da $216^\circ + 72^\circ + 54^\circ = 342^\circ$. Der übrige Winkel von $360^\circ - 342^\circ = 18^\circ$ lässt sich mit keiner der Figuren ausfüllen.

O1 Lernwege



O1 Diagnose

Wird die Begründung über die Summe der Innenwinkel für mögliche oder nicht mögliche Parkette angeführt?

O1 Differenzierung

Wie müsste die Figur bei **b)** Beispiel (2) sein, damit ein Parkett möglich ist?

O2 Umsetzungshinweise/Alternativen

Bei dieser Aufgabe wird insbesondere das Wissen aus E2 reaktiviert und wiederholt. Die Vermutung, die in **a)** über die Winkelsumme aufgestellt wird, soll nun anhand eines vorgegebenen Parketts mit Dreiecken bewiesen werden.

O2 Erwartungshorizont

- a)** Die Summe der Innenwinkel beträgt 180° .
- b)** Die Winkel jedes Dreiecks sind mit den Farben blau, rot und grün markiert. Parkettiert man mit diesen Dreiecken, wie in der Abbildung gezeigt, ergänzen sich jeweils ein roter, ein blauer und ein grüner Winkel von drei in einem Punkt aufeinandertreffenden Dreiecken zu einem 180° Winkel.

O2 Diagnose

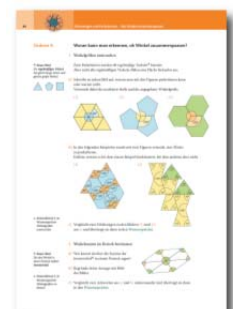
Können die Schülerinnen und Schüler den Beweis mit Rückgriff auf den Vollwinkel oder Halbwinkel führen?

O2 Mögliche Schwierigkeiten

Eventuell fällt es den Schülerinnen und Schülern schwer, den Halbwinkel im Parkett zu erkennen.

O2 Differenzierung

Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler können zusätzlich überlegen, welche Innenwinkelsumme Vierecke und Fünfecke besitzen, und ihre Vermutung begründen.



Ordnen A Woran kann man erkennen, ob Winkel zusammenpassen?

Schnellzugriff

O3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- lernen Stufen-, Scheitel- und Nebenwinkel als besondere Winkelpaare kennen;
- wissen, dass Stufenwinkel nur an parallelen Strecken/Geraden zu finden sind;
- kennen die besonderen Eigenschaften von Stufen-, Scheitel- und Nebenwinkel;
- können selbst ein Beispiel für Stufen-, Scheitel- und Nebenwinkel angeben.

O3 Bezug

nach E3; weiter mit E4; auch V9-V12 und V28-V29 möglich.

O3 Umsetzungsvorschlag (45 min)

3a)	Gleich große Winkel bei Hilfsschnurlinien einzeichnen.	EA
3b)	Bild (1) und Bild (2) vergleichen.	EA
3c)	Die Namen Stufen-, Scheitel- und Nebenwinkel den Winkelpaaren in der Zeichnung zuordnen.	EA
3d)	Vergleich der Lösungen mit dem Nachbarn und anschließend im Plenum mit Eintragung in den Wissensspeicher.	PA/UG
3e)	Größe von Stufen-, Scheitel- und Nebenwinkel vergleichen.	UG
3f)	Aussagen aus e) für Bild (2) prüfen.	UG
3g)	Eintragung in den Wissensspeicher.	EA

Intensivzugriff

O3 Umsetzungshinweise

In E3 wurden bereits parallele Linien in Parketten gefunden. Bei dieser Aufgabe wird ebenso eine Parkettierung mit einer Figur ausgenutzt, um besondere Winkelpaare wie Neben-, Scheitel- und Stufenwinkel mit ihren Eigenschaften einzuführen. Bei dieser Parkettierung lassen sich ebenfalls Parallele finden, die insbesondere für den Stufenwinkel benötigt werden. Der Einsatz von nur einer Figur und der passenden Anordnung ermöglicht eine kontextgebundene Begründung für die Eigenschaften der Winkelpaare. Die notwendige Voraussetzung der parallelen Linien für Stufenwinkel wird anhand eines Gegenbeispiels verdeutlicht.

Alternative: Für eine schnellere Bearbeitung kann die Aufgabe im UG behandelt werden. Dazu ist eine Folie mit den Abbildungen (1), (2) und (3) hilfreich.

Ebenso kann die Aufgabe durchgängig mit der Methode Ich-Du-Wir-Methode bearbeitet werden. Dadurch wird allen Lernenden eine intensivere und individuellere Auseinandersetzung mit den Inhalten ermöglicht.

O3 Erwartungshorizont

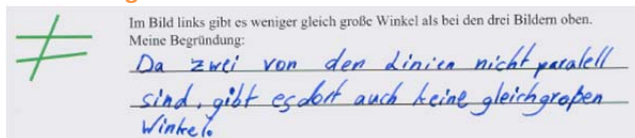
- a) Am Schnittpunkt zweier Geraden sind die gegenüberliegenden Winkel gleich groß, da es sich um denselben Winkel bei zwei identischen Figuren handelt (Scheitelwinkel). Stufenwinkel lassen sich analog mit den Winkelgrößen zweier gleicher Figuren erklären.
- b) Da die beiden Geraden nicht parallel zueinander sind, kann kein regelmäßiges Dreiecksparkett dahinterliegen, und daher gibt es auch weniger gleichgroße Winkel.
- c) Nebenwinkel: violett → sind benachbart, liegen nebeneinander.
Scheitelwinkel: orange → liegen sich am Schnittpunkt der Schenkel eines Winkels gegenüber.
Stufenwinkel: grün → liegen an zwei parallelen Geraden und damit auf verschiedenen Stufen.

e) (1) und (2): Sie sind gleich groß.

(3): Sie ergänzen sich in der Summe zu 180°.

f) Die Aussagen zu (2) und (3) gelten auch für die Abbildung (2), da hier keine parallelen Linien notwendig sind. Gleichgroße Stufenwinkel gibt es nicht, da hierfür die parallelen Linien notwendig sind.

O3 Lernwege



O3 Diagnose

Werden gleichgroße Winkel zwischen den Schnüren erkannt und mithilfe der Parkettierung begründet?

Werden die parallelen Linien als Voraussetzung für Stufenwinkel erkannt?

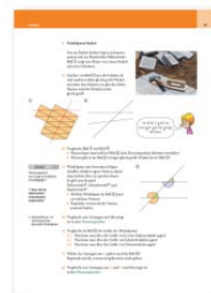
Werden den Winkelpaaren die passenden Namen zugeordnet?

Werden zu den Winkelpaaren passende Eigenschaften gefunden?

O3 Mögliche Schwierigkeiten

Die Schülerinnen und Schüler können

- gleich großen Winkel können nicht über die Parkettierung begründet werden: Mit den Dreiecken aus E2 an der Tafel die Parkettierung legen und die Schnüre einzeichnen. Dann anhand der gefärbten Winkel die gleich großen Winkel begründen.



Ordnen B

Wie kann man ein regelmäßiges Muster beschreiben und herstellen?

Schnellzugriff

O4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erkennen Fischpaare, die durch Verschiebung auseinander hervorgehen, und bestimmen deren Richtung und Länge;
- erkennen nicht benachbarte Fischpaare, die durch Spiegelung entstehen, und zeichnen die Spiegelachse;
- erkennen Fischpaare, die durch Drehung auseinander hervorgehen, zeichnen den Drehpunkt ein und bestimmen die Größe des Drehwinkels.

O4 Bezug

nach E4; weiter mit E5; auch V19-V27 möglich.

O4 Umsetzungsvorschlag (15 min)

4a)	Passende Fischpaare finden/ markieren.	EA
4b)	Kontrolle der gefundenen Fischpaare. Eintrag in den WS.	PA/UG EA

O5 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erzeugen mit der Dreiecksfigur Muster durch Verschieben oder Spiegeln;
- zeichnen Verschiebungspfeile und Spiegelachsen zur Verdeutlichung ein.

O5 Bezug

nach E5; weiter mit O6; auch V30-V35 möglich.

O5 Umsetzungsvorschlag (20 min)

5ab)	Muster kreieren und Konstruktion sichtbar machen.	EA
	Kontrolle der Muster. Eintrag in den WS.	PA/UG EA

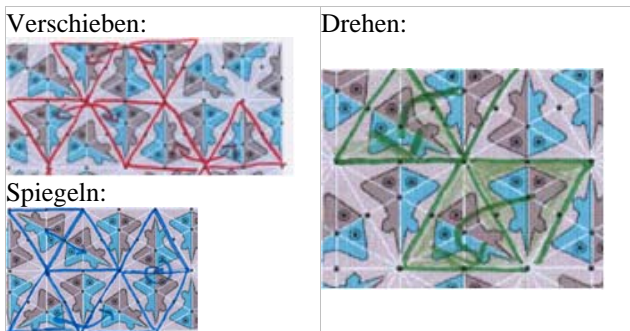
Intensivzugriff

O4 Umsetzungshinweise

Nach selbstständiger Bearbeitung durch die Lernenden werden unklare Fälle gesammelt und im Plenum geklärt. MB-Seite in eine Folie stecken (wiederholte Bearbeitung).

O4 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler finden Beispiele für Fischpaare, die durch Verschieben, Spiegeln und Drehen auseinander hervorgehen, markieren sie, zeichnen Spiegelachsen und Drehpunkte ein und bestimmen die Größe des Drehwinkels.



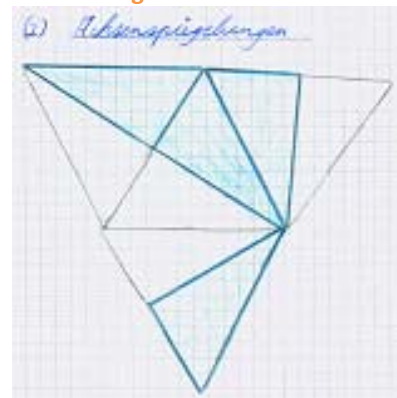
O5 Umsetzungshinweise/Alternativen

Eine Bearbeitung als Hausaufgabe ist möglich. Eine Kontrolle erfolgt über Präsentation oder Rekonstruktion (Wie ist das Muster entstanden?).

O5 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler erzeugen Muster durch Verschieben und Spiegeln und zeichnen Verschiebungspfeile und Spiegelachsen ein.

O5 Lernwege



O5 Differenzierung

Die Aufgabe ist selbstdifferenzierend.



Ordnen B

Wie kann man ein regelmäßiges Muster beschreiben und herstellen?

Schnellzugriff

O6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- können einen Punkt im mathematisch positiven Sinne drehen;
- können das Geodreieck zum Drehen eines Punktes benutzen;
- können einen Punkt um einen bestimmten Winkel drehen.

O6 Bezug

nach O5; weiter mit V30-V35.

O6 Vorbereitung/Material

Großes Dreieck für die Tafel.

O6 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- | | | |
|-----|---|--------------|
| 6a) | Pias Situation mit dem Geodreieck gleichzeitig zum Buch an der Tafel nachstellen und diskutieren. | UG |
| 6b) | Drehung ins Heft zeichnen. | EA |
| 6c) | Erkennen der Fehler mit anschließendem Austausch. | EA/PA/
UG |
| 6d) | Drehung der Punkte im Wissenspeicher. | EA |
| 6e) | Kontrolle durch den Nachbar. Mit Farben markieren. | PA/EA |

Intensivzugriff

O6 Umsetzungshinweise

Diese Aufgabe fokussiert das technische Drehen mit dem Geodreieck. Durch Pias Beispiel werden die Schülerinnen und Schüler dafür sensibilisiert, dass durch Einsatz des Geodreiecks Punkte mit einem bestimmten Winkel um einen Drehpunkt gedreht werden können. Durch das Vorgeben von möglichen Fehlern, werden die Schülerinnen und Schüler zum Reflektieren angeregt. Ebenso soll damit Fehlern vorgebeugt werden.

Alternative: Die Aufgabe kann auch komplett selbstständig von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet werden. Zur Kontrolle können am Ende ein oder mehrere Beispiele von den Lernenden an der Tafel vorgeführt und kurz auf die möglichen Fehler eingegangen werden. Dadurch erhöht sich die Eigenverantwortung der Schülerinnen und Schüler. Die Lehrperson gibt lediglich Hilfestellung.

O6 Erwartungshorizont

- a) Der grüne Punkt wird um 45° um den roten Drehpunkt gedreht.
- b) Die Schülerinnen und Schüler führen die Drehung aus Aufgabenteil a) aus.
- c) Pia: Grauumrandetes Dreieck wurde nicht im mathematisch positiven Sinne um 45° gedreht.
Till: Das Dreieck wurde gespiegelt.
Ole: Der Drehpunkt wurde nicht eingehalten, sodass das Dreieck nach oben verschoben wurde.
- d) Die Schülerinnen und Schüler führen die Drehung für die angegebenen Drehwinkel aus.

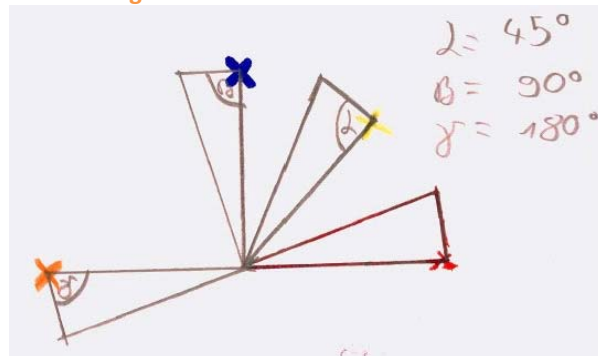
O6 Diagnose

Werden Drehpunkt und Drehwinkel richtig erkannt und angegeben?

Werden die Drehungen richtig mit dem Geodreieck im mathematisch positiven Sinne ausgeführt?

Werden die möglichen Fehler bei der Drehung mit einem Geodreieck erkannt?

O5 Lernwege



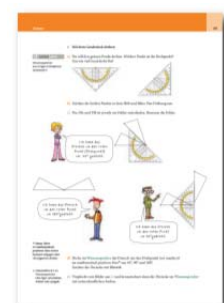
O6 Mögliche Schwierigkeiten

Die Schülerinnen und Schüler haben Schwierigkeiten bei der korrekten Handhabung des Geodreiecks: Individuelle Hilfe geben oder Schülerexperten einsetzen.

Bei einem globalen Auftreten dieser Schwierigkeit: Gemeinsame Besprechung an der Tafel mit dem großen Geodreieck.

O6 Differenzierung

Lernende, die sicher im Umgang mit dem Geodreieck sind, können als Schülerexperten ausgewählt werden. Ihre Aufgabe besteht dann darin, einzelnen Lernenden, die Schwierigkeiten mit der Handhabung des Geodreiecks haben, zu unterstützen. Dadurch werden auch nicht fachliche Kompetenzen zwischen den Schülerinnen und Schülern gefördert.



Vertiefen 1 Parkette untersuchen

Hintergrund	In Vertiefen 1 werden die Prüfung von vorhandenen und die Entwicklung von eigenen Parketten produktiv geübt. Für das vollständige Parkettieren wird das Kriterium des Vollwinkels von 360° trainiert und variiert (V2).
--------------------	--

V1 Ziel: Argumentieren mit Hilfe des Vollwinkels

Typus	Training
Dauer	15 min
Bezug	O1
Hinweise	Als HA geeignet. Hier soll das Argumentieren geübt werden. Die Eignung der verschiedenen Formen zum Parkettieren kann in Abhängigkeit von ihren Innenwinkeln reflektiert werden.

V2 Ziel: Zerlegungen des Vollwinkels vornehmen

Typus	Training
Dauer	10 min
Bezug	O1

V3 Ziel: Parkette in Bezug auf Grundformen und Winkel analysieren

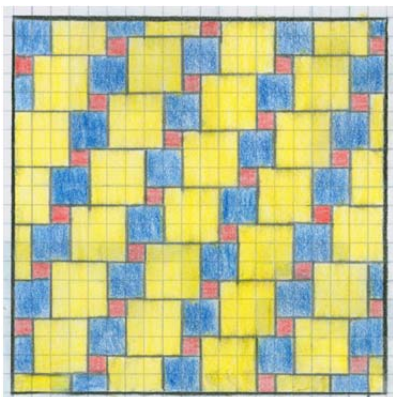
Typus	Training
Dauer	35 min
Bezug	O1
Hinweise	Als HA geeignet.
Material	Evtl. Fotos von Parketten in der Umgebung

V4 Ziel: Parkette skizzieren und Parallelen finden

Typus	Training
Dauer	15 min
Bezug	O1
Hinweise	Wiederholung des Begriffs der Parallelen, ohne dass diese konstruiert werden müssen.

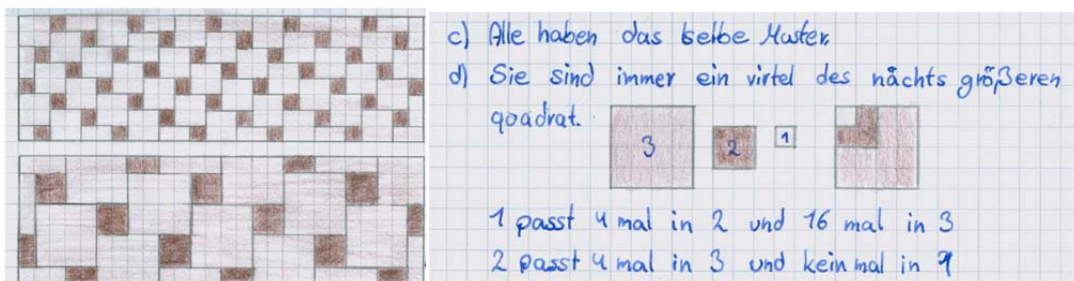
V5 Ziel: Argumentieren mit Hilfe des Vollwinkels

Typus	Training
Dauer	20 min
Bezug	O1
Hinweise	Verschiedene Seitenlängen sind möglich, nur die Verhältnisse der Seitenlängen müssen stimmig sein.



V6 Ziel: Zusammenhänge zwischen Quadratparketten erkunden

Typus Problemlösen
Dauer 30 min
Bezug O1
Hinweise Alle Parkettierungen sind erfolgreich. Das Muster lässt sich als Treppen mit unterschiedlichen Steigungen beschreiben.



Die Kästchenstruktur unterstützt bestimmte Seitenverhältnisse.

V7 Ziel: Winkel und Formen in Parketten untersuchen

Typus Training
Dauer 30 min
Bezug O1

V8 Ziel: Parkette entwerfen und zeichnen

Typus Training
Dauer 15 min
Bezug O1
Hinweise Produktive Aufgabe, die auch am Ende der Reihe noch einmal aufgegriffen werden kann, um eine Ausstellung mit Parketten zu machen, in der auch die Eigenschaften der Parkette erklärt werden.

Vertiefen 2 Besondere Winkelpaare finden und nutzen

Hintergrund Die Identifikation und Benennung der verschiedenen Winkelpaare und ihrer Beziehungen wird geübt. In **V11** wird die Denkrichtung umgekehrt.

V9 Ziel: Winkelpaare finden

Typus Training mit Reflexion
Dauer 25-30 min
Bezug O3
Hinweise Die Schülerinnen und Schüler sollen auch in Bezug auf ihre Umgebung die mathematische Brille aufsetzen. Unter anderem in dieser Aufgabe werden sie dazu angeregt.

V10 Ziel: Winkelpaare finden und produzieren

Typus Training
Dauer 20 min
Bezug O3

V11 Ziel: Aus der Größe von Winkelpaaren Aussagen herleiten

Typus Transfer
Dauer 10min
Bezug O3
Hinweise Es müssen verschiedene Winkelpaare kombiniert werden und dies muss in Bezug auf die mögliche Parallelität der Geraden ausgewertet werden. Insofern ist es eine umgekehrte Denkrichtung.

	V12	Ziel: Gleichgroße Winkel identifizieren
<i>Typus</i>	Training	
<i>Dauer</i>	20min	
<i>Bezug</i>	O3	
<i>Hinweise</i>	Der Winkelsummensatz und andere Winkelzusammenhänge können wiederentdeckt werden.	

Vertiefen 3 Winkel in Dreiecken bestimmen

<i>Hintergrund</i>	Der Winkelsummensatz im Dreieck wird trainiert (V13, V14) und gemeinsam mit den Winkelbeziehungen an parallelen Geraden zur Bestimmung unbekannter Winkel genutzt (V15, V17, V18). V16 nutzt das Vokabular zur Größe von Winkeln (spitz, stumpf, überstumpf), um über die Eigenschaften der Winkel im Dreieck zu reflektieren.
--------------------	---

	V13	Ziel: Das Verhältnis von empirischen Messergebnissen zum Innenwinkelsatz reflektieren
<i>Typus</i>	Reflexion	
<i>Dauer</i>	5 min	
<i>Bezug</i>	O2	
<i>Hinweise</i>	Eine Reflexion über Messgenauigkeit und mathematische Sätze wird angeregt.	

	V14	Ziel: Innenwinkelsatz trainieren
<i>Typus</i>	Spiel	
<i>Dauer</i>	15 min	
<i>Bezug</i>	O2	
<i>Hinweise</i>	Es können sowohl probierend Dreiecke zusammgelegt, als auch der Winkelsummensatz genutzt bzw. wiederentdeckt werden.	

	V15	Ziel: Winkelbeziehungen und Winkelsumme im Dreieck zur Bestimmung unbekannter Winkel nutzen
<i>Typus</i>	Training	
<i>Dauer</i>	15min	
<i>Bezug</i>	O2, O3	
<i>Hinweise</i>	Die SuS können in b) gemeinsam erkennen, dass die Größe der Figur für die Winkelbeziehungen nicht relevant ist.	

	V16	Ziel: Argumentieren am Beispiel von Winkelbeziehungen im Dreieck
<i>Typus</i>	Training, Wiederholen	
<i>Dauer</i>	15min	
<i>Bezug</i>	O2	
<i>Hinweise</i>	Darauf achten, dass die Lernenden Skizzen zum Veranschaulichen beim Begründen nutzen, damit das Verständnis aller gesichert ist, da hier unterschiedlich konkret argumentiert werden kann.	

	V17	Ziel: Winkelsumme zum Zeichnen von Dreiecken nutzen
<i>Typus</i>	Training	
<i>Dauer</i>	30min	
<i>Bezug</i>	O2	

V18 Ziel: Winkelsumme und anderen Winkelbeziehungen anwenden

Typus	Training
Dauer	15min
Bezug	O2, O3
Hinweise	Schülerinnen und Schüler wiederholen die Winkelbeziehungen und verknüpfen mit dem Winkelsummensatz. Die Formulierung weiterer Aussagen über Außenwinkelsummen ist möglich (Differenzierung nach oben: Summe der Außenwinkel $3 \cdot 360^\circ - 180^\circ$).

Vertiefen 4 **Figuren verschieben, spiegeln oder drehen**

Hintergrund	Die drei erarbeiteten Kongruenzabbildungen werden im Kontext von verschiedenen Parkettierungen produktiv geübt. In V19 , V22 , V23 werden sie im bekannten Fischmuster, danach in anderen Formen identifiziert oder realisiert. V20 stellt ein differenziertes Vokabular zur Beschreibung der Abbildungen („Bewegungen“) zur Verfügung, das bei den folgenden Aufgaben gut zur Beschreibung und Identifikation genutzt werden kann (V26). V28 und V29 knüpfen noch einmal an das Produzieren von Parketten mit Dreiecken und Vierecken an. Dies ermöglicht eine Wiederholung zentraler Inhalte aus Vertiefen 1, bei der gleichzeitig die Inhalte der folgenden Vertiefenetappen verknüpft werden können (Welche Abbildungen hast du genutzt? Welche besonderen Winkelpaare kann man finden? Wie kann man mit diesem Bild begründen, dass die Winkelsumme 180° ist?). V31-V33 üben gezielt das Zeichnen von Drehungen, V34 das Verschieben.
--------------------	--

V19 Ziel: Fischmuster mit Bezug auf Bewegungen (Abbildungen) analysieren

Typus	Training
Dauer	30 min
Bezug	O4
Hinweise	Hier geht es vor allem um die Identifikation von Abbildungen. Die offenere Erkundung in a) und b) sollen den Blick mit den Abbildungen vorbereiten.

V20 Ziel: Produktive Identifikation von Bewegungen (Abbildungen) im Fischmuster

Typus	Training
Dauer	15-25min
Bezug	O4
Hinweise	Immer auch positive Charakterisierungen über die Abbildungen motivieren.
Material	MB-Blatt in Klarsichtfolie

V21 Ziel: Fischmuster beschreiben

Typus	Training
Dauer	20 min
Bezug	O4
Hinweise	Hier wird das Vokabular zur Beschreibung von Fischmustern und allgemeiner von Abbildungen trainiert und systematisiert.

V22 Ziel: Fischmuster auf Bewegungen (Abbildungen) analysieren

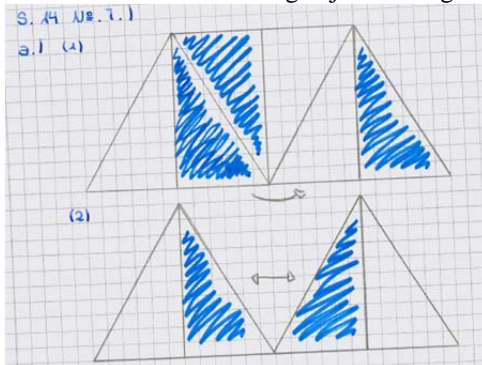
Typus	Training
Dauer	20-25 min
Bezug	O4
Hinweise	b) kann wiederholt in Partnerarbeit durchgeführt werden. Lokalen Austausch mit anderen Pärchen zur Kontrolle integrieren.
Material	MB-Blatt in Klarsichtfolie

V23 Ziel: Fischmuster auf Bewegungen (Abbildungen) analysieren

Typus Komplexeres Training
Dauer 15 min
Bezug O4
Hinweise Hier sind Kombinationen von Abbildungen nötig.

V24 Ziel: Kreation eines eigenen Parketts und Interpretation als Spielplan mit Regeln

Dauer 15-25 min
Material MB
Bezug O4, O5
Hinweise Hier müssen die Abbildungen jetzt auch gezeichnet werden. Erst nach O6 sicher umfassend lösbar.



Diagnose: Werden tatsächlich Parkette gezeichnet oder doch nur Muster? (vgl. E5)

V25 Ziel: Mehrfache Ausführung einer Bewegung (Abbildung)

Dauer 15-20 min
Material MB
Bezug O5

V26 Ziel: Parkette in Bezug auf Bewegungen (Abbildungen) analysieren und beschreiben

Typus Training
Dauer 25 min
Bezug O5
Hinweise In Penrose-Parketten wiederholen sich die Muster nicht regelmäßig.
Produktive Aufgabe: Denk dir eigene Penrose-Parkette aus. Im Internet findest du schöne Beispiele.

V27 Ziel: Gezielt Gegenbeispiele produzieren

Typus Problemlösendes Training
Dauer 20-25 min
Bezug O5

V28 Ziel: Mit Dreiecken parkettieren

Typus Training
Dauer 20 min
Bezug O5
Hinweise Es kann reflektiert werden, durch welche Bewegungen (Abbildungen) das Parkett beschreibbar ist.

Typus	V29 Ziel: Mit Vierecken parkettieren
Dauer	Training
Bezug	25 min
Hinweise	O5 Hier wird nochmals erfahren, dass mit verschiedenen Vierecken parkettiert werden kann und mit dem entstandenen Vollwinkel begründet werden kann.
Typus	V30 Ziel: Grundfiguren und Muster in Parketten identifizieren
Dauer	Training
	15-20 min
Typus	V31 Ziel: Drehungen konstruieren
Dauer	Training
Bezug	20 min
Hinweise	O6 Der Drehwinkel muss jeweils aus dem Vollwinkel abgeleitet werden. In c) ist die Umkehrung verlangt. Einzelne Lernende brauchen vielleicht zunächst eine Drehung mit vorgegebenem Drehwinkel.
Typus	V32 Ziel: 360°-Drehung als Punktspiegelung verstehen
Dauer	Training
Bezug	10 min
Hinweise	O6 <i>Ergänzende Aufgabe:</i> „Auch die vorigen Aufgaben auf Beispiele für Punktspiegelungen durchsuchen.“
Typus	V33 Ziel: Drehungen prüfen
Dauer	Training mit Reflexion
Bezug	15 min
Hinweise	O6 <i>Produktive Erweiterung bei weiterem Übungsbedarf:</i> Partneraktivität. Einer konstruiert eine Drehung (oder eben nicht). Der andere überprüft und gibt gegebenenfalls den Drehwinkel an.
Typus	V34 Ziel: Figuren verschieben und Verschiebungen beschreiben
Dauer	Training
Bezug	20 min
	O5
Typus	V35 Ziel: Parkette analysieren und kreieren
Dauer	Training
Bezug	20-30min
Hinweise	O4-O6 Hier könnten noch einmal schöne Produkte für eine kleine Ausstellung entstehen.

Kompetenzen

Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- erklären mathematische und außermathematische Phänomene mit Fachbegriffen.
- begründen durch Rückgriff auf bekannte Aussagen.
- nutzen Lineal und Geodreieck zum genauen Messen und Konstruieren.

Möglicher Schwerpunkt bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- präsentieren ihre Ergebnisse.

Die Schülerinnen und Schüler erstellen immer wieder Parkette, die sie sich gegenseitig präsentieren. Eine Ausstellung kann die Produkte lohnend zusammenfassen.

Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Sprechen und Schreiben: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende (dauerhaft) aktiv nutzen können (zum Teil aus alten Kapiteln):





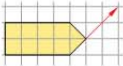

- ich fülle die Fläche lückenlos
- diese Winkel passen zusammen
- ich finde ein regelmäßiges Muster
- das regelmäßige Vieleck
- ich bestimme, vergleiche die Winkelgröße
- der Innenwinkel, die Winkelsumme
- diese Winkel bilden Stufenwinkel, Nebenwinkel, Scheitelwinkel
- liegt gegenüber
- ich drehe die Figur um den Punkt A
- ich spiegele die Figur an der Spiegelachse g / an dem Punkt P
- die Figuren sind achsensymmetrisch/ punktsymmetrisch
- die Figur ist symmetrisch zu der anderen
- die Gerade g ist parallel/ senkrecht zu der Gerade h
- die Geraden g und h sind parallel/ senkrecht zueinander
- der rechte, stumpfe, spitze Winkel


Lesen und Zuhören: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende in ihrer Bedeutung erfassen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- gestreckter Winkel
- sie untersuchen die Größen der Winkelpaare
- die Figuren gehen durch Verschieben, Spiegeln, Drehen auseinander hervor
- sie kommen durch Verschieben, Spiegeln, Drehen zu der anderen Figur



Checkliste Fliesenlegen und Parkettieren –
Wie Winkel zusammenpassen

Ich kann ... Ich kenne ...		Hier kann ich üben ...
K1	<p>Ich kann erklären, woran es liegt, dass man mit einer oder mehreren Figuren parkettieren kann. Warum kann man aus dieser Figur kein Parkett legen? Erkläre mit Hilfe der Winkelgrößen.</p>	 <p>S. 90 Nr. 1, 2, 3 S. 91 Nr. 7</p>
K2	<p>Ich kann eine oder mehrere Formen angeben, mit denen ich parkettieren kann. Zeichne eine Form, mit der du eine Fläche lückenlos füllen kannst.</p>	<p>S. 90 Nr. 3 S. 91 Nr. 5, 7</p>
K3	<p>Ich kann eine fehlende Winkelgröße im Dreieck ausrechnen. In einem Dreieck sind zwei Winkel bekannt: 40° und 90°. Wie groß ist der dritte Winkel?</p>	<p>S. 93 Nr. 14, 15 S. 94 Nr. 18</p>
K4	<p>Ich kann in Figuren mit zueinander parallelen Geraden gleich große Winkel erkennen und die Winkelpaare benennen. Färbe gleich große Winkel mit gleicher Farbe und gib an, ob es Scheitel-, Neben- oder Stufenwinkelpaare sind.</p>	 <p>S. 92 Nr. 9–12</p>
K5	<p>Ich kann angeben, ob zwei gleiche Figuren durch eine Verschiebung, eine Spiegelung oder eine Drehung auseinander hervorgehen. Erläutere, wie die Figuren 1, 2, und 3 aus der blauen Figur hervorgegangen sind.</p>	 <p>S. 96 Nr. 22, 23, 25 S. 97 Nr. 26, 27</p>
K6	<p>Ich kann eine Drehung um 60° (90°, 180°) zeichnen. Übertrage die folgende Figur auf Blankopapier und drehe die Figur um den angegebenen Drehpunkt (x) um 60°, 90° und 180°.</p>	 <p>S. 98 Nr. 31 S. 99 Nr. 32, 33</p>
K7	<p>Ich kann eine Verschiebung zeichnen. Verschiebe die Figur, so wie es der Pfeil angibt.</p>	 <p>S. 99 Nr. 34</p>
K8	<p>Ich kann Figuren an Geraden spiegeln. Spiegle das Sechseck an der roten Geraden.</p>	 <p>S. 96 Nr. 24, 25</p>

► *Hinweis:* Im Materialblock auf Seite 45 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung. Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter  100-1. (www.cornelsen.de/mathewerkstatt, Buchkennung: MWS040 018, Mediacode: 100-1)

Kompetenzen aus vorangegangenem Kapitel

Übektei 5: Alle Kompetenzen aus „Das Gleiche woanders erkennen und herstellen“.

Übektei 6: „Koordinaten und Winkel“: Ich kann Winkel messen und zeichnen.

Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:
<http://www.ko-si-ma.de> → Produkte → Handreichungen → mathewerkstatt 7,
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040018):
www.cornelsen.de/mathewerkstatt → mathewerkstatt 7 oder mathewerkstatt 3.

Winkelsätze 1	Bild der Einstiegsseite (SB KOSIMA)
Winkelsätze 2	Applet <i>Parkette</i> (SB E1/E2/E3 CORNELSEN, Mediencode: 082-1)
Winkelsätze 3	Wissensspeicher <i>Grundbegriffe 4</i> (SB E1 MB Kl. 6)
Winkelsätze 4	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Grundbegriffe 4</i> (SB E1 KOSIMA)
Winkelsätze 5	Arbeitsmaterial <i>Farbdreiecke zum Ausschneiden</i> (SB E2 MB)
Winkelsätze 6	Arbeitsmaterial <i>Parkette auf zueinander parallele Linien untersuchen</i> (SB E3 MB)
Winkelsätze 7	Spiel <i>Fische wandern</i> (SB E4 CORNELSEN, Mediencode: 084-1)
Winkelsätze 8	Wissensspeicher <i>Symmetrie 2</i> (SB E4/E5 MB Kl. 5)
Winkelsätze 9	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Symmetrie 2</i> (SB E4/E5 KOSIMA)
Winkelsätze 10	Wissensspeicher <i>Symmetrie 3</i> (SB E4/E5 MB Kl. 5)
Winkelsätze 11	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Symmetrie 3</i> (SB E4/E5 KOSIMA)
Winkelsätze 12	Wissensspeicher <i>Symmetrie 4</i> (SB E4/E5 MB Kl. 5)
Winkelsätze 13	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Symmetrie 4</i> (SB E4/E5 KOSIMA)
Winkelsätze 14	Wissensspeicher <i>Symmetrie 1</i> (SB E5 MB Kl. 5)
Winkelsätze 15	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Symmetrie 1</i> (SB E5 KOSIMA)
Winkelsätze 16	Wissensspeicher <i>Symmetrie 2</i> (SB O1/O5 MB Kl. 6)
Winkelsätze 17	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Symmetrie 2</i> (SB O1/O5 KOSIMA)
Winkelsätze 18	Wissensspeicher <i>Symmetrie 3</i> (SB O1/O5 MB Kl. 6)
Winkelsätze 19	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Symmetrie 3</i> (SB O1/O5 KOSIMA)
Winkelsätze 20	Wissensspeicher <i>Symmetrie 4</i> (SB O1/O4/O6 MB Kl. 6)
Winkelsätze 21	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Symmetrie 4</i> (SB O1/O4/O6 KOSIMA)
Winkelsätze 22	Wissensspeicher <i>Figuren 1</i> (SB O1/O2/O3 MB)
Winkelsätze 23	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Figuren 1</i> (SB O1/O2/O3 KOSIMA)
Winkelsätze 24	Wissensspeicher <i>Grundbegriffe 4</i> (SB O3 MB Kl. 6)
Winkelsätze 25	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Grundbegriffe 4</i> (SB O3 KOSIMA)
Winkelsätze 26	Arbeitsmaterial <i>Verschieben, Spiegeln und Drehen</i> (SB O4 MB)
Winkelsätze 27	Wissensspeicher <i>Symmetrie 5</i> (SB O4/O6 MB)
Winkelsätze 28	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Symmetrie 5</i> (SB O4/O6 KOSIMA)
Winkelsätze 29	Applet <i>Parkette</i> (SB V8 CORNELSEN, Mediencode: 082-1)
Winkelsätze 30	Arbeitsmaterial <i>Winkelpaare im Fachwerkhaus</i> (SB V9 MB)
Winkelsätze 31	Arbeitsmaterial <i>Winkelpaare finden</i> (SB V10 MB)
Winkelsätze 32	Spiel <i>Dreiecksrommé</i> (SB V14 CORNELSEN, Mediencode: 093-1)
Winkelsätze 33	Wissensspeicher <i>Grundbegriffe 4</i> (SB V16 MB Kl. 6)
Winkelsätze 34	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Grundbegriffe 4</i> (SB V16 KOSIMA)
Winkelsätze 35	Arbeitsmaterial <i>Papierstreifen</i> (SB V18 MB)
Winkelsätze 36	Arbeitsmaterial <i>Fischmuster</i> (SB V20 MB)

Winkelsätze 37	Arbeitsmaterial <i>Fischpaare unterscheiden</i> (SB V22 MB)
Winkelsätze 38	Arbeitsmaterial <i>Spielpläne entwerfen</i> (SB V24 MB)
Winkelsätze 39	Arbeitsmaterial <i>Wege finden</i> (SB V25 MB)
Winkelsätze 40	Arbeitsmaterial <i>Fische färben</i> (SB V27 MB)
Winkelsätze 41	Arbeitsmaterial <i>Parkette aus Vielecken</i> (SB V30 MB)
Winkelsätze 42	Applet <i>Parkette entwerfen</i> (SB V35 CORNELSEN, Mediacode: 099-1)
Winkelsätze 43	Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediacode: 100-1)
Winkelsätze 44	Checkliste zum Ausfüllen (SB MB & CORNELSEN)