

Raus aus den Schulden – Mit negativen Zahlen rechnen



Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....	ab Seite 2
Einstieg	ab Seite 6
Erkunden	ab Seite 8
Ordnen	ab Seite 14
Vertiefen	ab Seite 18
Kompetenzen und Checkliste	ab Seite 20
Materialübersicht für dieses Kapitel.....	ab Seite 22

Herausgegeben von:

Timo Leuders
Susanne Prediger
Bärbel Barzel
Stephan Hußmann

Autoren:

Stephan Hußmann
Maike Schindler

Redaktion:

Raja Herold

© 2014 Kosima-Projekt

Zitierbar als Hußmann, Stephan & Schindler, Maike (2014): Raus aus den Schulden – Mit negativen Zahlen rechnen. In: Leuders, T., Prediger, S., Barzel, B. & Hußmann, S.(Hrsg.): Handreichungen zur Mathewerkstatt 7. Dortmund/ Freiburg: Kosima. Online unter: www.ko-si-ma.de.

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin:

Das Copyright gilt für alle dargestellten Seiten und Auszüge von Seiten des Schülerbuches und des Materialblocks der *mathewerkstatt*; Rechteinhaber und Bildquellen sind in den entsprechenden Bildnachweisen dieser Produkte ausgewiesen.

Titel Raus aus den Schulden

Thema Mit negativen Zahlen rechnen

Kontexte – Kernfragen – Kernideen

Schulden und Guthaben stellen einen Kontext bereit, in dem man authentisch negative Zahlen verstehen und mit ihnen rechnen kann. Schülerinnen und Schüler können sich vorstellen, was Guthaben, Schulden, Einnahmen und Ausgaben bedeuten und diese mit negativen und positiven Zahlen beschreiben. Die Herausforderung, Rechen- und Zahlzeichen in Rechnungen wie z.B. $3 - (-5)$ zu verstehen, wird in diesem Kontext gelöst, indem das Rechenzeichen als zeitliche Operation und das Zahlzeichen als Bestand bzw. Änderung verstanden wird. Insofern bedeutet $3 - (-5)$ z.B. ich habe 3€ Guthaben und monatliche Ausgaben von 5€, vor einem Monat hatte ich somit 8€. Das Ganze ist eingebettet in eine Spielsituation, in der eine kritische Haushaltssituation mit Schulden auf dem Konto den Anlass bietet, durch geschicktes Agieren Monat für Monat Schulden abzubauen, bis man sein eigenes spezifisches Haushaltsziel erreicht hat.

Kernfrage A: Wie kann ich rechnen, wenn ich mehr wegnehme, als ich habe?

Insofern stellt „Guthaben und Schulden“ einen Kontext bereit, in dem den Rechenregeln sinnstiftende Bedeutung verliehen wird, so dass der Gefahr entgegen gewirkt wird, den richtigen Umgang mit den unterschiedlichen Zahl- und Rechenzeichen - im schlechtesten Fall - nur auswendig zu lernen. Als zentrales Anschauungsmittel wird die Zahlengerade genutzt, die den Zahlenstrahl links von der Null erweitert. Die Rechnungen werden im Kontext gedeutet und an der Zahlengerade dargestellt.

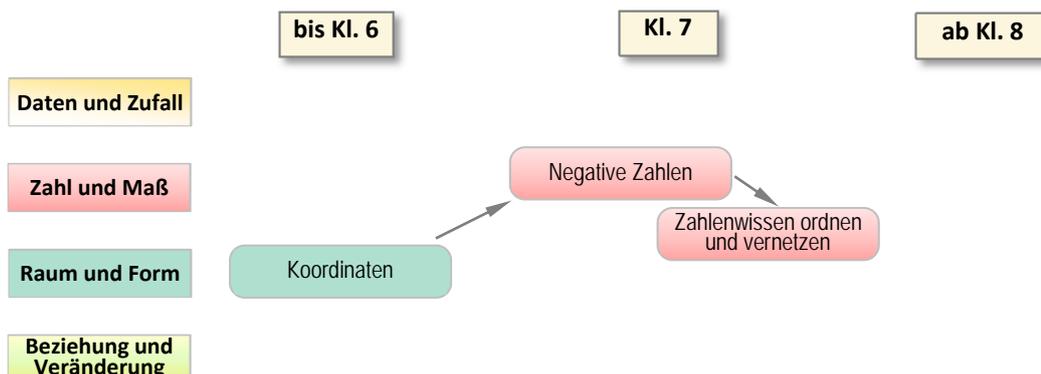
Kernfrage B: Wie kann ich mit negativen Zahlen wiederholt dasselbe rechnen?

Auch die Multiplikation lässt sich adäquat deuten als sich ein über mehrere Monate wiederholender Prozess von Einnahmen oder Ausgaben: $(-3) \cdot (-5)$ entspricht der Deutung „bei monatlichen Ausgaben von 5€, hatte ich vor 3 Monaten 15€ mehr“. Auch hier dient die Zahlengerade als zentrales Anschauungsmittel und wird am Ende des Unterrichts durch strukturierte Päckchen zur Darstellung des Permanenzprinzips komplettiert.

Kompetenzen

- K1: Ich kann die Bedeutung von Schulden und Guthaben im Alltag beschreiben und damit rechnen.
- K2: Ich kann positive und negative Zahlen auf der Zahlengeraden eintragen und ablesen, auch im Kontext.
- K3: Ich kann positive und negative Zahlen der Größe nach vergleichen und die Reihenfolge in Sachsituationen erklären.
- K4: Ich kann Situationen (z.B. mit Geldfluss und Kontostand) mit positiven und negativen Zahlen beschreiben und dazu Bilder und Rechenaufgaben finden.
- K5: Ich kann zu Additions- und Subtraktionsaufgaben mit negativen und positiven Zahlen Bilder zeichnen und Situationen angeben.
- K6: Ich kann negative und positive Zahlen addieren und subtrahieren.
- K7: Ich kann Situationen (z.B. mit Kontostand und Monaten) mit positiven und negativen Zahlen beschreiben und dazu Bilder und Rechenaufgaben finden.
- K8: Ich kann zu Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit negativen und positiven Zahlen Situationen angeben und auf einer Zahlengeraden darstellen.
- K9: Ich kann negative und positive Zahlen multiplizieren und dividieren.

Zusammenhang



Struktur

ca. 2-3 Wochen

Auftakt: Erste Sensibilisierung für den Umgang mit Schulden bei der Aufnahme von Krediten			E	O
A Wie kann ich rechnen, wenn ich mehr wegnehme, als ich habe?			E	O
E1 Spiel ‚Raus aus den Schulden‘		V1-V2 Überschuldung – ein ernsthaftes Problem	45	
E2 Schulden und Guthaben auf der Kontostandleiste	O1 Zahlenstrahl nach links erweitern	V3-V11 Positive und negative Zahlen darstellen und vergleichen	20	20
	O2 Positive und negative Zahlen vergleichen			25
E3 Einnahmen und Ausgaben zusammenrechnen		V12-V18 Addieren und Subtrahieren mit der Zahlengeraden	25	
E4 Kontostand und monatlicher Geldfluss	O3 Negative Zahlen in Situation, Bild oder Rechnung darstellen	V19-V20 Addieren und Subtrahieren in Situationen	45	45
		V21-V22 Addieren und Subtrahieren mit Mustern und Regeln		
B Wie kann ich mit negativen Zahlen wiederholt dasselbe rechnen?			E	O
E5 Über mehrere Monate den Geldfluss berechnen	O4 Positive und negative Zahlen multiplizieren	V23-V40 „Früher und später“ – Multiplikation und Division	45	25
E6 Schuldenabbau planen	O5 Positive und negative Zahlen dividieren	V41-V46 Negative Zahlen überall	45	45
E7 Päckchen mit Mustern	O6 Päckchen mit Mustern	V47-V48 Staatsschulden – große negative Zahlen	30	30

Kurzweg: Ohne Berücksichtigung des Permanenzprinzips kann man **E7** und **O5** weglassen.

Intensivzugriff

Hintergrund

Wozu benötigt man eigentlich negative Zahlen? Im Alltag reicht es aus, von 500€ Schulden zu sprechen. Auch im Aufzug redet man nicht vom „-3. Stockwerk“, und Meerestiefen werden zumeist nicht als -10000 m, sondern als 10000 m tief bezeichnet. Doch es gibt auch Alltagssituationen, in denen negative Zahlen auftreten, etwa bei Temperaturangaben oder bei Zeitmessungen im Sport. Und spätestens, wenn man Schulden und Guthaben oder Temperaturen unter und über 0°Celsius miteinander verrechnet, muss man auch mit negativen Zahlen rechnen. Genau hier zeigt sich auch der Kern im Umgang mit positiven und negativen Zahlen: Negative und positive Zahlen ermöglichen das Messen bezüglich einer fest gewählten Vergleichsmarke, z.B. Höhen- und Tiefenangaben relativ zu Normalnull. Dazu müssen Höhen- und Tiefenangaben, Schulden und Guthaben jeweils einem gemeinsamen Größenbereich untergeordnet werden. Insofern bieten negative Zahlen als Erweiterung der natürlichen Zahlen einen für Alltagskontexte nützlichen Zahlbereich.

Ein Kontext für die negativen Zahlen muss Verschiedenes erfüllen:

(1) *Der Kontext muss den gemeinsamen Größenbereich fassbar machen.*

Das gelingt über den Kontostand bei Guthaben und Schulden;

(2) *Der Kontext muss für die Schülerinnen und Schüler authentisch sein.*

Durch die Einbindung in reale Haushaltssituationen, in denen die monatlichen Belastungen den monatlichen Einnahmen gegenüberstehen, wird gleichermaßen etwas über den Kontext gelernt;

(3) *Der Kontext muss den Zahlzeichen und Rechenzeichen tragfähige Bedeutungen verleihen.*

Inkonsistenzen treten in vielen Kontexten besonders deutlich auf, wenn das Minuszeichen zweifach hintereinander auftritt: als Rechenzeichen und als Zahlzeichen. Rechenaufgaben der Form $-4 + (-7)$ lassen sich in verschiedenen Kontexten noch sinnvoll deuten, z. B.: Ein Kontostand von -4€ verändert sich um -7€, wie hoch ist der Kontostand nach der Veränderung? Doch entstehen bei der Deutung von $-4 - (-7)$ Probleme. Nun muss ein Kontostand um -7 verringert werden. Dass nach der Verminderung mehr auf dem Konto sein soll, fällt vielen Schülerinnen und Schülern schwer. Daher wird in dem vorliegenden Kontext das Rechenzeichen als Entwicklung in der Zeit und das Zahlzeichen als Bestand im Sinne von Schulden oder Guthaben oder als Veränderung im Sinne von Einnahmen und Ausgaben interpretiert. Die Rechnung $-4 - (-7)$ wird nun so gedeutet, dass man von dem aktuellen Kontostand von -4€ bei monatlichen Ausgaben von 7€ zurückblickt und fragt, wie vor einem Monat der Bestand war. Es ist naheliegend, dass man vor einem Monat sicher mehr Geld besessen hat, wenn man jeden Monat Ausgaben hat.

(4) *Der Kontext muss für alle Rechenoperationen tragfähig sein.*

Dieser Deutung als zeitliche Entwicklung von Kontoständen verleiht auch der Multiplikation Sinn, denn „Minus mal Minus ist natürlich Plus“, denn bei 7€ monatlichen Ausgaben, hatte man vor drei Monaten 21€ mehr auf dem Konto, oder als Rechnung $(-3) \cdot (-7) = 21$.

Etappe A: Wie kann ich rechnen, wenn ich mehr wegnehme, als ich habe?

In dieser Etappe wird der Kontext über das Spiel ‚Raus aus den Schulden‘ eingeführt (E1), sowohl als Computer- als auch als Brettspiel. Die Spielerinnen und Spieler befinden sich in der Lage von Personen, die versuchen, ‚raus aus den Schulden‘ zu kommen. Jeder Spieler und jede Spielerin hat zu Beginn einen negativen Kontostand und ein individuelles Profil, bestehend unter anderem aus monatlichen Einnahmen und Fixkosten. Die Spielerinnen und Spieler nutzen Spielfiguren, die sie zu Beginn auf einen Kontostandleiste platzieren. In den Spielrunden ziehen die Spielerinnen und Spieler jeweils ihre monatlichen Einnahmen und Ausgaben – in jeder Runde können durch das Ziehen von Aktionskarten und durch das Aufnehmen oder Abgeben von Luxusgütern (z. B. Handyvertrag, monatliche Kosten für Nachhilfe oder PayTV, ein Zeitungsabonnement) zusätzliche Einnahmen oder Ausgaben entstehen.

Das Spiel ist so aufgebaut, dass es Erfahrungen ermöglicht, die sowohl zur Erschließung des Kontexts als auch für die spätere Behandlung der Ordnungsrelation und der Rechenoperationen genutzt werden können. Die Kontostandleiste ermöglicht Vorerfahrungen zur Orientierung auf der Zahlengerade, die Betrachtung von Guthaben/Schulden trägt zu einem Verständnis von Beständen bei und die Betrachtung der Kontoveränderungen über mehrere Monate bereitet eine Deutung der Multiplikation als wiederholte Veränderung vor. Die Schülerinnen und Schüler schreiben während des Spiels in jeder Runde ein Spielprotokoll, in dem sie die Kontostandveränderungen durch Pfeile auf der Zahlengerade eintragen.

Die im Spiel gesammelten Erfahrungen werden in allen anschließenden Erkundenaufgaben reflektiert und bilden die Basis für das inhaltliche Deuten der Ordnungsrelation (E2, O3) und der Rechenoperationen, erst Addition und Subtraktion von Veränderungen (E3), dann als Addition und Subtraktion von Bestand und Veränderung (E4). Die Spielprotokolle, die die Lernenden anfertigen, dienen der gezielten Anregung von Darstellungswechseln zwischen Zahlengerade (bzw. Kontostandleiste), Kontext und Term (E4, O3).

Dem Wechsel zwischen den Darstellungen kommt in diesem Kapitel besondere Bedeutung zu, da die Darstellung an der Zahlengerade die Schülerinnen und Schüler vor besondere Herausforderungen stellen kann. Für jeden möglichen Typ einer formal-symbolischen Aufgabe existiert eine entsprechende Situation im Kontext, welche

wiederum an der Zahlengerade dargestellt werden kann. Da die ganzen Zahlen sowohl als Bestand als auch als Änderung interpretiert werden können, haben sie Auswirkungen auf die Wechsel zwischen den Darstellungen, insbesondere bei der Zahlengerade. Dabei hat bspw. der Pfeil eine besondere Bedeutung – und zwar nicht nur seine Richtung, sondern auch sein Start- und Endpunkt: Für $(\pm a) \pm (\pm b)$ stellt $(\pm a)$ als der aktuelle Kontostand einen Punkt auf der Zahlengeraden dar. $(\pm b)$ stellt die Veränderung und damit einen Pfeil dar. Für $+b$ ist dieser Pfeil im Sinne von Einnahmen nach rechts, für $-b$ im Sinne von Ausgaben nach links gerichtet. Je nachdem, ob als Rechenzeichen ein $+$, für den Blick in die Zukunft, oder ein $-$, für den Blick in die Vergangenheit, vorliegt, muss der Pfeil mit dem Pfeilanfang oder mit der Spitze am aktuellen Bestand ansetzen. Schaut man in die Zukunft, so setzt der Pfeil mit seinem Anfang an – schaut man in die Vergangenheit, so setzt er mit der Spitze am aktuellen Kontostand an (E4, O3). Dieser besondere Zusammenhang zwischen den Darstellungen wird von Beginn an authentisch bzgl. der mathematischen Tätigkeiten und der kontextuellen Relevanz thematisiert und genutzt. Dabei wird u.a. darüber reflektiert, dass eine Darstellung an der Zahlengerade zwei unterschiedliche Situationen und entsprechend zwei unterschiedliche Rechenaufgaben darstellt (E4, O3).

Etappe B: Wie kann ich mit negativen Zahlen wiederholt dasselbe rechnen?

Die Multiplikation (und damit auch die Division) greift die im Rahmen der Addition und Subtraktion vorgenommenen Deutungen auf. Das Operationszeichen „ \cdot “ wird – im Anschluss an die Deutungen der Addition und Subtraktion – als wiederholte zeitliche Veränderung in die Zukunft bzw. in die Vergangenheit gedeutet (E5, E6, O4, O5). Die Schülerinnen und Schüler werden – wie auch bei der Addition und Subtraktion – erneut über den Rückgriff auf Erfahrungen im Spiel an die Deutungen der Zahl- und Rechenzeichen herangeführt: über die Betrachtung gleichbleibender Geldflüsse über mehrere Monate. Bei der Multiplikation wird zunächst nur die Veränderung des Kontostandes betrachtet – ohne einen initialen Startwert zu berücksichtigen: Bei der Aufgabe $4 \cdot (-20)$ wird -20 als monatliche Verringerung des Kontostandes (Ausgaben) um 20€ gedeutet. Die Zahl $(+4)$ wird als Blick in die Zukunft gedeutet. $4 \cdot (-20)$ ist die Veränderung des Kontostands 4 Monate später. Ebenso wie auch für die Addition und Subtraktion werden für die Multiplikation und Division Darstellungswechsel zwischen Term, Zahlengerade und Kontext gezielt angeregt (O4, O5).

Auch wenn eine kontextuelle Einbettung negativer Zahlen wohlbegründet ist und die Grundlage für ein tragfähiges und nachhaltiges inhaltliches Verständnis liefert, ist es notwendig, dass Schülerinnen und Schüler die innermathematischen Zusammenhänge dahingehend durchdringen, dass sie die Widerspruchsfreiheit und Regelmäßigkeit über die Zahlbereiche hinweg erkennen und be-

gründen können. Dies gelingt zum einen über die mit dem Permanenzprinzip strukturierten Päckchen, die im Anschluss an die beschriebenen Kontexterfahrungen eingesetzt werden können, und zum anderen über die bewussten, an den Kontext angebotenen Regeln (E7, O6).

Kurzweg

Das Kapitel ist auf drei Wochen angelegt und kann nur schwer verkürzt werden, da alle zentralen Aspekte zu negativen Zahlen enthalten sind. Eine kontextfreie Nutzung ist nicht möglich, da dies weder sinnvoll ist, noch die Aufgabenstruktur dies ermöglicht. Jedoch wäre denkbar, dass die über das Permanenzprinzip strukturierten Päckchen ausgelassen werden (E7, O6). Da diese Aufgaben den strukturorientierten Blick auf die Mathematik hervorheben, wäre es allerdings schade auf diese zu verzichten.

Diagnose

In diesem Kapitel kommen verschiedene Herausforderungen auf die Lernenden zu, denen entsprechend Aufmerksamkeit gezollt werden sollte:

- Wie gelingt den Schülerinnen und Schülern das kontextbasierte Verständnis negativer Zahlen?
- Wie nutzen sie die Zahlengerade, wie gelingen ihnen die anderen Darstellungswechsel?
- Welche Strategien nutzen die Schülerinnen und Schüler, mit den sprachlichen Herausforderungen umzugehen, z.B. Kontostand und Geldfluss, Guthaben und Einnahmen, Schulden und Ausgaben?

Literatur

- Hußmann, Stephan & Schindler, Stephan (2014): Ein Kontext für die Multiplikation negativer Zahlen – auch für die Multiplikation. In: *mathematik lehren*, Heft 183, 28-32.
- Hefendehl-Hebeker, Lisa (1989): Die negativen Zahlen zwischen anschaulicher Deutung und gedanklicher Konstruktion – geistige Hindernisse in ihrer Geschichte. In: *mathematik lehren*, Heft 35, 6-12.
- Streefland, Leen (1996): Negative Numbers: Reflections of a Learning Researcher. In: *Journal of Mathematical Behavior* 15(1), 57-77.

Einstiegsseite Raus aus den Schulden – mit negativen Zahlen rechnen

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- lernen die Rolle von Schulden in Alltagssituationen kennen;
- hinterfragen die Entwicklung von Schulden, ohne dies hier schon mathematisch klären zu müssen.

Bezug

Die Einstiegsseite bereitet das inhaltliche Verständnis des Spiels vor und sensibilisiert für das Thema

Vorbereitung/Material

Evtl. die Auftaktseite als Folie (siehe Onlinebereich)

Umsetzungsvorschlag (20 min)

Gemeinsames Betrachten der Einstiegsseite, UG
insbesondere der Diskussion der vier Freunde
 Klärung der Bedeutung von monatlich wachsenden Schulden und den tatsächlichen Gesamtschulden, die sich dahinter verbergen.
 Gegebenenfalls lassen sich die anfallenden Kosten für die Laufzeit berechnen oder auch die möglichen Schulden, die Ole machen würde, wenn er keinen Job findet.

HA: V1 oder (ggf. längerfristige) in verschiedenen Quellen nachlesen, was es für Kredite gibt, wie teuer ein Handy ist, wenn man die monatlichen Raten zusammenaddiert oder wie hoch die Schuldenlast der Bundesrepublik Deutschland und anderer Länder ist.

Intensivzugriff Umsetzungshinweise/Alternativen

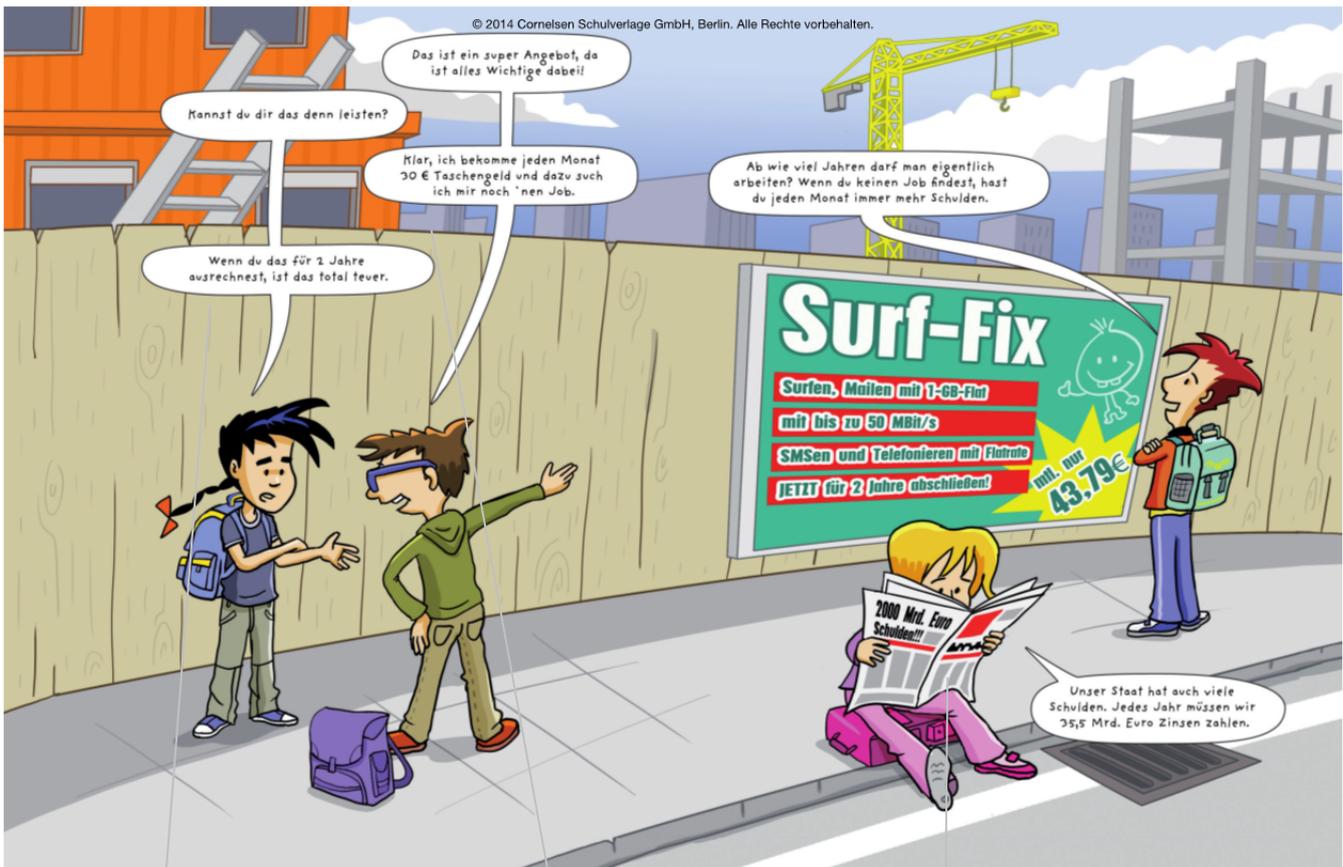
Die Daten zu den Schuldenentwicklungen der Bundesrepublik könnten alternativ genauer betrachtet werden, jedoch werden sie auch in **V47** und **V48** noch thematisiert.

Arbeitsaufträge zur Bearbeitung sind zum Beispiel:

- Wie hoch sind die Kosten für das Handy insgesamt?
- Wie hoch sind die Schulden, wenn Ole keinen Job findet?
- Diskutiert, ob man Schulden machen sollte und was passieren kann, wenn man sie nicht bezahlen kann?

Lernwege

Es zeigt sich, dass die Lernenden sehr unterschiedliche Vorstellungen und Wissen zu ‚Schulden‘ haben und das Thema sehr kontrovers diskutiert werden kann. Hier sollte es nicht darum gehen, den moralischen Zeigefinger zu heben, sondern zu sensibilisieren.



Hier stellt sich die Frage, wie teuer ein Handy ist, wenn man es nicht monatlich abbezahlt.

Oles Ausspruch kann Anlass bieten, um über die Höhe aufzunehmenden Schulden zu sprechen.

Hierzu könnte man recherchieren, wie hoch die Schulden sind, und was ein Land jährlich abbezahlen muss.

Ziele des Kapitels aus Vorschauerspektive

In diesem Kapitel ...

- rechnest du mit Schulden und Guthaben
- lernst du die negativen Zahlen kennen
- rechnest du mit negativen Zahlen

Erkunden A Wie kann ich rechnen, wenn ich mehr wegnehme, als ich habe?

Schnellzugriff

E1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- aktivieren und sammeln Erfahrungen zu negativen Zahlen im Umgang mit Schulden und Guthaben;
- können Rechenoperationen mit Schulden und Guthaben im Kontext und an der Kontostandleiste durchführen;
- nutzen verschiedene Darstellungen zum Umgang mit negativen Zahlen zu nutzen.

E1 Bezug

weiter mit E2

E1 Vorbereitung/Material

Spielmaterial für jede Spielgruppe: Computerspiel oder selbst hergestelltes Brettspiel im Materialblock ggf. Spielprotokoll

E1 Umsetzungsvorschlag (ca. 45 min)

- 1a) Klären der Spielregeln durch Vorspielen; UG
Verteilen des Spielmaterials

Mehrmaliges Durchspielen	GA
--------------------------	----

- 1b) Herstellung des Bezugs zum Einstieg UG

HA: V1 und/oder V2

Intensivzugriff

E1 Umsetzungshinweise/Alternativen

Ohne Spielmaterial:

Sollte das Computerspiel nicht zur Verfügung stehen, kann auch das Material ausgedruckt werden und an einer selbst entwickelten Kontostandleiste gespielt werden. Das Spielprotokoll dient später dazu, den mathematischen Gehalt des Spiels zu nutzen und zu reflektieren. Daher ist es wichtig, die Schülerinnen und Schüler anzuhalten, das Protokoll zu führen. Da man nicht immer den Rechner zur Verfügung hat, sollte das Spielprotokoll parallel auf einem Blatt ausgefüllt werden.

E1 Erwartungshorizont

Durch das Spiel angebahnte, jedoch erst spätere, Erkenntnisse der Schülerinnen und Schüler sollten sein:

- Schulden und Guthaben sind Zustände, die sich als Orte auf der Kontostandleiste (der Zahlengerade) eintragen lassen.
- Einnahmen und Ausgaben sind Veränderungen, die durch Pfeile mit unterschiedlichen Richtungen darstellbar sind.
- die Rechenoperationen lassen sich als Entwicklung in der Zeit deuten.

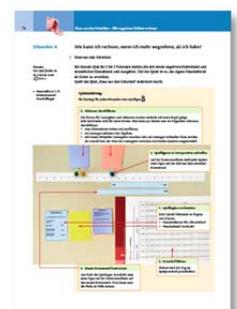
E1 Diagnose

- Welche Vorstellungen nutzen die Lernenden schon spontan, welche Darstellungen nutzen sie, z.B. brauchen sie die Pfeile?
- Welche ersten Strategien zum Rechnen verfolgen die Lernenden?
- Welche Vorerfahrungen mit Schulden und Guthaben haben die Lernenden?

E1 Differenzierung

Schülerinnen und Schüler, die Schwierigkeiten haben beim Rechnen mit negativen Zahlen, sollten unbedingt die Pfeile als Darstellungsmittel nutzen. Wer sicher rechnen kann, kann im Laufe des Spiels auf die Verwendung der Pfeile verzichten.

Wer nicht versteht, wie man aus den Schulden raus kommt, dem können Fragen helfen, wie z.B.: „Angenommen du hast ein Luxusgut weniger, steigen oder fallen dann die monatlichen Ausgaben?“ oder „Was muss größer sein Einnahmen oder Ausgaben, um jeden Monat etwas mehr Geld zu haben?“



Erkunden A Wie kann ich rechnen, wenn ich mehr wegnehme, als ich habe?

Schnellzugriff

E2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- untersuchen Spielelemente systematisch;
- deuten ganze Zahlen als Kontostände (Guthaben, Schulden);
- vergleichen ganze Zahlen im Kontext (auf der Kontostandleiste);
- identifizieren das Zahlzeichen als Kodierung für Guthaben oder Schulden.

E2 Bezug

Systematische Untersuchung des Spiels aus **E1**, um ganze Zahlen besser zu verstehen, weiter mit **O1**

E2 Vorbereitung/Material

Man kann eine Kontostandleiste für die Präsentation vorbereiten, eine reale oder eine auf Folie gezeichnete.

E2 Umsetzungsvorschlag (20 min)

2a) Gemeinsame Klärung der Fragestellung GA

2b) Eintragen auf der Kontostandleiste und gegenseitiges Überprüfen, Abgleich ggf. im Klassenverband EA/PA/UG

2c) Eintragen auf der zuvor erstellten Kontostandleiste, Vorstellen am OHP oder an der Tafel, gemeinsame Diskussion über das Zahlzeichen EA/UG

HA Aus **V1-V5**

E3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- untersuchen Spielelemente systematisch
- deuten ganze Zahlen im Kontext als Veränderungen (Einnahmen, Ausgaben)
- vergleichen ganze Zahlen im Kontext (auf der Kontostandleiste)
- tragen Veränderungen auf der Kontostandleiste (Zahlengerade) ein

E3 Bezug

Nach **O2**, Anbindung an das Spiel aus **E1**, um ganze Zahlen besser zu verstehen.

E3 Umsetzungsvorschlag (25 min)

3abc) Schreibgespräch über alle Teilaufgaben EA/GA hinweg:
Zuerst alleine eintragen, dann weitergeben und gegenseitiges Verbessern, am Ende jeder Teilaufgabe Gruppen- oder Klassengespräch

3d) Austauschen von Aufgaben und Bildern EA/UG

HA **V10** und/oder **V11**

Intensivzugriff

E2/E3 Umsetzungshinweise

Variante: Wenn geeignete Unterrichtssituationen im Sinne dieser Aufgaben vorliegen, kann man beide Aufgaben auch entlang dieser Situationen thematisieren. In diesem Fall würden sich die Aufgaben im Unterricht als Vertiefung eignen, **2c)** und **3d)** wären dann geeignete Hausaufgaben.

E2/E3 Erwartungshorizont

Die Schülerinnen und Schüler sollen Schulden, Guthaben, Einnahmen und Ausgaben im Kontext und auf der Kontostandleiste identifizieren können, insbesondere als Unterschied zwischen Status und Veränderungen. Die Rechenzeichen werden als Zusammenfügen oder Abziehen interpretiert und in Form von Pfeilbildern als Hintereinanderlegen realisiert.

2b) Die Schülerinnen und Schüler vergleichen ihre Ergebnisse aus **2a)**. Schwierigkeiten könnten bei der Begründung der Unterschiede zwischen den Karten auftreten.

E2/E3 Differenzierung

Bei leistungsschwächeren Schülern gezielt den Blick auf

die Begriffspaare legen: Guthaben und Schulden, Einnahmen und Ausgaben, aber auch Guthaben und Einnahmen, Schulden und Ausgaben.

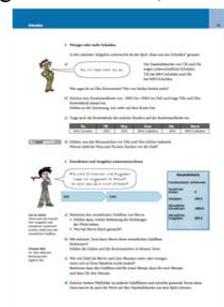
E2/E3 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten bei E2:

- Die Zahlen werden nur nach ihrem Betrag verglichen, hier kann **V9** helfen.
- Die Frage ‚Wer hat mehr?‘ wird als sowohl für Schulden als auch für Guthaben gedeutet.
- Evtl. zeichnen die Lernenden die Zahlengerade in die ‚falsche‘ Richtung, weil sie in der Spielsituation die Kontostandleiste auf dem Kopf gesehen haben, Hier ist es lohnenswert, über die Konvention der Richtung der Zahlengerade zu sprechen.

Mögliche Schwierigkeiten bei E3:

- **3c)** kann für schwache Schüler und Schülerinnen eine Herausforderung sein, darauf könnte auch verzichtet werden.



Erkunden A Wie kann ich rechnen, wenn ich mehr wegnehme, als ich habe?

Schnellzugriff

E4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- deuten Addition und Subtraktion mit ganzen Zahlen als zeitliche Veränderungen;
- entwickeln Pfeilbilder zu Situationen;
- entwickeln Rechenaufgaben zu Pfeilbildern mit und ohne situative Anbindung;
- beschreiben Situationen zu Pfeilbildern mit Kontoständen und Geldfluss;
- deuten Pfeilbilder im Kontext und mit Hilfe von Termen.

E4 Bezug

Nach **E3**, dann **O3** und dann **V13-V18**

E4 Vorbereitung/Material

Man kann eine Kontostandleiste/Zahlengerade für die Präsentation vorbereiten, eine reale oder eine auf Folie gezeichnete. Für **E4c)** wird eine Folie mit Pfeilbild und beiden Aussagen von Ole und Till benötigt.

E4 Umsetzungsvorschlag (45 min)

- 4a)** Zuerst alleine das Pfeilbild erstellen, dann EA/GA zu zweit oder in der Gruppe vergleichen.

- 4b)** Schreibgespräch: Jeder denkt sich eine Situation und schreibt sie geheim auf einen Zettel, das Pfeilbild kommt auf ein DIN A4-Blatt und wird weitergegeben. Die anderen sollen auch Situationen dazu aufschreiben. Am Ende wird mit der eigenen geheimen Situation verglichen. EA/GA

- 4c)** Beide Situationen und das Pfeilbild werden mit dem OHP präsentiert. Nach kurzem Eindenken in EA teilt sich die Klasse in Unterstützer von Till auf der einen Seite des Klassenzimmers und von Ole auf der anderen Seite. Es werden Argumente ausgetauscht, bis niemand mehr wechseln will. Voraussichtliches Ergebnis: Es funktioniert auf beide Arten. EA/UG

- 4def)** Reflektion des Gelernten in Partnergesprächen, Sammlung im UG. PA/GA

- 4gh)** Sammlung und Systematisierung in Gruppen, evtl. als Placemat. GA

HA V13

Intensivzugriff

E4 Umsetzungshinweise/Alternativen

Variante: Statt des Klassenstreitgesprächs, kann man ein Streitgespräch zu zweit im Klassengespräch inszenieren, mit zwei oder mehreren Schülerinnen und Schülern. Wichtig ist, dass mindestens an einer Stelle eine intensive Kommunikation unter den Lernenden stattfindet zu den beiden Deutungen.

Alternativ kann man auch die Aufgabe **V12** bearbeiten, hier wird ein Zugang zur Addition und Subtraktion ohne den Kontext Guthaben und Schulden angeboten. Stattdessen werden die Rechnungen auf der Zahlengeraden gelauften.

E4 Erwartungshorizont

Zentrales Lernziel ist hier die Deutung und die Differenzierung in zwei Situationen für ein Pfeilbild. Dabei soll die Addition als Blick in die Zukunft (Vorschau) und die Subtraktion als Blick in die Vergangenheit (Rückblick) gedeutet werden. Untergeordnete Lernziele sind die Wechsel zwischen den Darstellungen, dabei wurde aber systematisch darauf geachtet, dass zuerst der Kontext, dann das Pfeilbild und dann erst der Term thematisiert werden.

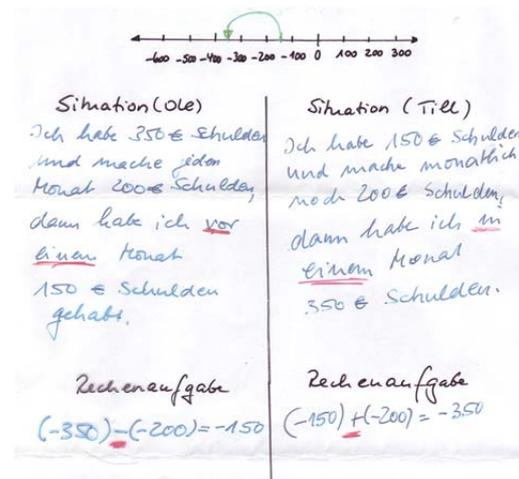
E4 Lernwege

Mögliche subjektive Strategien bei E4a), zum Beispiel:

- Die Ausgaben werden als Ort eingetragen.

Mögliche subjektive Strategien bei E4e), zum Beispiel:

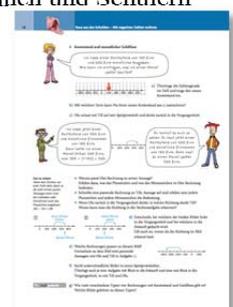
- Die Richtung erkennt man der Pfeilrichtung.



Ein Bild aus der Erprobung

E4 Differenzierung

Bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern gezielt den Blick auf die Unterscheidung zwischen Vorschau und Rückblick legen, starke Lernende können auch systematisieren, welche und wie viele unterschiedliche Situationen, Rechenaufgaben und Pfeilbilder es gibt.



Erkunden B Wie kann ich mit negativen Zahlen wiederholt dasselbe rechnen?

Schnellzugriff

E5 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- deuten die Multiplikation mit ganzen Zahlen als zeitliche Veränderungen;
- entwickeln Pfeilbilder zu Multiplikations-Situationen;
- entwickeln Rechenaufgaben zu Pfeilbildern mit und ohne situative Anbindung;
- beschreiben Situationen zu Pfeilbildern mit Kontoständen (auch ungleich 0) und Geldfluss;
- deuten Pfeilbilder im Kontext und mit Hilfe von Termen.

E5 Bezug

Nach Etappe A, weiter mit **O4**

E5 Vorbereitung/Material

Man kann eine Kontostandleiste/Zahlengerade für die Präsentation vorbereiten, eine reale oder eine auf Folie gezeichnete. Für **E5c)** Folie mit Pfeilbild und Aussage von Ole

E5 Umsetzungsvorschlag (45 min)

5abcd) Kurze Einführung, dass es nun darum geht, Kontostandänderungen über mehrere Monate zu betrachten. Dann Bearbeitung von **abc)** in EA und Ergebnisvergleich im Plenum und Klärung der Bedeutung des Minuszeichens, danach zur Übung **d)** UG/EA

5e) Aufgabenbearbeitung in leistungshomogenen Paaren PA

5fg) Klärung der Aufgabe, am besten den Zahlenstrahl für den Kontostand 700€ gemeinsam entwickeln, dann in PA die Aufgabe bearbeiten UG/PA

5h) Für Schnelle: Bearbeitung der Aufgabe in EA/UG EA oder PA
Für alle: Im Plenum bearbeiten, Vorstellung durch Schnelle

HA **V28** und/oder **V29**

Intensivzugriff

E5 Erwartungshorizont

Der Kern dieser Aufgabe ist die Multiplikation als sich wiederholende zeitliche Veränderung zu verstehen, wobei die Deutung der Zahlzeichen hier von großer Bedeutung ist, sowohl für den Kontext als auch für die Bilder. Das sollten alle Schülerinnen und Schüler verstanden haben.

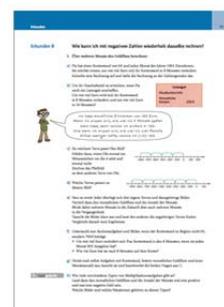
E5 Lernwege

Die Deutung der Lage von Pfeilende und Pfeilanzfang kann einigen Schülerinnen und Schülern Schwierigkeiten bereiten. Hier sollte ausreichend Zeit in die Interpretation der Pfeilbilder investiert werden, gegebenenfalls müsste man die Multiplikation noch mal an die Addition anbinden. Der Schritt zu Startwerten ungleich 0 sollte erst vollzogen werden, wenn die einfache Multiplikation klar ist, weil es

nun darum geht kompliziertere Terme der Art $700 + (-8) \cdot 50$ oder $700 - 8 \cdot 50$ zu interpretieren. Auch hierfür sollte lieber ein Beispiel mehr besprochen werden.

E5 Differenzierung

Die langsameren Schülerinnen und Schüler können **E5h)** weglassen.



Erkunden B Wie kann ich mit negativen Zahlen wiederholt dasselbe rechnen?

Schnellzugriff

E6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- deuten die Division mit ganzen Zahlen als zeitliche Veränderungen;
- entwickeln Pfeilbilder zu Divisions-Situationen;
- entwickeln Rechenaufgaben zu Pfeilbildern mit und ohne situative Anbindung;
- beschreiben Situationen zu Pfeilbildern mit Kontoständen (auch ungleich 0) und Geldfluss;
- deuten Pfeilbilder im Kontext und mit Hilfe von Termen.

E6 Bezug

Nach E5 bzw. O4 und ausreichend Übung im Vertiefen zum Multiplizieren

E6 Umsetzungsvorschlag (45 min)

6abc) Aufgabenbearbeitung in PA, dann Besprechung von c) im Plenum

6d) Erst stilles Nachdenken in EA, dann Diskussion im Klassenverband

6efg) Bearbeitung und Kontrolle, bei Unsicherheiten bei f) gemeinsame Besprechung im Plenum

HA O5a

Intensivzugriff

E6 Umsetzungshinweise/Alternativen

Variante: Gesamte Aufgabenbearbeitung in Gruppen, zum Schluss Ergebnispräsentation im Gruppenpuzzle. Dieser Weg ist nur ratsam bei gut strukturiert arbeitenden Lerngruppen, welche die Multiplikation gut verstanden haben.

E6 Erwartungshorizont

Der Kern dieser Aufgabe ist die Division als Umkehrung der Multiplikation, weniger als sich wiederholende Subtraktion, wobei auch hier die Deutung der Zahlzeichen von großer Bedeutung ist, sowohl für den Kontext als auch für die Bilder.

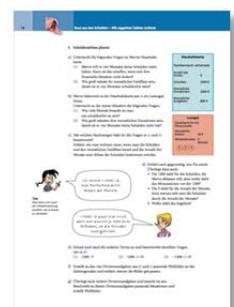
E6 Lernwege

Die Interpretation des Minuszeichens ist bei der Division am schwierigsten, weil man ja Schulden abbauen möchte, kann man die Schulden als positive Veränderung interpretieren. Dann bedeutet $1200 : 5 = 240$, dass man fünf Monate lang jeden Monat 240€ Einnahmen benötigt. $-1200 : 5 = -240$ bedeutet, dass man fünf Monate mit 240€ Ausgaben 1200€ weitere Schulden aufbaut. Was hier – neben der Interpretation des Minuszeichen – deutlich wird, ist die Interpretation

als Umkehraufgabe, die eine in sich konsistente Deutung von Multiplikation und Division ermöglicht (vgl. Tipp in der Aufgabe).

E6 Differenzierung

In f) kann man nicht so leistungsstarken Schülerinnen und Schülern auch fertige Pfeilbilder zur Auswahl geben. Bei Unsicherheiten ist die Übung in g) wichtig, dazu könnte man leistungsheterogene Paare zusammenbringen.



Erkunden B Wie kann ich mit negativen Zahlen wiederholt dasselbe rechnen?

Schnellzugriff

E7 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erklären die typischen Phänomene beim Rechnen mit ganzen Zahlen mit Hilfe des Permanenzprinzips;
- erkennen Muster in strukturierten Päckchen;
- widerlegen typische Fehlvorstellungen mit Beispielen;
- stützen Gesetzmäßigkeiten durch Erklärungen mit Hilfe von strukturierten Päckchen.

E7 Bezug

Nach E6 bzw. O5

E7 Vorbereitung/Material

Man kann das Päckchen und Bilder (auch falsche) bei **a)** für die Präsentation vorbereiten. Für **d)** Folie mit den Aussagen und daneben leere Sprechblasen zum Eintragen der richtigen Aussagen vorbereiten.

E7 Umsetzungsvorschlag (30 min)

7ab)	Ich-Du-Wir	EA/PA/ UG
7c)	Ich-Du-Wir	EA/PA/ UG
7d)	Bearbeitung in EA, dann gemeinsame Besprechung im Klassenverband	EA /UG

HA V21 und/oder V22

Intensivzugriff

E7 Umsetzungshinweise/Alternativen

Variante: Aufgabenbearbeitung von **7abc)** in Gruppen oder Partnerarbeit, zum Schluss Ergebnispräsentation im Gruppenpuzzle. Dieser Weg ist nur ratsam bei gut strukturiert arbeitenden Lerngruppen.

E7 Erwartungshorizont

Es geht darum, für die Phänomene beim Rechnen mit negativen Zahlen ein weiteres Erklärungsmodell an die Hand zu bekommen. Das Päckchen und die Bilder dazu in **7a)** bilden den Kern für dieses Verständnis, aber auch zwei unterschiedliche Darstellungen, die ihre je eigene Erklärung erfordern.

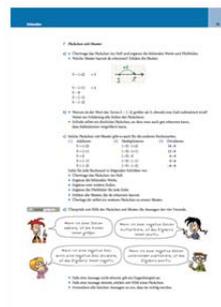
Darüber hinaus werden Regeln angeboten, die durch Erklärungen gestützt oder durch Gegenbeispiele widerlegt werden sollten.

E7 Lernwege

Der Wechsel der Pfeilposition aber nicht der Pfeilrichtung ist ein interessantes Phänomen bei **7a)**, was einigen Schülern und Schülerinnen Schwierigkeiten bereiten kann, während die Interpretation des Päckchens diese Deutung nicht nötig macht. Daher ist es wichtig, diesen Darstellungswechsel explizit zu thematisieren.

E7 Differenzierung

Insbesondere für leistungsschwächere und nicht so schnelle Lernende ist die **7d)** sehr wichtig, da hier typische Fehlvorstellungen thematisiert werden können.



Ordnen A Wie kann man rechnen, wenn man mehr wegnimmt, als man hat?

Schnellzugriff

O1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- beschreiben an Beispielen und an der Zahlengerade, was negative und positive Zahlen sind;
- sichern die Erweiterung des Zahlenraums und des Zahlenstrahls.

O1 Bezug

Systematisierung der Erfahrungen in **E1** und der Untersuchungsergebnisse aus **E2**, weiter mit **E3**

O1 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher aus Materialblock, auch auf Folie, evtl. das Bild von Ole und Till auf Folie oder an der Tafel, um den Zahlenstrahl erweitern zu können.

O1 Umsetzungsvorschlag (20 min)

1ab) Individuelle Verschriftlichung mit anschließendem Vergleich EA/UG

1cd) Gemeinsame Diskussion im Plenum, dann individueller Übertrag in WS UG/EA

HA V3

O2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- ordnen negative und positive Zahlen der Größe nach;
- halten ihre Erfahrungen zu den negativen Zahlen fest;
- beschreiben an Beispielen den Begriff der Gegenzahl;
- sichern ihre Erfahrungen zur Ordnung und Symmetrie von ganzen Zahlen.

O2 Bezug

nach **O1**, weiter mit **E3**

O2 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher aus Materialblock, auch auf Folie
Evtl. Zahlengerade auf Folie

O2 Umsetzungsvorschlag (25 min)

2abc) Individuelle Verschriftlichung mit anschließendem Vergleich EA/UG

2de) Gemeinsame Diskussion im Plenum, dann individueller Übertrag in WS UG/EA

HA Aus V4-V7

Intensivzugriff O1 Umsetzungshinweise

Je nach Stärke der Lerngruppe sollten die Phasen im lehrerzentrierten Unterrichtsgespräch portioniert sein. Man kann auch darüber nachdenken, das Problem von Ole und Till an weiteren Rechnungen zu diskutieren. Dabei kann auch auf die besondere Rolle der Null eingegangen werden, die in dieser Aufgabe nicht explizit thematisiert wird, aber in **V6** zum Thema gemacht wird.

O1 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

O1 Lernwege

Viele Schülerinnen und Schüler stellen sich für die negativen und positiven Zahlen zwei getrennte Zahlenstrahlen vor und können diese häufig auch nicht zusammenbringen. Daher setzt diese Aufgabe direkt an der Stelle an, wo beide Zahlenstrahlen gemeinsam gedacht werden müssen und die neue Zahlengerade eine Erweiterung des bekannten Zahlenstrahls darstellt.

Die Idee von Till sollte dahingehend aufgenommen werden, dass man alle Zahlen größer als Null als Guthaben und alle Zahlen kleiner als Null als Schulden bezeichnen kann, und wenn man die ganze Zahlengerade beschreiben möchte, von Kontostand oder Besitz reden kann. Dies wäre dann der Schritt negative und positive Zahlen unter einen gemeinsamen Zahlbereich zusammenzufassen.

O2 Umsetzungshinweise

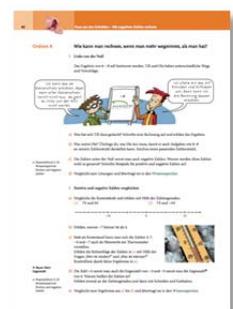
Diese Aufgabe kann man auch individuell bearbeiten lassen, mit einer anschließenden Partnerkontrolle. Es ist nur darauf zu achten, dass man die Idee des gemeinsamen Größenbereichs von negativen und positiven Zahlen, hier dargestellt für Besitz und Temperatur gemeinsam besprochen wird.

O2 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

O2 Lernwege

Diese Aufgabe ist in der Regel für alle Schülerinnen und Schüler sehr gut bearbeitbar.



Ordnen A Wie kann man rechnen, wenn man mehr wegnimmt, als man hat?

Schnellzugriff

O3 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler
- systematisieren ihre Erfahrungen zur Addition und Subtraktion von negativen Zahlen;
 - beschreiben Addition und Subtraktion in verschiedenen Darstellungen;
 - können Situationen, Bilder und Rechnungen für die Addition und Subtraktion von ganzen Zahlen zuordnen;
 - sichern ihr Wissen zu Rechenzeichen und Zahlzeichen.

O3 Bezug

Nach E4, weiter mit Übungen in Vertiefen 3

O3 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher aus Materialblock, auch auf Folie
Evtl. sind die einzelnen Elemente in den Darstellungen als Folienteile vorzubereiten, um sie gemeinsam am OHP zuzuordnen

O3 Umsetzungsvorschlag (45 min)

- 3a) Bearbeitung der Aufgabe zu zweit: PA
beide denken sich eine Situation aus und stellen sich die Bedeutung des Pfeiles auf der Zahlengerade gegenseitig vor und diskutieren sie.

- 3b) Dann nimmt jeder eine von Till beschriebene Sichtweise ein, diskutiert sie und überträgt sie auf die Erklärung aus a).
- 3c) Nun sucht sich jeder eine für seine Perspektive passende Spielsituation aus und erklärt seine Wahl auch mit dem Pfeilbild, dann erklärt jeder Pias Erklärung für die eigene Perspektive und vergleicht sie gemeinsam.
- 3d) Auswahl passender Rechnungen zur eigenen Perspektive
- 3e) Jeder sucht sich mit einer der anderen beiden Rechnungen eine zweite Perspektive und erstellt dazu jeweils eine Situation, eine Beschreibung und ein Bild
- 3f) Eintrag in den Wissenspeicher und Kontrolle durch den Partner EA/PA
- HA Aus V13-V18

Intensivzugriff

O3 Umsetzungshinweise

Hintergrund: Dies ist die Kernaufgabe des Kapitels, die sich auf Grundlage der Erfahrungen im Erkunden gut in Partnerarbeit bewältigen lässt.

Varianten: Es können immer wieder Sammlungs- und Sicherungsphasen im Plenum eingebunden werden, wie das gemeinsame Ausfüllen des Wissensspeichers oder die Vorstellung verschiedener ausgefüllter Wissenspeicher. Alternativ lässt sich diese Aufgabe auch als Gruppenpuzzle gestalten. Dazu wird den jeweiligen Gruppen in der ersten Phase der Arbeitsauftrag gegeben, sich zu den vier Perspektiven A, B, C, D jeweils alle Darstellungen herauszusuchen. In der zweiten Phase stellen sich die Expertinnen und Experten die Perspektiven gegenseitig vor, diskutieren sie und füllen gemeinsam die Seite des Wissensspeichers aus. In diesem Setting müssen die Lernenden über die Aufgabenteile hinweg eigenständig und strukturiert arbeiten. Ist diese Voraussetzungen erfüllt, liegen in der Regel am Ende der zweiten Gruppenphase gute konsolidierte Ergebnisse vor.

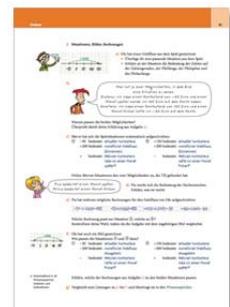
Alternativ zu dieser Aufgabe kann man auch die Aufgabe V12 bearbeiten, hier wird ein Zugang zur Addition und Subtraktion ohne den Kontext Guthaben und Schulden angeboten. Stattdessen werden die Rechnungen auf der Zahlengeraden gelaufen.

O3 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

O3 Lernwege

Da in dieser Aufgabe die Kerneinsichten des Kapitels gewonnen werden, sollte besonders hier sehr sensibel mit Verständnisschwierigkeiten umgegangen und im Anschluss ausreichend Überlegenheiten zur Verfügung gestellt werden.



Ordnen B

Wie kann mit negativen Zahlen wiederholt dasselbe rechnen?

Schnellzugriff

O4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- systematisieren ihre Erfahrungen zur Multiplikation von negativen Zahlen;
- beschreiben die Multiplikation von ganzen Zahlen in verschiedenen Darstellungen;
- können Situationen, Bilder und Rechnungen für die Multiplikation von ganzen Zahlen zuordnen.

O4 Bezug

Direkte Weiterführung von E5, weiter mit E6

O4 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher aus dem Materialblock auf Folie
Evtl. sind die einzelnen Elemente in den Darstellungen als Folienteile vorzubereiten, um sie gemeinsam am OHP zuzuordnen

O4 Umsetzungsvorschlag (30 min)

4abc) Ich-Du-Wir, entweder wird nach jeder Teilaufgabe oder am Ende von **c)** der Vergleich im Plenum durchgeführt

EA/PA/

UG

4d) Nach Vergleich in WS eintragen

UG

EA

HA aus **V30**, **V32**, für stärkere: **V33**

Intensivzugriff

O4 Umsetzungshinweise/Alternativen

Diese Aufgabe wird sehr gut von E5 vorbereitet, so dass die Lernenden mit ausreichend Übung relativ selbstständig die Aufgabe bearbeiten können. Von den in E5 gewonnenen Erkenntnissen wird jedoch nur die Multiplikation mit Startwert 0 gesichert. Der Umgang mit komplizierten Termen kann dennoch später geübt werden.

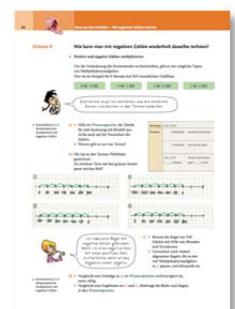
Alternativ kann diese Aufgabe im Klassenverband bearbeitet werden, wobei die einzelnen Darstellungselemente zusammengepuzzelt werden. Im Anschluss wird der Wissenspeicher ausgefüllt und daran anschließend entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein eigenes Puzzle für eine andere Aufgabe.

O4 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

O4 Lernwege

Wenn die Aufgaben E5 gründlich bearbeitet wurden, gibt es hier in der Regel keine Schwierigkeiten mehr. Lediglich die Regelformulierung kann für einige Lernende sprachliche und konzeptionelle Hürden aufweisen, auf die gründlich eingegangen werden sollte.



Ordnen B

Wie kann mit negativen Zahlen wiederholt dasselbe rechnen?

Schnellzugriff

O5 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- systematisieren ihre Erfahrungen zur Division von negativen Zahlen;
- beschreiben die Division von ganzen Zahlen in verschiedenen Darstellungen;
- können Situationen, Bilder und Rechnungen für die Division von ganzen Zahlen zuordnen.

O5 Bezug

Knüpft unmittelbar an **E6** an, weiter mit **E7**

O5 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher aus dem Materialblock

O5 Umsetzungsvorschlag (30 min)

5abc) Ich-Du-Wir, entweder wird nach jeder Teilaufgabe oder am Ende von **c)** der Vergleich im Plenum durchgeführt

EA/PA/
UG

5d) nach Vergleich in WS eintragen

UG/
EA

HA V35

O6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- formulieren Regeln zu den Rechenoperationen mit ganzen Zahlen und stützen sie mit dem Permanenzprinzip.

O6 Bezug

Knüpft unmittelbar an **E7** an

O6 Umsetzungsvorschlag (30 min)

6abc) Ich-Du-Wir, nach Partnervergleich, Ergebnisvorstellung im Plenum

EA/PA/
UG

HA V39

Intensivzugriff

O5 Umsetzungshinweise/Alternativen

Diese Aufgabe wird sehr gut von **E6** und **O4** vorbereitet, so dass die Lernenden mit ausreichend Übung selbstständig die Aufgabe bearbeiten können, insbesondere weil sie dasselbe Konstruktionsschema besitzt wie **O4**. Unterschiedlich ist, dass nun die Regeln selbst formuliert werden müssen; das reduziert sich aber auf die Änderung der Bezeichnungen Multiplikation und Division. Auch hier ist nochmals darüber nachzudenken, ob diese Aufgabe als Puzzle im Klassenverband gestaltet wird (siehe **O4**). Im Anschluss wird der Wissenspeicher ausgefüllt und die Schülerinnen und Schüler entwickeln zum Schluss noch ein eigenes Puzzle für eine andere Aufgabe.

O5 Erwartungshorizont

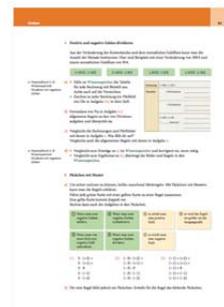
Siehe ausgefüllter Wissenspeicher.

O5 Lernwege

Wenn die Aufgabe **E6** gründlich bearbeitet wurde, gibt es hier in der Regel keine Schwierigkeiten mehr. Lediglich die Regelformulierung kann für einige Lernende sprachliche und konzeptionelle Hürden aufweisen, auf die gründlich eingegangen werden sollte.

O6 Umsetzungshinweise/Alternativen

Diese Aufgabe wird sehr gut von **E7** vorbereitet, so dass die Lernenden mit ausreichend Übung die Aufgabe relativ selbstständig bearbeiten können. Alternativ kann man ein Gruppenpuzzle durchführen, bei dem jeweils für die Regeln 1, 2, 3, 4 der andere Regelteil und das richtige Päckchen gesucht wird. In der zweiten Phase kann man die Zuordnungen vorstellen, vergleichen und den Wissensspeichereintrag vornehmen.



Vertiefen 1 Überschuldung – ein ernsthaftes Problem

Hintergrund	In V1-V2 wird der Kontext zum Thema gemacht. Es geht darum, wo man überall Schulden machen kann und wie es dazu kommen kann. Dazu ist in V1 intensive Textarbeit notwendig. In V2 wird – ähnlich wie im Spiel – eine reale Situation hinsichtlich Schuldenabbau thematisiert.
--------------------	--

Vertiefen 2 Positive und negative Zahlen darstellen und vergleichen

Hintergrund	In V3 und V4 geht es darum, negative und positive Zahlen auf der Zahlengerade einzutragen und abzu-lesen. In V5 wird das um den tragenden Kontext angereichert und um die Perspektive des Vergleichs ergänzt. Spezifische Fragestellungen und typische Schülerfehler, wie z.B. wo die Null liegt oder -11 ist größer als -10, werden in V6-V9 aufgegriffen. V10 und V11 verbinden dann die Kontostände mit den Veränderungen.
--------------------	---

Vertiefen 3 Addieren und Subtrahieren mit der Zahlengeraden

Hintergrund	Falls der Kontext für einige Lernende zu herausfordernd ist, so kann man V12 alternativ zu E4 und O3 verwenden, hier mit dem Kontext „Laufen auf der Zahlengerade“. Ansonsten zeigt sich in V13-V18 der Schwerpunkt in dieser Vertiefeneinheit, das Addieren und Subtrahieren auf der Zahlengerade und der Wechsel in andere Darstellungen einzuüben.
--------------------	---

Vertiefen 4 Addieren und Subtrahieren in Situationen

Hintergrund	Im Gegensatz zu Vertiefen 3 , wird in dieser Einheit das Addieren und Subtrahieren in spezifischen Situation des tragenden Kontextes geübt. Dabei geht es insbesondere um die Interpretation der Rechen- und Zahlzeichen, wie z.B. in V20 um den Vergleich von $100 + (-80)$ und $100 - (+80)$.
--------------------	--

Vertiefen 5 Addieren und Subtrahieren mit Mustern und Regeln

Hintergrund	Neben dem Zugang über den Kontext Guthaben und Schulden, wird das Addieren und Subtrahieren von ganzen Zahlen auch mithilfe strukturorientierter Mathematik eingeführt. In dieser Einheit geht es darum, mit schönen Päckchen, Zahlenmauern und Rechenkettten das Addieren und Subtrahieren zu vertiefen. Dabei werden sowohl typische Schülerfehler (V21) als auch die Rolle von Regeln zum Thema gemacht (V22).
--------------------	---

Vertiefen 6 „Früher und später“ – Multiplikation und Division

Hintergrund	Falls der Kontext für einige Lernende zu herausfordernd ist, so kann auch das Multiplizieren mit dem Kontext „Laufen auf der Zahlengerade“ erlernt werden (V27), alternativ zu E5 und O4 . Ansonsten wird in dieser Einheit das Multiplizieren und Dividieren in verschiedenen Darstellungsformen, sowohl im Kontext, als auch mit schönen Päckchen und Zahlenmauern geübt. Es werden Schülerfehler (V30) und auch die Zuverlässigkeit von Regeln (V36) thematisiert.
--------------------	--

Vertiefen 7 Negative Zahlen überall

Hintergrund	Damit die Schülerinnen und Schüler nicht nur im Kontext Schulden und Guthaben mit negativen Zahlen rechnen können, wird sich in dieser Einheit verschiedenen Kontexten gewidmet, wie z.B. Temperaturen oder Meerestiefen. In dieser Einheit werden alle Rechenoperationen geübt.
--------------------	--

Vertiefen 8 Staatsschulden – große negative Zahlen

Hintergrund	Zum Abschluss des Kapitels wird das Thema Schulden in Alltagssituationen nochmals aufgegriffen, indem das Thema Staatsschulden und somit der Umgang mit großen negativen Zahlen zur Diskussion steht. Damit wird die Klammer in dem Kapitel geschlossen, die Pia auf der Einstiegsseite geöffnet hat. Um mit den großen Zahlen angemessen umzugehen, wird auch Tabellenkalkulation genutzt.
--------------------	---

Kompetenzen

Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- wenden PADEK zum Kontrollieren und Erklären an.

PADEK wird in einigen Vertiefenaufgaben genutzt, um insbesondere Rechnungen und Ergebnisse zu kontrollieren, zum Teil mit kontextuellen Argumenten.

- erweitern ihre Werkzeugkompetenz im Umgang mit Tabellenkalkulationen.

Tabellenkalkulation wird explizit in der letzten Vertiefeneinheit genutzt.

- nutzen verschiedene Darstellungsformen (Zahlengerade sowie Situationen und Beschreibungen) für Zusammenhänge zwischen negativen Zahlen und wechseln zwischen ihnen.

Darstellungswechsel werden wie in jedem Kapitel gebraucht, um inhaltliche Vorstellungen zu entwickeln. Hier wird die Darstellung der Zahlengerade zentral genutzt.

Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- setzen sich intensiv mit realen Texten auseinander, um den Kontext besser zu verstehen.
- recherchieren Daten und Informationen zu Schuldenaufnahme und -abbau.

Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Sprechen und Schreiben: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende (dauerhaft) aktiv nutzen können (zum Teil aus alten Kapiteln):

- die Zahl ist positiv/ negativ
- ... ist größer/ kleiner als...
- das Vorzeichen einer Zahl
- das Rechenzeichen eines Terms
- ich trage auf der Zahlengerade ein...
- -30 - 50 bedeutet...
- ich hatte einen Monat früher/ ich werde einen Monat später haben...
- ... der Kontostand wird um ...€ mehr/ weniger
- ich habe ...€ Schulden/ Guthaben
- monatliche Einnahmen/ Ausgaben
- mein Kontostand beträgt/ verändert sich um...

Lesen und Zuhören: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende in ihrer Bedeutung erfassen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- sie lesen an der Zahlengerade ab
- sie beschreiben die Veränderung
- sie bestimmen die Gegenzahl

- der Geldfluss ergibt sich durch Einnahmen und Ausgaben
- die Schulden, die Pro-Kopf-Verschuldung, die Überschuldung, der Schuldner
- Temperatur steigt/ fällt, über NN/ unter NN

Überprüfung

Als **alternative Leistungsüberprüfung** sind Lernberichte denkbar, in denen die Lernenden entlang der Checkliste ohne Zeitdruck an selbst gewählten (je einem für sie leichten und einem für sie schweren) Aufgabenbeispielen zeigen, dass sie diese Kompetenzen erworben haben.

Als **ergänzende Leistungsüberprüfung** können kleine Computerprojekte mit Tabellenkalkulation durchgeführt werden, die den Kontext des Schuldenabbaus weiter ausloten. Ausgehend von einer Erkunden- oder Vertiefenaufgabe, bei der eine Tabellenkalkulation genutzt wird (**V47**), können mit selbst recherchierten Daten mathematische Aufgabenstellungen formuliert und unter Verwendung des Tabellenkalkulations-Blattes gelöst werden. Zusammen mit einer kleinen schriftlichen Dokumentation werden das Tabellenkalkulationsblatt, die Fragen und Lösungen abgegeben. Bewertet werden neben der Darstellungsqualität und der mathematischen und technischen Richtigkeit auch die Relevanz und mathematische Tiefe der Fragestellung. Insbesondere ist darauf zu achten, dass die Lernenden tatsächlich veränderbare Zusammenhänge erfasst haben, so dass Variable notwendig sind.

102



Raus aus den Schulden – Mit negativen Zahlen rechnen

Checkliste

Raus aus den Schulden –
Mit negativen Zahlen rechnen

Ich kann ... Ich kenne ...		Hier kann ich üben ...
K1	Ich kann die Bedeutung von Schulden und Guthaben im Alltag beschreiben und damit rechnen. Eine Person hat 20 000 € Schulden. Erkläre, wie so etwas passieren kann, und entwickle einen Plan, wie man in 5 Jahren aus den Schulden raus sein kann.	S. 84 Nr. 1, 2 S. 101 Nr. 47, 48
K2	Ich kann positive und negative Zahlen auf der Zahlengeraden eintragen und ablesen, auch im Kontext. Zeichne die Zahlen 3, -5, -1 auf einer Zahlengeraden ein. Welche Zahlen sind markiert?	S. 85 Nr. 3, 4, 5 S. 86 Nr. 6, 7, 8 S. 87 Nr. 10
K3	Ich kann positive und negative Zahlen der Größe nach vergleichen und die Reihenfolge in Sachsituationen erklären. Vergleiche die Zahlen 5 und -11, 11 und -1, -4 und 6. Erkläre mit Hilfe einer Situation, warum -150 kleiner als -120 ist.	S. 86 Nr. 9 S. 87 Nr. 10
K4	Ich kann Situationen (z. B. mit Geldfluss und Kontostand) mit positiven und negativen Zahlen beschreiben und dazu Bilder und Rechenaufgaben finden. Du hast seit 7 Monaten jeden Monat 14 € Ausgaben. Wie viel Geld hattest du vor 7 Monaten mehr oder weniger?	S. 88 Nr. 12 S. 89 Nr. 14, 15 S. 90 Nr. 17, 18 S. 99 Nr. 41, 42 S. 100 Nr. 43–46
K5	Ich kann zu Additions- und Subtraktionsaufgaben mit negativen und positiven Zahlen Bilder zeichnen und Situationen angeben. Welche Situationen passen zu den Termen $400 - (-50)$ und $-400 + (-50)$? Stelle die Terme auf einer Zahlengeraden dar.	S. 89 Nr. 13 S. 91 Nr. 19, 20 S. 92 Nr. 21 S. 99 Nr. 41 S. 100 Nr. 45
K6	Ich kann negative und positive Zahlen addieren und subtrahieren. Berechne $-6 + (-7)$, $14 - (-4)$, $-230 - 45$.	S. 92 Nr. 22, 23 S. 93 Nr. 24–26
K7	Ich kann Situationen (z. B. mit Kontostand und Monaten) mit positiven und negativen Zahlen beschreiben und dazu Bilder und Rechenaufgaben finden. Du hast -720 € und willst sie monatlich mit einer festen Rate abzahlen. Schreibe mehrere mögliche Rechnungen auf und erkläre sie. Erkläre die Zahlzeichen und die Rechenzeichen in deinen Rechnungen.	S. 94 Nr. 27 S. 95 Nr. 29 S. 96 Nr. 32, 33 S. 97 Nr. 35
K8	Ich kann zu Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit negativen und positiven Zahlen Situationen angeben und auf einer Zahlengeraden darstellen. Welche Situationen passen zu den Rechenaufgaben $(-6) \cdot 30$ und $(-540) : (-60)$? Stelle die Aufgaben auf der Zahlengerade dar.	S. 95 Nr. 28–30 S. 96 Nr. 32
K9	Ich kann negative und positive Zahlen multiplizieren und dividieren. Berechne $(-12) \cdot (-5)$, $77 : (-11)$.	S. 96 Nr. 31 S. 97 Nr. 36, 37 S. 98 Nr. 38–40

► *Hinweis:* Im Materialblock auf Seite 38 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung.
Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter  102-1.
(www.cornelsen.de/mathewerkstatt, Buchkennung: MWS040248, Mediencode: 102-1)

Basiskompetenzen, die in der Übe-Kartei für das spätere Vertiefen aufgegriffen werden:

- K5** Ich kann zu Aufgaben mit negativen und positiven Zahlen Bilder zeichnen und Situationen angeben.
- K6** Ich kann negative und positive Zahlen addieren und subtrahieren.
- K8** Ich kann zu Aufgaben mit negativen und positiven Zahlen Bilder zeichnen und Situationen angeben.
- K9** Ich kann negative und positive Zahlen multiplizieren und dividieren.

Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:
<http://www.ko-si-ma.de> → Produkte → Handreichungen → mathewerkstatt 7,
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040018):
www.cornelsen.de/mathewerkstatt → mathewerkstatt 7 oder mathewerkstatt 3.

	Negative Zahlen 1	Bild der Einstiegsseite (SB KOSIMA)
	Negative Zahlen 2	Spiel <i>Raus aus den Schulden</i> (SB E1 CORNELSEN, Mediencode: 050-1)
	Negative Zahlen 3	Arbeitsmaterial <i>Protokollbogen</i> (SB E1 MB)
	Negative Zahlen 4	Wissenspeicher <i>Negative Zahlen 3</i> (SB O1/2 MB)
	Negative Zahlen 5	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Negative Zahlen 3</i> (SB O1/2 KOSIMA)
	Negative Zahlen 6	Wissenspeicher <i>Negative Zahlen 4</i> (SB O3 MB)
	Negative Zahlen 7	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Negative Zahlen 4</i> (SB O3 KOSIMA)
	Negative Zahlen 8	Wissenspeicher <i>Negative Zahlen 5</i> (SB O4 MB)
	Negative Zahlen 9	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Negative Zahlen 5</i> (SB O4 KOSIMA)
	Negative Zahlen 10	Wissenspeicher <i>Negative Zahlen 6</i> (SB O5 MB)
	Negative Zahlen 11	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Negative Zahlen 6</i> (SB O5 KOSIMA)
	Negative Zahlen 12	Methodenspeicher <i>Arbeitstechniken 2</i> (SB V1 MB Kl. 5)
	Negative Zahlen 13	Ausgefüllter Methodenspeicher <i>Arbeitstechniken 2</i> (SB V1 KOSIMA)
	Negative Zahlen 14	Arbeitsmaterial <i>Überschuldung und ihre Ursachen</i> (SB V1 MB)
	Negative Zahlen 15	Arbeitsmaterial <i>Zahlen ablesen</i> (SB V4 MB)
	Negative Zahlen 16	Arbeitsmaterial <i>Bilder und Terme</i> (SB V17 MB)
	Negative Zahlen 17	Arbeitsmaterial <i>Plus-Zahlenmauern mit negativen Zahlen</i> (SB V24 MB)
	Negative Zahlen 18	Arbeitsmaterial <i>Rechenpfade zum Addieren und Subtrahieren</i> (SB V26 MB)
	Negative Zahlen 19	Arbeitsmaterial <i>Rechenpfade querbeet</i> (SB V37 MB)
	Negative Zahlen 20	Arbeitsmaterial <i>Mal-Mauern mit negativen Zahlen</i> (SB V38 MB)
	Negative Zahlen 21	Wissenspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB V47 MB Kl. 6)
	Negative Zahlen 22	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Proportionales 1</i> (SB V47 KOSIMA)
	Negative Zahlen 23	Wissenspeicher <i>Daten 6</i> (SB V47 MB Kl. 6)
	Negative Zahlen 24	Ausgefüllter Wissenspeicher <i>Daten 6</i> (SB V47 KOSIMA)
	Negative Zahlen 25	Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediencode: 102-1)
	Negative Zahlen 26	Checkliste zum Ausfüllen (SB MB & CORNELSEN)