

Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken



Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....	ab Seite 2
Einstieg	ab Seite 6
Erkunden	ab Seite 8
Ordnen	ab Seite 14
Vertiefen	ab Seite 20
Kompetenzen und Checkliste	ab Seite 30
Materialübersicht für dieses Kapitel.....	ab Seite 32

Herausgegeben von:

Timo Leuders
Susanne Prediger
Bärbel Barzel
Stephan Hußmann

Autoren:

Susanne Prediger
Michael Marxer

Redaktion:

Raja Herold

© 2014 Kosima-Projekt

Zitierbar als Prediger, Susanne & Marxer, Michael (2014): Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken. In: Leuders, T., Prediger, S., Barzel, B. & Hußmann, S.(Hrsg.): Handreichungen zur Mathewerkstatt 7. Dortmund/Freiburg: Kosima. Online unter: www.ko-si-ma.de.

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin:

Das Copyright gilt für alle dargestellten Seiten und Auszüge von Seiten des Schülerbuches und des Materialblocks der *mathewerkstatt*; Rechteinhaber und Bildquellen sind in den entsprechenden Bildnachweisen dieser Produkte ausgewiesen.

Titel **Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken**
Thema **Modellieren mit Variablen**

Kontexte – Kernfragen – Kernideen

Im Kontext von Kostenberechnungen für Auto, Bahn oder Fahrrad erfahren die Lernenden die Nützlichkeit von Variablen: Man kann unterschiedliche Modellannahmen treffen und immer wieder revidieren, dabei erhält man verschiedene Berechnungen. Verändert man nur einzelne Zahlen, so ändert sich die Struktur der Berechnung nicht, im zugehörigen Zahlenterm ändert sich nur eine Zahl. Diese Erfahrung motiviert die Einführung der Variable als allgemeine Beschreibung für veränderliche Zahlen in Termen. Die Variablenterme helfen, Berechnungsansätze allgemein zu durchdenken und zu vergleichen. „Umweltkosten“ in Form des CO₂-Ausstoßes runden den Kontext ab, um nicht zu einseitig auf Finanzen zu fokussieren.

Kernfrage A: Wie kann ich unterschiedliche Kostenrechnungen aufstellen und beschreiben?

Etappe A beginnt mit einer Wiederholung des Kapitels „Modellieren mit Termen“ aus Klasse 6, indem für eine Ausflugsfahrt die Kosten durch Zahlenterme modelliert werden, um diese als gute Beschreibung für Berechnungen in Erinnerung zu rufen. Aufgabe E2 greift die Einstiegsseite auf, in der Kosten für ein Auto zunächst relativ frei modelliert und die Ansätze sukzessive erweitert werden. Danach erfolgt in Aufgabe E3 eine Einschränkung auf ausgewählte Größen, zu denen Zahlen verändert werden. Zahlenterme und die zur Strukturierung eingeführte Tabelle bilden die Antworten auf die Kernfrage A; durch die wiederholte Veränderung der Zahlen wird die Einführung der Variable in Etappe B vorbereitet. Im Modellieren-Curriculum wird in Aufgabe O1 das Vorgehen des iterativen Weiterentwickelns eines Modellierungsansatzes festgehalten.

Kernfrage B: Wie kann ich Terme aufschreiben, wenn sich die Zahlen immer wieder ändern?

Aufgabe E4 motiviert die Kernfrage nach Termen mit veränderlichen Zahlen durch die gezielte Variation einer einzelnen Kostenart. Die eingeführten Tabellen, Pfeilbilder und Farbmarkierungen geben Verstehensstützen für die in Aufgabe O2 neu eingeführte Variable, der zentralen Antwort auf die Kernfrage. Variablenterme erklären und Zahlen in Terme einsetzen sind wichtige Fähigkeiten im Umgang mit Variablentermen, die in Aufgabe O3 und O4 gesichert werden.

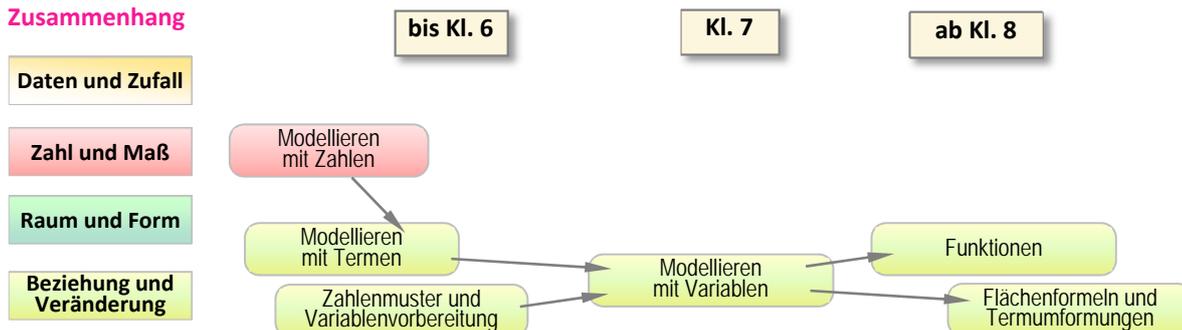
Kernfrage C: Wie kann ich mit Termen Situationen untersuchen?

Hat man Terme gefunden, lassen sich Situationen vielfältig ausloten, zum Beispiel durch Bestimmungsprobleme (E5, E6, O5), Tabellenkalkulation (E7, O6, E8) oder Fehlerbetrachtungen (E8, O7). Terme, Tabellen und Pfeilbilder werden in den Aufgaben E5 und E6 als Werkzeuge erlebt, mit denen man auch einfache Bestimmungsprobleme („unbekannte Zahlen finden“) lösen kann, die vorgreifend auf Gleichungen behandelt, aber bewusst noch nicht im Kalkül mit Termumformungen gelöst werden. Formeln in Tabellenkalkulationen werden in E7 und E8 als weiteres Werkzeug eingeführt, um auch mit mehreren Variablen umzugehen und Berechnungen zu durchdenken.

Kompetenzen

- K1: Ich kann den Ansatz für ein Berechnungsproblem mit einem Zahlenterm beschreiben und Zahlenterme erklären.
- K2: Ich kann ein Berechnungsproblem mit PADEK bearbeiten und nach der Kontrolle den Zahlenterm verändern.
- K3: Ich kann zu einer Situation mit veränderbaren Zahlen einen Term mit Variablen aufschreiben.
- K4: Ich kann einen Term (mit und ohne Variable) in einer Situation erklären.
- K5: Ich kann konkrete Zahlen in einen Term einsetzen und den Wert des Terms bestimmen.
- K6: Ich kann unbekannte Zahlen finden, für die ein Term einen bestimmten Wert annimmt.
- K7: Ich kann in Termen die Zahlen verändern und Auswirkungen auf den Wert des Terms untersuchen.
- K8: Ich kann Tabellenkalkulationen nutzen, um Berechnungsprobleme allgemein zu erfassen und zu bearbeiten.

Zusammenhang



Struktur

ca. 4 Wochen

Auftakt: Einstimmung in den Kontext Kostenberechnung für Auto, Fahrrad und Bahn				30	
A Wie kann ich unterschiedliche Kostenrechnungen aufstellen und beschreiben?				E	O
E1 Wiederholung zum Aufstellen und Interpretieren von Zahlentermen		V1-V4 Ansätze mit Zahlentermen darstellen und weiterentwickeln	40		
E2 Eindenken in Kontext Autokosten, freies Modellieren	O1 Modellieren: PADEK mit zyklischem Revidieren	V5-V7 Wiederholung Umgang mit Klammern	30	25	
E3 Einengung der Modellierung auf bestimmte Kostenarten; gezielte Variation einzelner Zahlen			25		
B Wie kann ich Terme aufschreiben, wenn sich die Zahlen immer wieder ändern?				E	O
E4 Vorbereitung auf Variable, Einführung der Pfeilbilder und Farbsymbolik	O2 Mit Variablen verändere Zahlen aufschreiben O3 Variablenterme erklären O4 Fachsprache „in Terme einsetzen“	V8-13 In Situationen Terme mit Variablen aufstellen und erklären V14-17 Mit Termen und Variablen verallgemeinern V18-20 In Terme einsetzen	30	25	
				10	
				10	
C Wie kann ich mit Termen Situationen untersuchen?				E	O
E5 In Tabelle durch systematisches Probieren unbekannte Zahlen finden			20		
E6 Rückwärtsrechnen am Pfeilbild, um unbekannte Zahlen zu finden	O5 Unbekannte Zahlen finden durch Probieren und Rückwärtsrechnen	V21-23 Unbekannte Zahlen finden	10	35	
E7 Tabellenkalkulation mit Formeln kennen lernen	O6 In Tabellenkalkulationen mit Termen rechnen	V24-27 Zahlen in Termen verändern – Auswirkungen untersuchen	30	30	
E8 Tabellenblatt mit Formeln selbst schreiben	O7 Ansätze kontrollieren – Terme durchdenken	V28-31 Mit Termen Situationen und Ansätze durchdenken	50	20	

Kurzweg: Schwache Lerngruppen lassen Etappe C zunächst aus und vertiefen dies im Kapitel Gleichungen. **V14-17** bietet weniger textintensiven Zugang zu Variablen, kann alternativ oder stützend zu **E2-E4** genommen werden.

Lerngruppen, die intensiv im Kapitel „Zahlenfolgen und Variablenvorbereitung“ gearbeitet haben, sind in Etappe B sehr schnell, ohne Aufgaben zu überspringen.

Ohne Tabellenkalkulation: Auslassen von **E7, E8, O6**.

Mit weniger Modellieren: Auslassen von **E2, O1**.

Intensivzugriff

Hintergrund

Die Einführung der Variablen ist eines der didaktisch sensibelsten Momente in Klasse 7, in dem die Verstehensgrundlage für die Algebra der Klassen 7-10 gelegt oder verbaut wird. Gerade angemessene inhaltliche Vorstellungen zu Variablen und das Aufstellen und Deuten von Termen erlernen Schülerinnen und Schüler nur, wenn durch geeignete Aufgabenformate Gelegenheit besteht, deren Nutzen zu erkennen. In der *Mathewerkstatt* wird daher die Einführung der Variable und das Aufstellen von Termen bewusst getrennt von der kalkülhaften Behandlung von Termen (im Kapitel Flächenformeln und Termumformung in Klasse 8). Dahinter steht das didaktische Prinzip „Inhaltliches Denken vor Kalkül“. Dabei kann angeknüpft werden an das Aufstellen und Interpretieren von Zahlentermen im Kapitel „Modellieren mit Zahlentermen“ in Klasse 6 und an das Kapitel „Zahlenfolgen und Variablenvorbereitung“ aus Klasse 6 (das letztere wird aber nicht vorausgesetzt, sondern in **V14-V17** vernetzt, um Neuanfänge zu ermöglichen). Variable werden in diesem Kapitel als Schreibweise für veränderliche und für unbekannte Zahlen eingeführt, schwache Lerngruppen sollten zunächst bei der veränderlichen Zahl bleiben und die unbekannten Zahlen erst im Zusammenhang mit Gleichungen thematisieren.

Etappe A: Wie kann ich unterschiedliche

Kostenrechnungen aufstellen und beschreiben?

Zahlenterme werden bereits in Klasse 6 im Kapitel „Modellieren mit Zahlentermen“ eingeführt. Dort wird erfahren, dass sich die Struktur wiederkehrender Situationen (bei denen sich nur einzelne Zahlenwerte ändern) im Term besser erkennen lässt. In **E1** wird diese Erfahrung gezielt aufgegriffen und erweitert, indem die Zahlen in Termen gezielt variiert werden. Diese Quasivariablen reichen durch die gesamte Etappe, erst in Etappe B werden („Buchstaben“-)Variable eingeführt. Quasivariablen sind die Zahlen, deren Werte man unterschiedlich annehmen kann (wie den Kaufpreis oder die gefahrenen Kilometer), also Zahlen, deren Austauschbarkeit auf der Hand liegt. Die Zahlen ändern sich, aber der Term bleibt in seinem *Aufbau* gleich. In **E3** wird die Tabelle als Strukturierungshilfe eingeführt und damit auch die Werkzeugkompetenz im Umgang mit Tabellenkalkulation vorbereitet, die in **O6** und **E8** später explizit wird. **E2** führt in den komplexen Kontext der Kostenberechnungen fürs Auto ein. Daran erfolgt ein wesentlicher Schritt im langfristigen Aufbau der prozessbezogenen Kompetenz Modellieren: Validieren führt oft zum Revidieren, und Modellierungsprozesse sind meistens zyklisch. Dies wird durch den PADEK-Zyklus in **O1** thematisiert.

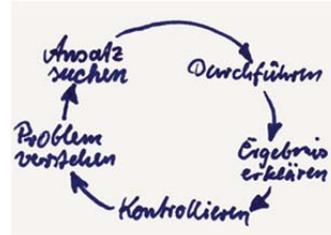


Abb.: Aus PADEK wird der PADEK-Zyklus

Der PADEK-Zyklus ist nicht immer ein chronologisches Modell, weil Modellierungsprozesse selbst bei Experten häufig zwischen den Schritten springen, aber dennoch ist er in der Kreisform für die Lernenden eine gute Orientierungshilfe.

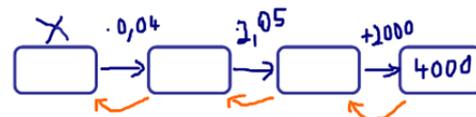
Etappe B: Wie kann ich Terme aufschreiben, wenn sich die Zahlen immer wieder ändern?

In der zentralen Etappe B wird die Variable als Ausdrucksmittel für verallgemeinerte Berechnungen bei veränderbaren Zahlen eingeführt bzw. (wenn das Kapitel „Zahlenfolgen und Variablenvorbereitung“ in Klasse 6 bearbeitet wurde) wiederentdeckt. Ausgehend vom Verallgemeinerungsbedürfnis der Lernenden aus **E3** („immer dasselbe rechnen müssen, ist irgendwie langweilig“) entwickeln diese in **E4** eigenständige Ausdrucksmittel und lernen anschauliche Möglichkeiten kennen wie die Tabelle, die Farben und die Pfeilbilder mit Platzhalter. Diese Darstellungsmittel werden im Weiteren gebraucht als Verstehensbasis für formal-algebraische Sprache und Konzepte. In **O2** wird die Variable eingeführt und auf diese anschaulichen Darstellungen bezogen. Das Interpretieren und Einsetzen in Terme wird in **O3** und **O4** als wichtige Fähigkeit gesondert adressiert.

Etappe C: Wie kann ich mit Termen Situationen untersuchen?

Die Etappe C hat drei verschiedene Lerninhalte, die jeweils zeigen sollen, was man durch die Algebraisierung in Termen gewinnt:

- Bestimmungsprobleme (Unbekannte Zahlen finden in **E5**, **E6**, **O5**),
- Tabellenkalkulation (**E7**, **O6**, **E8**) und
- das Durcharbeiten von Modellierungsansätzen inkl. erster Fehlerbetrachtung (**E8**, **O7**).



Bestimmungsprobleme, also das Suchen unbekannter Zahlen, führen langfristig auf Gleichungen. In diesem Kapitel tauchen nur einfache Gleichungen der Form $\text{Term} = \text{Zahl}$ auf: Suche die Zahl, die ich in einen Term einsetzen muss, um einen vorgegebenen Termwert zu erhalten.

In **E5** und **E6** werden unbekannte Zahlen gesucht mit Hilfe der Strategien: „Systematisches Probieren in der Tabelle“ und „Rückwärtsrechnen am Pfeilbild“. Im Ordnen werden die Bestimmungsprobleme dann als Gleichung symbolsprachlich aufgeschrieben und das Verständnis dieser algebraischen Schreibweise sorgfältig gesichert. Auch hier greift das didaktische Prinzip „Inhaltliches Denken vor Kalkül“: Dieses Kapitel baut die Verstehensgrundlage auf (was bedeutet überhaupt „Lösen von Gleichungen“?), erst im späteren Kapitel Gleichungen in Klasse 8 wird dann das kalkülhafte Lösen von Gleichungen durch Äquivalenzumformungen für breitere Typen von Gleichungen eingeführt.



	A	B	C	D	E
9					
10		Personen-zahl	CO2 pro km	Pro-Kopf-Ausstoß für 30 km	
11		100	7000	2100	
12					
13					
14					
15					

Im langfristigen Aufbau von Werkzeugkompetenzen schließt dieses Kapitel an das Kapitel Diagramme aus Klasse 6 an. Die Arbeit mit den Methodenspeichern Hilfsmittel 1 und 2 wird hier wieder aufgegriffen, wurden sie noch nicht behandelt, können sie an dieser Stelle nachgeholt werden. Neu ist die Nutzung von Formeln mit und ohne Zellbezüge (Zahlenterme und Variablen-terme). Die Tabellenkalkulation wird somit als Werkzeug eingeführt und genutzt, um mit veränderlichen Zahlen in Termen (Formeln) umzugehen. Wer eine Berechnung durch Terme allgemein erfassen kann, kann sich ihre Variation für veränderliche Zahlen von einer Tabellenkalkulation abnehmen lassen.

Die Formeln in Tabellenkalkulationen sind syntaktisch anders (z.B. „=B3*C3/10“), helfen aber beim Vertiefen des Variablenverständnisses, weil man zwischen der Zelle und der eingesetzten Zahl gut unterscheiden kann. In diesem Kapitel werden bewusst noch keine Spalten mit Formeln gefüllt, weil dies das noch fragile Variablenverständnis irritieren könnte: Der Zellname soll als Bezeichnung für eine Variable verstanden werden, wobei in diese Zelle unterschiedliche Zahlen eingesetzt werden. Bei Formeln in ganzen Spalten würde sich der Zellname ständig ändern (B11→B12→...) und damit davon weg-führen, dass es sich stets um dieselbe Variable handelt. Diese Fertigkeit wird daher erst im Kapitel Flächenformeln in Klasse 8 eingeführt.

Konkret erfolgt die Einführung in drei Schritten: Erleben, wie ein fertiges Tabellenkalkulationsblatt mit Formeln und Zellbezügen als „Tabellenrechner“ funktioniert (in **E7**); Erwerb der Werkzeugkompetenz, selbst Zellbezüge herzustellen (in **O6**), nutzen des erweiterten Werkzeugs für ein komplexes Modellierungsproblem (in **E8**). Dabei wird der Kontext von den reinen Verbrauchskosten auf die Umweltkosten (in Form von CO₂-Ausstoß) ausgeweitet.

Die ersten Annäherungen an Fehlerbetrachtungen in **E8** werden in der letzten Ordnenaufgabe **O7** systematisiert. Eingenommen wird eine dynamische Sicht auf Terme, die in **V24-26** innermathematisch vertieft wird.

Kurzweg

Schwache Lerngruppen finden in **V14-V17** einen weniger textintensiven Zugang zu Variablen, er kann **E2-E4** stützen oder sogar ersetzen. Da die Gewöhnung an das Aufstellen und Interpretieren von Termen lange Zeit erfordern kann, ist es auch möglich, die Etappe C bis zum Kapitel Gleichungen in Klasse 8 zu verschieben. Dabei werden dann die Aufgaben **E5** und **E6** sowie **O5** und **V21-V23** nachgeholt.

Lerngruppen, die intensiv im Kapitel „Zahlenfolgen und Variablenvorbereitung“ gearbeitet haben, sind in Etappe B sehr schnell, ohne Aufgaben zu überspringen, weil der Begriff der Variable in Klasse 6 bereits eingeführt wurde; **V14-V17** greift die Vorerfahrung explizit auf.

Wer Formeln in Tabellenkalkulationen hier nicht thematisieren möchte, kann Aufgaben **E7**, **E8**, **O6** auslassen. In vielen Lehrplänen ist der Inhalt jedoch verpflichtend.

Diagnose

Absolut zentral in dem Kapitel ist, dass alle Lernenden die Variable als Ausdrucksmittel für veränderliche Zahlen verstehen. Dies sollte mehrfach überprüft werden, weil ohne dieses Verständnis kein erfolgreiches Algebra-Lernen möglich ist.

Als alternative Leistungsüberprüfung sind Lernberichte denkbar, in denen die Lernenden entlang der Checkliste ohne Zeitdruck an selbst gewählten (je einem für sie leichten und einem für sie schweren) Aufgabenbeispielen zeigen, dass sie diese Kompetenzen erworben haben. Als ergänzende Leistungsüberprüfung können kleine Computerprojekte mit Tabellenkalkulation durchgeführt werden, die den Kontext der finanziellen und ökologischen Kosten von Verkehrsmitteln oder andere selbst gewählte Themen weiter ausloten.

Literatur

Zum Kern des Kapitels:

Malle, Günther (1986): Variable. Basisartikel mit Überlegungen zur elementaren Algebra. In: *mathematik lehren* 15, 2-11.

Zum vorangehenden Kapitel:

Marxer, Michael (2012): Arithmetisches Modellieren – Vorerfahrungen zu Variablen und Termen ermöglichen. In: *mathematik lehren* 171, 49-54.

Zum zugrundeliegenden didaktischen Prinzip:

Prediger, Susanne (2009): Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten. In: Fritz, Annetarie/ Schmidt, Siegbert (Hrsg.): *Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden*. Beltz: Weinheim, 213-234.

Einstiegsseite

Kostenberechnung als komplexes Problem erfahren

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler ...

- denken sich in den Kontext der Kostenberechnung für Fahrzeuge ein;
- beginnen evtl. schon her die sehr offene Modellierung der Kosten, die in **E2** genauer angeleitet wird.

Bezug

E1 bietet eine Wiederholung aus dem Kapitel Modellieren mit Zahlentermen aus Klasse 6 und sollte vor der Einstiegsseite bearbeitet werden, weil die Einstiegsseite direkt zu **E2** überleitet.

Vorbereitung/Material

Informationen zu Kosten von Autos sollen die Lernenden im Anschluss an die Seite sammeln: Internetrecherche, Versicherungs-Übersichten, Reparaturrechnungen, Elternbefragung, etc.

Umsetzungsvorschlag (15 min plus HA plus 20 min)

Gemeinsames Anschauen der Seite und Her- UG
ausarbeiten der Frage:

Wie berechnet man die Kosten für ein Auto?

Hausaufgabe: Sammelt möglichst viele In- HA
formationen über Autokosten:

- Sucht im Internet.
- Befragt eure Eltern.
- Schaut nach Preisen der Tankstelle.
- Sucht nach den letzten Steuerbescheiden, Versicherungs- und Werkstattabrechnungen

... GA
Besprechung der Hausaufgaben: in Klein-
gruppen mit direktem Übergang zu **E2**.

Intensivzugriff

Umsetzungshinweise/Alternativen

Hintergrund: Der ADAC rechnet 2012 mit folgenden typischen Preisspannen und Durchschnittswerten für Autos, die 24 Monate, 48 oder 60 Monate gehalten werden:

	Minimum	Maximum	Durchschnitt
Haltedauer	24 Monate	60 Monate	48 Monate
Kilometer pro Jahr	5000 km	60.000 km	15.000 km
Neupreis	10.000 €	80.000 €	26.000 €
Verbrauch/100km*	5l	12l	6l
Versicherung, jährlich	600 €	1200 €	800 €
Steuer, jährlich	60 €	250 €	120 €
Parkschein, einzeln	2 €	4 €	3 €
Parkschein, 52/Jahr	104 €	208 €	156 €
Strafzettel, +20km/h	30 €	35 €	-
Werkstatt, jährlich	480 €	1200 €	720 €
Pflege, jährlich	-	-	250 €
Wertverlust, jährlich**	1560 €	10800 €	3600 €

Knappste Umsetzungsalternative: Kurzes gemeinsames Anschauen der Einstiegsseite mit klarer Orientierung auf das Problem „Was ist teurer, Bahn, Luxusfahrrad oder Auto?“

Dann direkter Übergang zur Aufgabe **E2**, die die Beantwortung der Frage etwas anleitet.

Mögliche Reaktionen der Lernenden

Der Kontext ist so breit und für die Lernenden anregend, dass sehr viele Ideen kommen. „Wir müssen auch die Parkscheine einberechnen und die Strafzettel.“ Gleichzeitig fehlt den Lernenden ein Gefühl für die großen Kostenfaktoren, gegenüber denen die Strafzettel zurück stehen, nämlich im wesentlichen die Anschaffungskosten, die praktisch alles andere toppen, insbesondere bei Neuwagen.

Im Unterricht gilt es die Balance zu halten zwischen Offenheit für Kontextfragen und angemessenem Zeiteinsatz.

*Herstellerwerte, real in der Regel ca. 30% höher

**Der ADAC rechnet den Wertverlust auf die jährlichen Kosten auf; bei einer entsprechenden Sparrate ist es möglich, sich nach Verkauf des Autos einen gleichwertigen Neuwagen zu leisten.



Ole gibt den Anlass zur Kosten-Modellierung: Wie viel kostet ein Auto wirklich?

Das Bild gibt viele Hinweise auf Kosten, die Lernende im ersten Zugriff vergessen: Versicherung, Öl-Wechsel, Reifen, Wertverlust (Gebrauchtwagen).

Ziele des Kapitels aus Vorschauerspektive

- In diesem Kapitel ...
- beschäftigst du dich mit der Frage, wie viel das Fahren mit Bahn und Auto kostet und was es für die Umwelt bedeutet
 - lernst du, wie du dir bei gleichförmigen Berechnungen Arbeit sparen kannst
 - untersuchst du Ansätze für Kosten, die du allgemein aufgeschrieben hast

Erkunden A Wie kann ich Kostenrechnungen aufstellen und beschreiben?

Schnellzugriff

E1 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- wiederholen das Aufstellen, Interpretieren und Verändern von Zahlentermen aus Klasse 6;
 - verändern den Zahlenterm, wenn sich Voraussetzungen ändern;
 - erleben veränderbare Zahlen in Zahlentermen.

E1 Bezug

Wiederholung aus dem Kapitel Modellieren mit Termen aus Klasse 6. Wird geübt in **V1-V7**. Vorbereitung auf das Verändern von Zahlenwerten, das in **E2-E4** zur Variablen hinführt.

E1 Vorbereitung/Material

Zur Erinnerung an das Aufstellen von Termen helfen die Wissenspeicherseiten Terme 2 (und 3) aus dem Kapitel Modellieren mit Termen der Klasse 6.

E1 Umsetzungsvorschlag (ca. 40 min)

1a)	Diskussion von Pias Term und ihren Preisannahmen, kurze EA zum Ändern des Terms, dann Vergleich UG	UG EA UG
1b)	Klärung, wie der Term geändert werden muss, danach übertragen die Lernenden dies auf ihre individuellen Terme aus a)	UG/ EA
1c)	zentrale, offene Aufgabe zum Variieren von Termen für andere Voraussetzungen (andere Preise, andere Aufteilungen etc.)	PA
1d)	Lernzielkontrolle durch geschlossene Aufgabe mit konkreten Vorgaben	EA
1e)	Abschlussgespräch: Vorteile der Termdarstellung verstehen	UG
HA	Aus V1-V7 (alles Wiederholung)	

Intensivzugriff

E1 Umsetzungshinweise/Alternativen

Zu Beginn des Kapitels wird noch auf der Ebene der Zahlenterme gearbeitet. Sie enthalten zwar keine Variablen, werden aber von den Lernenden als „Quasi-Variable“ erfahren, da die Preise offensichtlich austauschbar sind. Durch die Variationen im Verlauf der Aufgabe wird diese Sichtweise angeregt.

Deutlich sollte der Unterschied betont werden, ob es genügt, Zahlen zu ändern (wie in **a)**) oder ob der Term in seiner Struktur geändert werden muss (wie in **b)**).

E1 Erwartungshorizont

a) Pia hat Essen und Trinken unterschätzt, und die Bahnfahrkarte von uns aus wäre teurer, deswegen dieser Term: $29 + 33 : 2 + 49,90 + 12$. **bc)** dient der Interpretation und offenen Variation von Termen. **d)** (1) $38,50 : 50 + 33 : 2 + 24,95 + 3$; (2) - (3), bei vier kommt ein Summand dazu.

E1 Lernwege

Beschriftungen helfen beim inhaltlichen Interpretieren des Terms.

Beispiel aus der Erprobung:

$$\text{Term: } 38,50 : 5 + 33 : 2 + 49,90 + 3 = 77,10 \text{ €}$$

↓
↓
↓
↓
↓

Gruppen-
Jugend-
Musical-
Essen

Ticket
herbergs-
eintritt
und
Trinken

zimmer

Viele Lernenden variieren nicht die gegebenen Terme, sondern schreiben immer wieder komplett neue Terme hin. Die Variation der Zahlenwerte ist aber wichtig für die spätere Variable.

E1 Differenzierung

Wenn die Klasse nicht genügend Kontextwissen zum Abschätzen der Preise mitbringt, können die Preise zur Vorbereitung als Hausaufgabe recherchiert werden: Kosten einer Übernachtung in der Jugendherberge, Preis einer Gruppenfahrkarte bei der Bahn, etc.

In **c)** wird offenes, divergentes Vorgehen ermöglicht: Situationen erfinden und entsprechend den Term sowohl in den Zahlenwerten als auch in seiner Struktur anpassen. Denkbar ist auch die Umkehrfragestellung: Was bedeutet es, wenn ich den Term z.B. so ... ändere?

Beispiel aus der Erprobung:

$$35,00 : 5 + 28 : 3 : 5 + 44,50 + 20 : 5 = 72,30 \text{ €}$$

↓
↓
↓
↓

Kinder
Happy Day
Musical-
Essen

ermäßigt
in der Jugend-
reiselösung-
je nach

herberge
wingsgut-
sich

Schwarz

E1 Diagnose

Zu beobachten ist vor allem, ob die Situationen tatsächlich in Termen dargestellt werden, und nicht etwa in Einzelrechnungen oder spaltenweiser Addition etc. Die Etablierung der Terme als eigene Denkobjekte ist entscheidende Voraussetzung zur Weiterarbeit. Sie kann mit **V1-V7** weiter gefestigt werden vor dem Übergang zur Variable.



Erkunden A Wie kann ich Kostenrechnungen aufstellen und beschreiben?

Schnellzugriff

E2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- modellieren eine komplexe Kostenberechnung;
- lernen das mehrfache Revidieren von Ansätzen kennen;
- erfassen Ansätze in Termen und ändern sie.

E2 Bezug

Einstiegsseite motiviert das Kontextproblem
Weiter mit **O1** zum Revidieren von Ansätzen

E2 Vorbereitung/Material

Auswertung der Einstiegsseite als Ideengeber. Recherche bei den Eltern, im Internet etc. über Kosten, die für die Nutzung eines Autos entstehen (z.B. als **HA**)

E2 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- | | | |
|---|--|--------------------|
| 2a) | Vorbereitende HA inkl. Recherche über Kosten bei Eltern und im Internet | HA/ EA |
| 2b) | Mathekonzferenz: Vergleichende Validierung und Revision der Ansätze | erst PA
dann GA |
| 2c) | gemeinsame Reflektion und Sammlung. Sukzessives Verändern des Terms an Tafel zeigen, Bezug zu PADEK herstellen | UG |
| 2d) | Auswertung des Berechneten im Kontext | GA |
| HA Aus V1-V7 , Diskussion mit Eltern übers Auto | | |

E3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- variieren Werte zu zwei Größen systematisch in Tabellen;
- lernen dabei Zahlen als Quasivariablen kennen und erfahren ausgiebig, dass sie immer wieder dasselbe rechnen;
- stellen die Kosten in Abhängigkeit von verschiedenen Größen und Zeiträumen dar.

E3 Bezug

Nach **E2, O1**, unmittelbare Vorbereitung für **E4**

E3 Vorbereitung/Material

Materialblock Arbeitsmaterial „Kostenberechnung mit unterschiedlichen Annahmen“

E3 Umsetzungsvorschlag (25 min)

- | | | |
|--|---|--------|
| 3a) | Verständnis der Tabelle gemeinsam absichern: Kaufpreis wird auf 10 Jahre verteilt, Kaufkosten und Kilometer als unabhängige Größen, alle anderen abhängig | UG |
| 3ab) | weitere Berechnungen: Nutzung der Ergebnisse für Alltagsentscheidungen | EA/ PA |
| 3c) | Kurzes Nachdenken in PA, dann Plenum: Hinführung zum Denken in Variablen | UG |
| HA Aus V1-V7 oder Berechnung der eigenen Fahrradkosten | | |

Intensivzugriff

E2 Umsetzungshinweise

Eigene Recherche nach Kostenfaktoren des Autofahrens ist wichtig zur Konsolidierung des Kontextwissens. Erste Ansätze dürfen unvollständig sein.
Alternative: Präsentation der Rechercheergebnisse und Modellierungsansätze im **Museumsrundgang**.

E2 Lernwege

Häufig werden die Anschaffungskosten gar nicht berücksichtigt oder komplett dem ersten Jahr zugerechnet. Besser sind sie auf mehrere Jahre zu verteilen (wie in **E3**).
Faszinierend ist die Komplexität des Problems, doch ist sie auch herausfordernd, gerade für eine übersichtliche Darstellung. Damit die Terme nicht vergessen werden, wird in **E3** systematisiert und eingeschränkt. Dass selbst Bahncard 100 und Luxusfahrrad günstiger sind, überrascht viele.

E2 Differenzierung

Für Schnelle: Zusatzüberlegung: Sind Taxifahrer Spitzenverdiener, wenn 1 km Fahrt 2 € kostet. (Echte km-Kosten, Standzeiten etc. berücksichtigen)

E3 Umsetzungshinweise/Alternativen

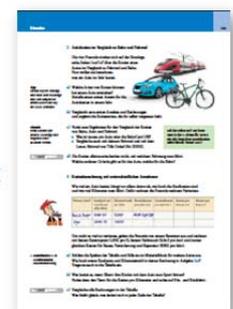
Der Benzinverbrauch wird hier vereinfacht zu Liter pro Kilometer statt Litern pro 100 km, **V2** vertieft das Verständnis der Angabe.

E3 Lernwege

In der Tabelle variieren die Lernenden die angenommenen Zahlen, dabei ist wichtig, dass sie die Zahlenterme notieren, nicht nur Ergebnisse. Das wiederholte Berechnen sind die Lernenden unterschiedlich schnell satt und entwickeln erst dann ein Bedürfnis nach einfacheren Herangehensweisen. Diese Erfahrung ist dennoch für alle wichtig, um Einsicht in die Notwendigkeit allgemeiner Terme zu ermöglichen.

E3 Differenzierung

Für Schnelle: Berechnungen für konkrete Fahrzeuge mit überprüfbareren Daten, z.B. das Auto der Eltern. Für einige Lernende ist gezielte Reflexion und Anbindung an Situationen wichtig, um die Variablen in **E4/ O2** genügend vorzubereiten.



Erkunden B Wie kann ich Terme aufschreiben, wenn sich die Zahlen immer wieder ändern?

Schnellzugriff

E4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- nähern sich präformal der Variable, indem sie eigene Ausdrucksmittel zum Verallgemeinern der Berechnung mit veränderlichen Zahlen suchen;
- lernen Platzhalter, Pfeilbilder und Farben als allgemeine Beschreibungsmittel für veränderliche Zahlen kennen;
- unterscheiden im Kontext unabhängige und abhängige Größen.

E4 Bezug

Vorbereitung für Einführung der Variable in **O2**, ähnliche präformale Anlässe zum Verallgemeinern bieten **V14-V17**

E4 Vorbereitung/Material

Zunächst nur Materialblock, ohne Schulbuch

E4 Umsetzungsvorschlag (30 min)

- | | | |
|--|--|--------|
| 4a) | ausführliches Suchen eigener Ausdrucksmittel, zunächst nur mit Materialblock ohne Merves und Oles Weg. Verallgemeinerung sowohl als Verbalisierung als auch als Term schriftlich fordern | EA |
| Wege vergleichen als Museumsgang oder Placemat | | |
| 4b) | Merves Darstellung im UG bewerten. Kann man in <i>beide</i> Kästen beliebige Zahlen schreiben? | UG |
| 4c) | Flüstergruppen: „Was bedeutet farbig?“ Zusammentragen der Ideen im Plenum | PA/ UG |
| 4d) | Aufsuchen, wo in den verschiedenen Darstellungen (Tabelle, Pfeildiagramm) die unabhängige/abhängige Variable steht | PA |
| HA | Aus V14-V17 , nach O2 auch V8 | |

Intensivzugriff

E4 Umsetzungshinweise/Alternativen

Wer das Kapitel Zahlenmuster in Klassen 6 gründlich bearbeitet hat, kann die Variable hier schnell wieder erfinden. Dennoch lohnt es, die alternativen Ausdrucksmittel anzuschauen, denn sie dienen der Vertiefung der Vorstellungen.

Die Aufgabe bereitet auf den Variablenbegriff vor, der Fokus liegt dabei auf nur *einer* Veränderlichen. Bewusst sollte mit verschiedenen Darstellungen (Tabelle, Pfeilbild) gearbeitet werden, um den Blick, wo sich die veränderliche Zahl „versteckt“, zu schärfen.

Geübt werden sollte auch der *Wechsel* zwischen diesen Darstellungen. Das Pfeilbild mit Platzhalter kann beispielsweise in höheren Klassen bei der Zinseszinsrechnung gewinnbringend eingesetzt werden.

E4 Erwartungshorizont

Entscheidend ist genügend Zeit, um eigene Ausdrucksmittel zum Verallgemeinern der Berechnung mit veränderlichen Zahlen zu erfinden.

Zum Beispiel reden die Lernenden über die „x-beliebige Zahl“ oder nutzen „Kilometerzahl“ oder „allgemeine Kilometerzahl“ als Wortvariable.

Deutung der anderen Darstellungen:

- In Tills Tabelle wird die Unterscheidung zwischen „veränderlich“ und „nicht veränderlich“ in der Betrachtung der jeweils untereinanderstehenden Zahlen deutlich, die sich von Zeile zu Zeile ändern oder eben gleich bleiben. Wie man allgemein mit der veränderlichen Zahl rechnet, zeigt er jedoch nur durch die Parallelität in jeder Zeile.

- Merve stellt ihre Rechnung mit Platzhaltern in einem Pfeilbild dar, nutzt also eine aus der Grundschule vertraute Darstellung. (Das Pfeilbild wird in **E6** fürs rückwärts Rechnen wichtig.)
- Ole übernimmt Tills Tabelle, kennzeichnet die Stelle, an der „x-beliebige“ Zahlen eingesetzt werden können jedoch mit der Farbe gelb. So haben auch die Inder die veränderlichen Zahlen allgemein ausgedrückt.

E4 Lernwege

Die Tabelle, die Pfeilbilder und vor allem die Farben helfen den Kindern, ihren Bedarf an allgemeinen Ausdrucksmitteln zu klären und auszuschärfen. Gerade die Farben haben sich bewährt als Vorstufe zur Variable, auch zum Beispiel bei Mustern in Rechenpäckchen.

E4 Differenzierung

Wer die Variable schnell erfindet, kann die Tabelle um weitere Spalten erweitern, z.B. Benzinkosten pro km.

E4 Diagnose

Haben alle Lernenden das Ziel des Verallgemeinerns genau erfasst, bevor sie die Variable als fertiges Konzept kennenlernen? Sonst unbedingt mit den Aufgaben **V14-17** weiter stützen.

Erkunden C Wie kann ich mit Termen Situationen untersuchen?

Schnellzugriff

E5 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...
 • festigen ihre Erfahrung mit Termen in Tabellen;
 • nähern sich Bestimmungsproblemen (unbekannte Zahlen finden) durch systematisches Probieren.

E5 Bezug

Nach **O4** und genügend Üben in **V1-V20**; weiter mit **E6**

E5 Vorbereitung/Material

Tabellenvorlage im MB, ggf. auch Folie; Taschenrechner

E5 Umsetzungsvorschlag (20 min)

5)	kurz gemeinsam Aufgabenverständnis sichern: passende Einsetzung finden	UG
5ab)	Finden der gesuchten Werte durch systematisches Probieren (hier noch ohne Tabellenkalkulation)	PA
	Vorstellung der Lösungswege	UG
HA	aus V21-V23	

E6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler
 • suchen Unbekannte durch Rückwärtsrechnen
 • verstehen die Pfeildarstellung als systematische Strategie zum Rückwärtsrechnen.

E6 Bezug

Nach **E5**, führt direkt auf **O5**
 Üben dazu in **V21-23**, davon **V21** auch vor **O5** möglich

E6 Umsetzungsvorschlag (10 min + 10 min HA)

6ab)	zunächst allein unbekannte Zahlen finden, EA nur bei Problemen ins Plenum	
6c)	Rückwärtsrechnen als weitere Strategie am Pfeilbild verstehen	PA
6d)	Umkehraufgabe: Term zum Pfeilbild	HA
HA	6 d) oder O5ab)	

Intensivzugriff

E5 Umsetzungshinweise/Alternativen

Hier erfolgt die Umdeutung der Variable von der veränderlichen Zahl zur Unbekannten, die man zum vorgegebenen Termwert erst finden muss. Bewusst werden noch keine Gleichungen geschrieben, erst geht es um die Vorstellung dahinter. Systematisches Probieren hilft, um die Bedeutung der Unbekannten zu klären.

Alternative: erst **O6**, dann **E5** auch an Tabellenkalkulation systematisch probieren.

E5 Erwartungshorizont

Alle Lernenden verstehen, was die Aufgabenstellung bedeutet und finden durch Probieren Ergebnisse. Beim wiederholten Aufschreiben der Zahlenterme wird nur die Kilometerzahl variiert (1. Größe), die 2. Größe hängt davon ab.

E5 Lernwege

Die meisten Lernenden probieren, wenn auch unterschiedlich systematisch. Ein Teil der Lernenden entwickelt hier schon selbst die Idee des Rückwärtsrechnens, die für alle in **E6** expliziert wird.

E5 Differenzierung

Systematisches Probieren ist selbstdifferenzierend: Wie zielsicher variieren die Lernenden? Wer schnell fertig ist, kann anderen Lösungsweg suchen. Langsame Rechner dürfen die Aufgabe **E5** vorzeitig abbrechen, die **E6** vorarbeiten und der Klasse erklären.

E6 Umsetzungshinweise/Alternativen

Das Rückwärtsrechnen ist eine entscheidende Basis zum Verstehen von Gleichungen und wird hier vor der formalen Schreibweise von Gleichungen eingeführt. In **O5** wird die Parallelität von fachsprachlichen und alltagssprachlichen Formulierungen weiter geführt und kann hier auch reflektiert werden.

Leistungsstarke Klassen lösen **E6** als Hausaufgabe. Schnelle denken sich weitere Aufgaben aus.

E6 Erwartungshorizont

Im Pfeilbild spiegelt sich die Abfolge der Rechenschritte. Beim Lösen des Bestimmungsproblems werden sie (durch Bilden der Umkehroperation) rückwärts ausgeführt.

E6 Diagnose

Begreifen alle Lernenden die Beziehung zwischen Tabelle und Pfeilbild? Falls nicht, noch einmal gegenseitig erklären lassen und dann gezielt Hin- und Herübersetzen üben.

E6 Lernwege

Aufgabe bereitet bei vorheriger Einführung der Pfeilbilder keine Probleme. Einige Lernende lösen sich sofort nach Erfassen der Idee von dem Bild und Rechnen im Kopf rückwärts. Herausfordernd sind die in **d)** erforderlichen Klammern.



Erkunden C Wie kann ich mit Termen Situationen untersuchen?

Schnellzugriff

E7 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- lernen die Funktionsweise von Tabellenkalkulationsblättern mit Formeln kennen;
- deuten die Formeln in der Bearbeitungszeile der Tabellenkalkulation als Terme.

E7 Bezug

Nach **O5**; danach wird in **O6** das Schreiben von Tabellenkalkulationsformeln gelernt

E7 Vorbereitung/Material

Autokosten im Materialblock
 Tabellenvorlage als Datei im Online-Bereich
 Computer mit Tabellenkalkulationsprogramm (ideal: zwei Lernende pro Rechner, notfalls reicht Vorführung)

E7 Umsetzungsvorschlag (30 min, davon 10 min HA)

- 7ab)** Vorbereitende HA: In Terme einsetzen HA
-
- 7c)** zu zweit ausprobieren, wie man Tabellenblätter mit Formeln benutzen kann PA
-
- 7d)** Plenum: Zusammenhang zwischen den Zellbezügen in der Bearbeitungszeile und den Variablen in Pias Term herstellen. In Einzelarbeit Tills Formel für die Fragestellung „Kosten pro km“ anpassen UG
dann EA
-
- 7e)** Aufgrund der vorliegenden Daten die Fragestellung diskutieren, Argumente ggf. auf Moderationskarten zusammentragen UG
-
- HA** **O6** (eigenständiges Herumprobieren mit Tabellenkalkulation)

Intensivzugriff

E7 Umsetzungshinweise/Alternativen

Die Tabellenkalkulation wird in dieser Aufgabe zunächst in ihrem Nutzen erlebt, in der nächsten Aufgabe (**O6**) wird die Technik gelernt, selbst ein Tabellenblatt anzulegen. Für einen neuen relevanten Kontext genutzt wird dieses Wissen in **E8**. Notfalls kann hier auch nur die Funktionsweise an einem Rechner und Beamer vorgeführt werden.

Hintergrund: Bewusst werden Formeln in diesem Kapitel nur für einzelne Zellen, nicht aber für ganze Spalten genutzt, denn in der ganzen Spalte steht für jede Zeile eine andere Formel (B1, B2, B3, ...), dies kann den Aufbau eines Variablenverständnisses behindern.

Umsetzung: Einsatz des Taschenrechners ist bei dieser Aufgabe erlaubt und sinnvoll. Durch beispielhafte Konkretisierungen werden realistischere Werte (im Internet) recherchiert:

Zeile 3: Pias Daten

Zeile 4: Rentner, Wenigfahrer, aber großes Auto

Zeile 5: Hausfrau, fährt überwiegend zum Einkauf, bevorzugt wegen der Parkplätze ein kleines Auto

Zeile 6: Handelsvertreter, fährt weite Strecken, braucht entsprechendes Auto.

Alternative: Wenn erst **O6** bearbeitet wird, kann diese Aufgabe übersprungen oder nur für die Schwächeren mit vorgegebenem Tabellenblatt bearbeitet werden. Die besseren gestalten das entsprechende Tabellenblatt selbst.

E7 Erwartungshorizont

- ab)** Term wird gedeutet und weitere Zahlen eingesetzt.
c) Lernende nähern sich dem Tabellenblatt als „Einsatzrechner“ und probieren, wie es funktioniert.
d) $= (C14/10 + E14 + F14 * 0,06 * 1,9) / C14$

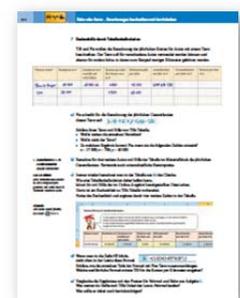
E7 Lernwege

Der Umgang mit Tabellenkalkulationsprogrammen braucht häufig etwas Unterstützung, damit das eigentliche algebraische Lernziel nicht aus den Augen verloren wird. Variablennamen wie „B3“ aus Buchstabenkombinationen irritieren manche Lernende, so dass die Bearbeitungszeile der Tabellenkalkulation nicht als Formel erkannt wird.

Besondere Beachtung sollte auf die Verwendung *unterschiedlicher* Variablen gelegt werden, da teilweise für *jede* beliebige Zahl die Variable x verwendet wird.

E7 Differenzierung

Im Arbeiten mit Tabellenkalkulationsprogrammen bestehen große Unterschiede bei den Vorkenntnissen. Denjenigen, denen Formeln in Tabellen bereits vertraut sind, sollten weiterführende Aufgaben angeboten werden, etwa die Übertragung und Anpassung der vorhandenen Tabelle auf die Tabellen der Aufgaben **E3-E5**.



Erkunden C Wie kann ich mit Termen Situationen untersuchen?

Schnellzugriff

E8 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- modellieren komplexe Zusammenhänge (CO₂-Belastung in Abhängigkeit von der Personenzahl) und mathematisieren sie durch Terme;
- nutzen Tabellenkalkulation als Werkzeug;
- erweitern Kontextwissen, indem sie CO₂-Ausstoß als weiteren Aspekt der Fahrzeugwahl kennenlernen.

E8 Bezug

Nach E7, zwischendurch O6, wird geübt in V27, V31

E8 Vorbereitung/Material

Computer mit Tabellenkalkulationsprogramm (ideal 1 PC pro 2 Lernende, notfalls mit halber Klasse im Wechsel mit Vertiefenaufgaben ohne Computer)

E8 Umsetzungsvorschlag (ca. 40 + 10 min HA ohne O6)

8a)	kurzes Eindenken in Kontext: CO ₂ -Ausstoß als Umweltbelastung	UG
8b)	Ergänzung der Tabelle um eine Spalte „CO ₂ -Footprint Merves Mutter“	EA
8cde)	Tabelle erstellen: CO ₂ -Ausstoß pro Kopf bei unterschiedlichen Personenzahlen mit Termen Vergleich im Mini. Ich-Du-Wir	EA PA-UG
8f)	Arbeitsteilig Tabellen erstellen zu „CO ₂ -Ausstoß pro Kopf bei unterschiedlichen Mitfahrerzahlen“ in Tabellenkalkulation	PA/ GA
8gh)	als HA	HA

Intensivzugriff

E8 Umsetzungshinweise/Alternativen

Tabellenkalkulation ist zentraler Lehrplaninhalt, sie unterstützt die strukturierte Herangehensweise an eine Problemlösung. Deswegen ist die Bearbeitung mithilfe einer Tabellenkalkulation eine wichtige Erfahrung. Vom Kontext deutlich einfacher ist (alternativ) V27. Der Kontext wird vertieft in V29, V31. Nicht zu viel Zeit in den Kontext investieren, evtl. auslagern in ein Referat. 8d) ist gut als Placemat inszenierbar.

E8 Erwartungshorizont

In d) sollen einzelne Tabellen zunächst „von Hand“ angelegt werden, erst in f) in einer Tabellenkalkulation. Damit wird erreicht, dass die Schwierigkeiten getrennt werden: in cd) geht es um das inhaltliche Verständnis, dass eine antiproportionale Zuordnung vorliegt, in e) wird dies formalisiert, in f) geht es um das technische Verständnis, wie dies in einer Tabellenkalkulation umzusetzen ist.

E8 Differenzierung

Für Unterausgelastete: aktuelle Werte recherchieren und Berechnungsmodelle der Bahn untersuchen: DB: <http://reiseauskunft.bahn.de/bin/query.exe/dn?S=Berlin&Z=Frankfurt&start=1&application=ECOLOGYINFO>.

E8 Lernwege

Je nach Vorwissen der Lernenden kann die Einstiegsdiskussion über den CO₂-Einfluss mehr oder weniger ausführlich ausfallen. Denkbar ist hier auch die Zusammenarbeit mit anderen Fächern.

Die Überlegungen sind für Lernende teilweise schwer nachzuvollziehen („Der Bus fährt doch sowieso, ob ich drin sitze oder nicht“). Deshalb ist die in den Teilaufgaben gewonnene Erkenntnis, dass die Umweltbelastung pro Kopf mit der Auslastung sinkt, zentral.

Gleichzeitig stellt die hier notwendige Mathematisierung im Term ein sinnstiftendes Beispiel für eine antiproportionale Zuordnung dar.

S-Bahn	Personenzahl	Pro-Kopf-Ausstoß
7000	500	7000 : 500 = 14
250		28

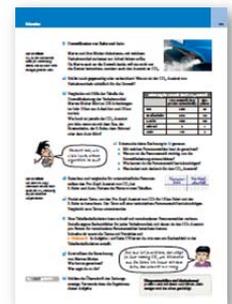
Die Darstellung der Berechnungen im Term ist für viele Schülerinnen und Schüler nicht naheliegend, hier braucht es konkrete Anweisungen. Typisches technisches Problem: In die Zelle schreibt man „=Term“, nicht nur „Term“. Verständlich machen, dass das Gleichheitszeichen eine Anweisung an das Programm ist, den Zelleninhalt „auszurechnen“, im Gegensatz zur reinen Darstellung des Geschriebenen, wenn das Gleichheitszeichen nicht davorsteht. Ggf. an Tafel zeigen.

E8 Diagnose

Haben alle Lernenden den Unterschied zwischen der Zelle B1 und der Zahl in der Zelle begriffen? Nutzen sie es in ihren Formeln? Dies ausführlich zu besprechen, vertieft nicht nur Werkzeugkompetenz, sondern auch das Variablenverständnis.

Ist der Unterschied zwischen den Darstellungsformen Tabellenkalkulationsterm und algebraischen Term klar? (Zahlen-Buchstabenkombination versus Kleinbuchstabe).

V30 bietet explizite Übersetzungsübungen.



Ordnen A

Wie kann man Kostenrechnungen aufstellen und beschreiben?

Schnellzugriff

O1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erweitern ihre prozessbezogene Kompetenz Modellieren;
- nutzen das PADEK-Schema als strukturierte Vorgehensweise zur Modellierung;
- werden sich bewusst, dass nach dem Kontrollieren das Revidieren von Ansätzen für Modellierungen wichtig ist und PADEK so zum Kreislauf wird.

O1 Bezug

Nach E2, weiter mit E3

O1 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher aus Materialblock, auch auf Folie

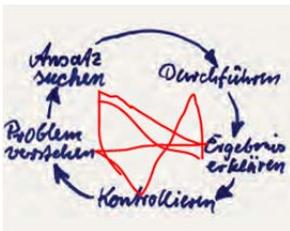
O1 Umsetzungsvorschlag (25 min)

- | | | |
|-----|--|-------|
| 1a) | Aufgabenverständnis im Plenum sichern, UG/PA dann PA zur Identifikation der PADEK-Schritte | |
| 1b) | eigenen Lösungsweg aus E2 rekonstruieren und PADEK-Schritte zuordnen | EA |
| 1c) | Eintragen in Wissenspeicher: Bewusstheit für Kreislauf erlangen | PA/EA |
| 1d) | Diskussion mit Fokus auf Grundidee: PADEK hört nach einem Durchgang nicht auf! (Kreislaufidee) | UG |
| HA | aus V1-7 (zum Zahlenterme aufstellen) | |

Intensivzugriff

O1 Umsetzungshinweise

Die Erweiterung von PADEK zum Kreislauf bildet eine wichtige Stufe im langfristigen Aufbau der prozessbezogenen Kompetenz Modellieren: Ein zunächst favorisiertes Modell erweist sich beim Validieren als unzulänglich und wird revidiert. Dies wird durch den Kreislauf in O1 veranschaulicht. Zwar springen Modellierungsprozesse oft noch mehr hin und her zwischen den Schritten, dennoch bietet der Kreislauf den Lernenden eine gute Orientierungshilfe, weil er kognitive Tätigkeiten bewusst macht und die Lernenden diese so gezielter einsetzen können.



Impulse zum Vergleich in O1d):

- „Merve mag anscheinend das Kreisschema lieber ...“
- „Zwei unterschiedliche Darstellungen für PADEK, welche ist eigentlich besser?“
- „Wie würdet Ihr PADEK zeichnen?“

O1 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

O1 Lernwege

In O1a) sind die Zuordnungen der Schritte nicht immer eindeutig, dies muss nicht abschließend entschieden werden. Im Vordergrund steht vielmehr die Gewinnung der Einsicht, dass man dieselben Schritte mehrfach durchläuft, wenn sich der zunächst gewählte Ansatz als unzulänglich erweist.



Ordnen B

Wie kann man Terme aufschreiben, wenn sich die Zahlen immer wieder ändern?

Schnellzugriff

O2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- lernen Variable als Ausdrucksmittel zur allgemeinen Berechnung mit veränderlichen Zahlen kennen;
- deuten Variable in unterschiedlichen Darstellungen;
- beziehen die Bedeutung des Fachwortes Variable (variieren=verändern) auf veränderbare Zahlen.

O2 Bezug

Direkte Weiterführung von E4, weiter mit O3, O4

O2 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher Terme 7 (oberer Teil) aus dem Materialblock auf Folie

O2 Umsetzungsvorschlag (25 min)

2a) Deutung der Variable x als Ausdrucksmittel für in E4 eingeführten Zweck des Verallgemeinerns - in der Tabelle

2bcde) Ich - Du - Wir: Farben und Pfeilbild als Veranschaulichung für Variable EA-PA-UG

2f) nach Vergleich an Folie in WS eintragen UG EA

HA V8 oder b)-e) Ich als HA, dann Du-Wir im Unterricht

Intensivzugriff

O2 Umsetzungshinweise/Alternativen

In Klassen, die das Kapitel Zahlenfolgen/ Variablenvorbereitung in Klasse 6 bearbeitet haben, kann der Wissenspeicher komplett in Einzelarbeit erstellt und dann im Unterrichtsgespräch verglichen werden.

Entwickelt wird hier zunächst die inhaltliche Vorstellung der Variable als veränderliche Zahl, ab E5 auch als unbekannte Zahl. Dazwischen sollte genügend Zeit zum Üben/Gewöhnen gelassen werden.

O2 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

O2 Lernwege

Wenn die Aufgaben E2-E4 gründlich bearbeitet wurden, gibt es hier in der Regel keine Schwierigkeiten mehr. Wenn bei E2-E4 Zeit eingespart wurde, muss hier gründlich auf Merves und Oles Wege eingegangen werden. Denn wer sich vorschnell von den inhaltlichen Vorstellungen löst, versteht die neue symbolische Sprache nicht.

Beispiele aus der Erprobung:

zu O2b)

• Pia meint mit dem x die jeweilige Kilometerzahl, weil sie veränderbar, also variabel, ist. Die hat das Gleiches markiert. Das benutzt er gelbe Farbe und keinen Buchstaben.

Zu O2e)

• „Variable“ bedeuten hier die Zahlen die man in Termen ändern kann wie man will. An Stelle der veränderbaren Zahl kommt einfacher Weise dann ein Buchstabe hin.

• „Variieren“ ist das Verb von dem oberen Begriff und bedeutet also das man gerade die Buchstaben durch Zahlen ersetzt.



Ordnen B

Wie kann man Terme aufschreiben, wenn sich die Zahlen immer wieder ändern?

Schnellzugriff

O3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- lernen wichtige Fragen zum Interpretieren von Termen kennen;
- lernen Terme mit *mehreren* Variablen kennen.

O3 Bezug

Nach **O2**, dann **V12**, **V13**, dann **O4**

O3 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher *Terme 7* (mittlerer Teil) aus dem Materialblock auf Folie

O3 Umsetzungsvorschlag (10 min)

- 3a)** Mögliche Impulse zur Interpretation: UG
- „In Tills Tabelle kommt jetzt auch noch die Farbe Grün vor“
 - „Vergleiche die Tabellen in **O2/O3**“
- Beantwortung der Fragen im Kasten anschließend gemeinsamer Vergleich EA UG

- 3b)** Sichern der Ergebnisse durch Übertragung in den WS EA

HA **V12**

O4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- erkennen, dass Zahlenterme einen festen Wert besitzen, während der Wert eines Variablenterms erst nach dem Einsetzen bestimmt werden kann;
- erwerben fachsprachliche Wendungen „einsetzen“, „Wert für $x=3$ “.

O4 Bezug

Nach **O3** und einigem Üben dazu, weiter mit **V18**.
Nun erst **V1-V20** festigen, bevor es mit **E5** weiter geht.

O4 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher *Terme 7* (unterer Teil) aus dem Materialblock auf Folie und zwei Moderationskarten mit den Termen

O4 Umsetzungsvorschlag (10 min)

- 4a)** Terme an Tafel bringen, Meinungen zu Merves Frage sammeln weitere Beispiel in Einzelarbeit sammeln EA UG

- 4b)** Lernende erklären fachsprachliche Wendung, eine Erklärung wird in alle WS übernommen (ggf. Schreibkonferenz) EA/UG

- 4c)** Wortbedeutung für „Einsetzen“ am Platzhalter festigen UG

- 4d)** Übertragen in den Wissenspeicher EA

HA **V19, V20**

Intensivzugriff

O3 Umsetzungshinweise/Alternativen

Das Frageschema soll die Abgrenzung der Begriffe „Variable“, „Term“ und „Wert des Terms“ bewusst machen. Es stellt eine wichtige Voraussetzung zum Interpretieren von Termen dar.

Vertieft wird dies durch die Ausweitung auf zwei Variable.

O3 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

O3 Lernwege

Aus der Erprobung:

a) x und b stehen für Variable b bedeutet der Benzinpreis und x bedeutet die angenommene Kilometerzahl (in km). Der Term bedeutet das Ergebnis was dann das Benzin Kosten würde.

Nicht alle verstehen auf Anhieb, wofür der Termwert inhaltlich steht, deswegen ist sorgfältige Kontrolle wichtig.

O4 Umsetzungshinweise/Alternativen

Beschäftigung mit Sprachrezeption (fachsprachliche Wendungen verstehen) und -produktion (Erläuterungen formulieren) insbesondere für sprachlich Schwache wichtig.

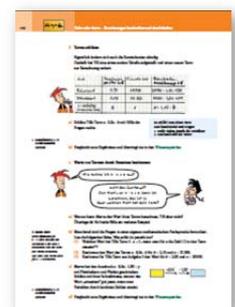
O4 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

O4 Differenzierung

Die Fragestellung in **4c)** kann ausgeschärft werden:

Wie würde die Pfeildarstellung aussehen, wenn der Benzinpreis fix ist, die Kilometerzahl und der Verbrauch variabel?



Ordnen C Wie kann man mit Termen Situationen untersuchen?

Schnellzugriff

O5 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- konsolidieren ihr Verständnis für Bestimmungsprobleme (unbekannte Zahlen finden);
- verknüpfen Bestimmungsprobleme mit unterschiedlichen Darstellungen: Kontextprobleme → fachsprachliche Formulierung → Formalisierung in Symbolsprache (Terme, Gleichungen), sichern zwei Wege zum Lösen der Bestimmungsprobleme: systematisches Probieren in Tabelle und Rückwärtsrechnen im Pfeilbild.

O5 Bezug

Knüpft unmittelbar an **E5**, **E6** an, weiter mit **V21-23**

O5 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher Terme 8 aus dem Materialblock
Moderationskarten oder Folien mit den Aufgabenstellungen

O5 Umsetzungsvorschlag (35 min)

5abc) Ich - Du - Wir

EA/ PA

Diskussion im Plenum über Entsprechung UG der unterschiedlichen Darstellungen.
Dazu die gelb unterlegten Texte des Arbeitsbuchs auf Moderationskarten

5d) Pias Aussage zum Unterschied Unbekannte/Veränderliche kann schon im Rahmen der Diskussion in **c)** entstehen, sonst sollte sie hier angesprochen werden UG

5e) Übertragen in WS EA

HA aus **V21-23**

Intensivzugriff

O5 Umsetzungshinweise/Alternativen

a) und **b)** sichern nur, was in **E5** und **E6** bereits erarbeitet wurde, neu ist die symbolsprachliche Darstellung in **c)**. Im WS ist die Reihenfolge der Aufgabenteile umgekehrt, weil **c)** die „fertige“ Mathematik einbringt.

- So schreibt man die Suche nach unbekanntem Zahlen auf **(c)**
- Das Suchen unbekannter Zahlen kommt zum Beispiel in solchen Aufgaben vor **(a)**
- So kann man unbekannte Zahlen durch systematisches Probieren finden **(a)**
- So kann man unbekannte Zahlen durch Rückwärtsrechnen finden **(b)**
- **d)** wird nicht verschriftlicht.

O5 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllte Wissenspeicherseite.

In **c)** ist wichtig, die mittlere Formulierung als richtig herauszustellen und zu erklären, wieso die Allaussage in (1) und das Einsetzen in (3) etwas anderes sind. Dies ist verknüpft mit **d)**:

In **d)** werden zwei verschiedene Sichtweisen im Variablenverständnis angesprochen:

- Sichtweise „Unbekannte“: x steht für eine Zahl die man zwar noch nicht kennt, die aber sozusagen darauf wartet, erkannt zu werden. Der Termwert, (die abhängige Variable) ist fix. Beispiel: Lösung einer Gleichung).
- Sichtweise: „Veränderliche“: x steht für alle möglichen Zahlen, die dann jeweils zu einem anderen Wert des Terms führen. Wenn die unabhängige Variable geändert wird, ändert sich der Termwert (die abhängige Variable) mit. Diese Sichtweise wird später bei den Funktionen wieder aufgenommen.

An dieser Stelle müssen nicht alle Lernenden schon ganz bewusst unterscheiden, können aber anfangen zu reflektieren.

O5 Lernwege

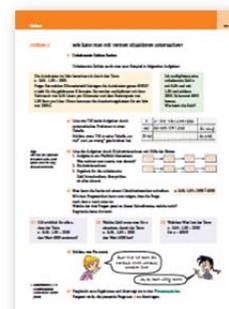
Die direkte Gegenüberstellung von zwei Aufgaben mit demselben strukturellen Kern macht den Lernenden deutlich, dass ganz verschieden aussehende (aber strukturgleiche) Probleme mit derselben Mathematik gelöst werden können.

Die zwei Strategien können die Lernenden nach Bearbeitung von **E5** und **E6** in der Regel gut beantworten. Schnellere Lernende lehnen hier häufig schon die vorgegebene Bearbeitungsweise ab und suchen eigene Wege. Hier bleibt zu prüfen, ob sie die Aufgabe tatsächlich schon verstanden haben oder nur ausweichen.

c) ist herausfordernd, selbst starke Lernende brauchen hier Zeit. Es geht einerseits um das Verstehen der Fachsprache, andererseits um die Frage, ob die Variable für eine ganz bestimmte (noch unbekannte) Zahl steht, oder für alle möglichen Zahlen.

O5 Differenzierung

Der Aufgabenteil **d)** eignet sich insbesondere zur vertieften Beschäftigung mit dem Variablenbegriff für stärkere Schülerinnen und Schüler.



Ordnen C

Wie kann man mit Termen Situationen untersuchen?

Schnellzugriff

O6 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...

- wiederholen/ erwerben die Werkzeugkompetenz, einen Zusammenhang in einem Tabellenkalkulationsblatt darzustellen;
- lernen Zellbezüge durch Formeln zu schreiben;
- unterscheiden zwischen unabhängigen und abhängigen Variablen.

O6 Bezug

Nach **E7**, während oder vor **E8**, wird geübt in **V27, V31**. Die Aufgabe nimmt den Lernstand aus dem Kapitel Diagramme aus Klasse 6 wieder auf. Kann zur Wiederholung oder Neuerarbeitung genutzt werden.

O6 Vorbereitung/Material

Methodenspeicher *Hilfsmittel 2* aus Klasse 6
 Neue Methodenspeicherseite *Hilfsmittel 4* aus dem Materialblock
 Computer mit Tabellenkalkulationsprogramm
 (ideal 1 PC pro 2 Lernende, notfalls reichen 1 pro 4 Lernende)

O6 Umsetzungsvorschlag (30 min)

6)	Impuls: „Eine S-Bahn hat einen 20-mal höheren CO ₂ -Ausstoß als ein Daimler. Was soll daran umweltfreundlicher sein?“ Diskussion: abhängig von der Zahl der Mitfahrer (vollbesetzt ca. 900 Personen)	UG
6ab)	Erstellen einer Excel-Tabelle nach Tills Vorlage, Bearbeitung der Fragestellung	EA
6c)	Automatisierte Zellbezüge in die Formel einbauen	Lehrervortrag
6d)	Sensibilisierung für Zellnamen als Variablennamen	UG
6e)	Methodenspeicher ergänzen	EA
6f)	Lernende testen Merves Vorgehensweise am eigenen Tabellenblatt. Anschließend Austausch über die möglichen Ursachen	EA/ UG
HA	E8 beginnen, wenn Computer verfügbar	

Intensivzugriff

O6 Umsetzungshinweise/Alternativen

Alle notwendigen Befehle zum Erstellen des Tabellenblatts finden die Lernenden im Methodenspeicher Hilfsmittel 2 aus Klasse 6. Neu ist die Formel mit Zellbezügen. Bewusst werden Formeln in diesem Kapitel nur für einzelne Zellen, nicht aber für ganze Spalten genutzt, denn in der ganzen Spalte steht für jede Zeile eine andere Formel (B1, B2, B3, ...), dies kann den Aufbau des Variablenverständnis eher behindern.

In **f)** zielt auf die Unterscheidung von unabhängiger und abhängiger Variable. Da im Tabellenkalkulationsprogramm der Rückbezug technisch nicht möglich ist, wird die Notwendigkeit dieser Unterscheidung direkt deutlich.

O6 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

In **a)** und **b)** steht die Übertragung des mathematischen Terms mit Buchstabenvariablen auf die Formelsprache der Tabellenkalkulation im Vordergrund. In **c)** erarbeiten sich die Lernenden die offensichtlichen Vorteile eines solchen Programms, indem sie erkennen, wie sich die eingebrachte gedankliche Leistung auszahlt: „Der Computer nimmt mir das langweilige automatisierte Arbeiten ab.“

Die Teilaufgaben **d)** und **e)** wecken das Verständnis für die andersartige Notation der Terme. In **f)** erfahren die Lernenden durch Ausprobieren, warum unabhängige und abhängige Variable begrifflich unterschieden werden müssen.

O6 Lernwege

In **d)** gibt es auch andere Argumente als die erwarteten: „Weil man mit Zahlen und Buchstaben bis unendlich gehen kann, aber bei n und x würden die Möglichkeiten irgendwann ausgehen.“

„Weil man in einer Tabellenkalkulation auch Texte schreiben kann und der Rechner dann durcheinander kommt.“

„Weil der Computer nur mit Zahlen rechnen kann.“

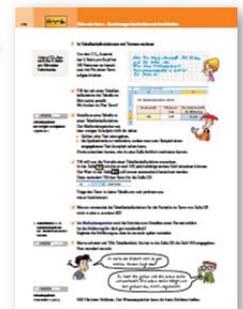
Beispiel aus der Erprobung zu **f)**:

Da in der Zelle D11 der Term mit der Zelle B11 steht, kann das Programm von der einen Zelle den Wert nehmen und das Ergebnis verändert sich je nach Veränderung des Wertes in zelle B11. Doch wenn man in Zelle D11 den Wert verändert, bleibt der Wert in Zelle B11 gleich, weil dort der direkte Wert und kein Term mit der Zelle D11 angegeben ist und dessen Inhalt somit nicht von Zelle D11 abhängt.

„Bei B11 hat Till keine Verknüpfung zu D11 erstellt, in dem er "=" schreibt und dann einen Term, in dem "D11" drinnen vorkommt. Das hat Till nur in D11 gemacht. Wenn man jetzt in B11 eine andere Zahl eingibt, verändert sich auch der Term und somit auch das Ergebnis in D11.“

O6 Differenzierung

Wer Formeln mit Zellbezügen schon kennt und sich mit Computern fit fühlt, kann einen Schieberegler ergänzen, mit dem die in eine bestimmte Zelle einzusetzende Zahl gesteuert wird.



Ordnen C

Wie kann man mit Termen Situationen untersuchen?

Schnellzugriff

O7 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler...
 • setzen Terme und Tabellen für PADEK-Kontrollieren ein;
 • betrachten Veränderungen in Termen und ihren Werten.

O7 Bezug

Nach **E8**, weiter mit **V29**
 Innermathematisch fortgesetzt wird Erkundung der Veränderung in **V24-V26**

O7 Vorbereitung/Material

Wissenspeicher *Terme 9* im Materialblock

O7 Umsetzungsvorschlag (20 min)

- | | | |
|------------|---|--------|
| 7) | Im UG zunächst das Verständnis für die vorgegebenen Terme absichern. Dazu Impulsfragen stellen: Wo ändern sich die Terme,
• wenn eine Person weniger mitfährt,
• wenn die Fahrt 1 km länger ist,
• wenn ein Kleinbus mit einem CO ₂ -Ausstoß verwendet wird, der nur ein Drittel so hoch ist wie beim normalen Bus? | UG |
| <hr/> | | |
| 7a) | Kennenlernen eines Verfahrens zur Kontrolle am Zahlenstrahl | UG |
| <hr/> | | |
| 7b) | Übertragen des Verfahrens auf ein zweites Beispiel: Erstellung der Tabelle mit angepassten Werten für ein Taxi | EA |
| <hr/> | | |
| 7c) | Vergleich der Ergebnisse nach Aushang oder UG, Übertragung in den Wissenspeicher | EA/ UG |
| <hr/> | | |
| HA | V29 oder aus V24-V26 | |

Intensivzugriff

O7 Umsetzungshinweise/Alternativen

Wenn die Aufgabe **O6** bereits behandelt wurde, sind die grundsätzlichen Überlegungen bekannt. Deshalb kann die Bearbeitung hier eher selbständig erfolgen.
 Bei der Übertragung der Fragen bzw. Antworten vom Bus auf das Taxi ist zu beachten, dass im Taxi höchstens vier Personen mitfahren können. Sowohl der Bus- als auch der Taxifahrer werden bei den Berechnungen nicht berücksichtigt.

O7 Erwartungshorizont

Siehe ausgefüllter Wissenspeicher

Bei dieser vom Kontext her nicht einfachen Fragestellung wird in **a)** die Bearbeitung am Beispiel „Bus“ beispielhaft vorgestellt und muss nur nachvollzogen werden.
 In **b)** werden diese Teilschritte dann auf das Beispiel „Taxi“ selbständig übertragen.

O7 Differenzierung

Die Aufgabe kann für schwache Lerngruppen übersprungen werden.
Thematisierung: Ab wie vielen Fahrgästen ist der Einsatz eines Taxis sinnvoll?
 • unter Umweltgesichtspunkten?
 • unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten?
 • andere Gründe (Sicherheit, Bequemlichkeit)?
 • ggf. Kosten für das Taxi, wenn möglich auch für den Bus recherchieren.

O7 Diagnose

Wird die Bedeutung der Schritte 4 und 5 deutlich? Sonst erklären.



Vertiefen 1 Ansätze mit Zahlentermen darstellen und weiterentwickeln

Hintergrund	In V1-V3 wird das Aufstellen und Interpretieren von Zahlentermen wiederholt, das im Kapitel Modellieren mit Termen in Klasse 6 gelernt wurde. Dabei werden die Situationen operativ variiert und die beschreibenden Terme immer wieder angepasst, um das Verständnis des Zusammenhangs zu vertiefen. V4 erläutert ein schwieriges Kontextelement der Aufgaben E2-E4 : unterschiedliche Darstellungen des Benzinverbrauchs. In V5-V7 wird der Umgang mit Klammern in Zahlentermen wiederholt.
--------------------	--

V1 Ziel: Terme aufstellen und an veränderte Situationen anpassen

Dauer	15-20 min
Bezug	Wiederholung aus Kapitel Modellieren mit Termen (Klasse 6). Möglich als HA , auch vor E1 .
Material	Vorlagen für Folie oder Plakate im Online-Material
Hinweise	Erarbeitungsaufgabe; als HA geeignet, wenn Lernende bereits Zahlenterme aufstellen konnten, sonst nach E1 . <i>Umsetzung</i> : Museumsgang zum Vergleich
Lernwege	Um die unterschiedlichen Kostenberechnungen zu erfassen, brauchen schwächere Lernende Unterstützung. Die spezifischen Veränderungen im Term können von den stärkeren Lernenden vorgestellt und diskutiert werden, dadurch wird das Variablenverständnis von allen vertieft. Einige Lernende variieren nicht den bestehenden Term, sondern denken immer wieder neu, insbesondere wenn sie Terme nur als unfertige Rechnungen interpretieren oder nur Ergebnisse notieren. Dann muss die Aufmerksamkeit auf die veränderlichen Zahlen gelenkt werden, um die Variablen vorzubereiten.

V2 Ziel: Terme inhaltlich verstehen, veränderbare Zahlen als Vorstufe für Variable

Dauer	15 min
Bezug	Nach E1 , Wiederaufnahme der Überlegungen aus dem Kapitel Modellieren mit Termen (Klasse 6)
Hinweise	Mathematisierungsaufgabe mit operativem Variieren, als HA geeignet Beim Aufstellen des Zahlenterms sind folgende Zusatzüberlegungen lehrreich: Wie hängen die Größen zusammen? Für welche Zuordnung gilt „je mehr ... desto mehr“ und für welche Zuordnung gilt „je mehr desto weniger“? Entsprechend lässt sich entscheiden: Welche Größe gehört in den Zähler, welche in den Nenner?
Lernwege	Die Überlegungen zum Aufstellen von Termen sind häufig noch aus dem Kapitel Modellieren mit Termen (Klasse 6) vertraut. Das Einsetzen unterschiedlicher Werte gelingt gut. Die Aufgabe wurde häufig recht selbstständig von den Lernenden gelöst (u. a. in den Hausaufgaben).

a)

b)

c) Wer zu flüchtig liest, übersieht, dass die Teilnehmerzahlen 35 bis 45 erfasst werden sollen.

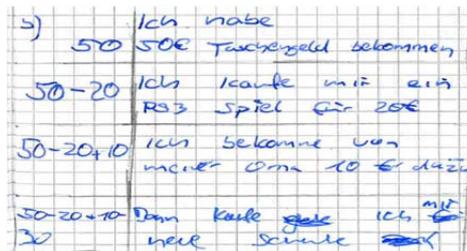
d) Wenn das Aufstellen eines allgemeinen Terms noch schwer ist, hilft die verbale Formulierung.

V3 Ziel: komplexere Terme schrittweise aufbauen, strukturgleiche Situationen erkennen

Dauer	10 min
Bezug	Nach E1 , V1 , V2 (denn hier steigt die Komplexität). Das Aufgabenformat wurde bereits in Modellieren mit Termen eingesetzt.
Hinweise	Zentrale Aufgabe zum schrittweisen Aufbau einer komplexen Anforderung, als HA geeignet, wenn Aufgabenformat verstanden. <i>Umsetzung</i> : Aufgabenverständnis gemeinsam klären, dann allein bearbeiten und schließlich Lösungen vergleichen, um Vielfalt möglicher Lösungen zu sehen. Die selbst entwickelten Terme müssen gegenseitig kontrolliert werden, damit nicht zu viele Fehler stehen bleiben.

Lernwege

Aufgabe hilft erfahrungsgemäß, das schrittweise Aufstellen von Termen wieder zu begreifen. Außerdem erkennen die Lernenden die Strukturgleichheit unterschiedlicher Situationen. Der Folgeauftrag, selbst Terme zu entwickeln, ist instruktiv und kann in selbstdifferenzierender Weise bearbeitet werden, rechts ein Beispiel aus der Erprobung mit sehr schlichter Termstruktur.



V4 Ziel: Verbrauchsangabe „Liter pro Kilometer“ verstehen

Dauer

5-10 min

Bezug

Unterstützt Aufgabenverständnis bei **E3** und **E4**. Daher vor- oder zwischenschalten.

Material

Möglich: Kärtchen für Aufgabe **b)** zum Sortieren: in Kleinformat für Partnerarbeit, in Großformat für Auswertung an der Tafel (im Onlinebereich)

Hinweise

Geschlossene Aufgabe zur Passung von Raten-Darstellung, einem wichtigen Kontextwissen Hintergrund: In diesem Kapitel werden die Verbrauchsangaben beim PKW nicht, wie in Deutschland üblich, in Liter pro 100 km gemacht, sondern vereinfacht zu Liter pro Kilometer. So können Brüche vermieden werden, was für den Umgang mit den Einheiten schwierig ist. Aufgabe **a)** stellt den Zusammenhang zu anderen Raten-Darstellungen her.

Lernwege

Lernende brauchen Anshub der ersten Information, dann können sie den Rest schnell erarbeiten.

V5 Ziel: Inhaltliche Erschließung der Bedeutung von Klammern in Sachsituation

Dauer

10 min

Bezug

Möglich ab **E1**. Bereitet aber auch Etappe B vor, daher gut nach **E2** und **O1**

Hinweise

Interpretationsaufgabe, als **HA** geeignet Hintergrund: Durch den Wechsel zwischen Sachsituation und Zahlenterm wird die inhaltliche Interpretation von Termen und Termstrukturen wiederholt. Die Austauschbarkeit bestimmter Werte, z.B. die Anzahl der Trainingstage bringt das Verständnis für „Quasi-Variable“ in Erinnerung und bereitet so auf die Einführung von Buchstabenvariablen in Etappe B vor.

Lernwege

Lernende müssen sich an die Klammern und ihre Bedeutung erst wieder erinnern: Teilaspekte der Sachsituation werden zusammengefasst, dazu muss der Term richtig strukturiert werden.

V6 Ziel: Terme inhaltlich interpretieren, Klammern in ihrer Bedeutung erfassen

Dauer

5-10 min

Bezug

Nach **E1** oder nach **E2** und **O1**, vor Etappe B

Hinweise

Geschlossene paralleldifferenzierte Zuordnungsaufgabe, als **HA** geeignet

Lernwege

Der erste zur Situation passende Term muss durch inhaltliche Betrachtung gefunden werden. Hierbei haben einige Lernende Probleme in der Deutung multiplikativer Zusammenhänge auf die Situation bezogen, in Abgrenzung zu Additiven. Bei den weiteren Termen reicht auch eine Prüfung durch Umformung. Wenn beide Vorgehensweisen sich mischen, stützt dies den Aufbau eines inhaltlichen Verständnisses der Rechengesetze.

V7 Ziel: Rechengesetze verstehen und Fachsprache trainieren

Dauer

10 min

Bezug

Nach **E1** oder nach **E2**, **O1**, vor Etappe B

Hinweise

Übersetzungsaufgabe, als **HA** geeignet. Umsetzung: Hier lohnt sich auch die Gruppenarbeit in leicht leistungsheterogenen Gruppen, weil die Diskussionen zu den Termen dann intensiver werden.

Vertiefen 2 In Situationen Terme mit Variablen aufstellen und erklären

Hintergrund	<p>In Etappe B werden die als „x-beliebige Zahlen“ bereits vertrauten Quasi-Variablen abgelöst durch Buchstabenvariablen. Nachdem die Bedeutung der Variablen in Erkunden verstanden und in Ordnen gesichert wurde, wird der Umgang mit Variablen nun geübt, insbesondere das Aufstellen und interpretieren von Variablentermen.</p> <p>In den sechs Aufgaben V8-V13 werden in unterschiedlichen Varianten Terme interpretiert und erklärt. V12 schleift ein, dass beim Erklären des Terms stets die Bedeutung der Variable festgehalten werden muss. Dabei steigt die Komplexität der Terme von ganz einfachen in V8 zu komplexeren in V12.</p>
--------------------	--

V8 Ziel: Fach- und bildungssprachliche Sensibilisierung, auch für Stelle der Variable

Dauer	5-10 min
Bezug	Nach O2 oder O3 .
Material	Aufgabenelemente auf Karten (Druckvorlage im Online-Bereich)
Hinweise	Anspruchsvolle, aber für alle lehrreiche Zuordnungsaufgabe zwischen Term, fachsprachlicher Verbalisierung und Situation. Aufgabenbearbeitung erfordert intensive Kommunikation, zum Beispiel durch zunächst Partnerarbeit und dann Austausch in <u>Mathekonzferenz</u> .
Lernwege	<p>Die Aufgabenbearbeitung erfordert hohe Genauigkeit, meistens gelingt dies erst nach mehrmaligem Hinsehen.</p> <p>Die Lernenden erfahren, dass die Reihenfolge im Term entscheidend sein kann, wie in dem Schülerprodukt recht aus der Erprobung für die Division.</p> <p>Einige Lernenden nutzen ein Ausschlussverfahren, um Zuordnungen zu finden; es ermöglicht eine Selbstkontrolle. Gleichwohl ist es wichtig, eine tiefere Reflexion der sprachlichen Unterscheidungen anzuregen.</p>

V9 Ziel: Erfahren, welche Rolle die Stelle spielt, an der die Variable steht.

Dauer	15 min
Bezug	Baut unmittelbar auf V8 auf und kann im Anschluss daran bearbeitet werden.
Material	Spielkarten für Lernende und als Folienvorlage im Online-Bereich, kann aber auch schnell auf Notizzetteln selbst geschrieben werden.
Hinweise	<p>Sehr offene Partnerübung im Interpretieren von Termen. Motivierend, aber ohne Selbstkontrollmöglichkeit. Die Aufgabe ist paralleldifferenzierend, wer in der rechten Spalte zu kompliziert baut, muss sich in V13 Ideen holen.</p> <p>Die in V8 trainierten Verbalisierungen von Termen können hier in der umgekehrten Aufgabenstellung weiter vertieft werden. Dabei werden erneut die mathematischen Fachbegriffe geübt. Das finden geeigneter Sachsituationen ist für die Lernenden schwieriger. Die Aufgabe ist aber insofern selbstdifferenzierend, dass sich Geübtere auch auf Sachsituationen einlassen, die nicht denen in V8 entsprechen. Durch entsprechende Vorgaben (z.B.: alle Rechenzeichen müssen je zweimal verwendet werden) kann gesteuert werden, dass möglichst vielfältige Aufgabenstellungen entstehen.</p>

V10 Ziel: Terme zu Sachsituationen aufstellen und verändern

Dauer	20-25 min
Bezug	Nach E4 , O3 und Üben im Bereich aus V1-V7 sowie auf jeden Fall V8
Hinweise	<p>Anspruchsvolle Mathematisierungsaufgabe, bis auf d) als HA geeignet, b) selbstdifferenzierend, d) anspruchsvolles Weitergedacht zum systematischen Probieren</p> <p>Hintergrund: In a) werden Terme zur Berechnung des Verdienstes aufgestellt. Hier geht es darum, den Aufbau des Terms inhaltlich zu erfassen. In b) wird der Term variiert – und zwar sowohl im Aufbau durch den Wegfall der Konstanten für den Stundenlohn, als auch in der (frei wählbaren) Variable für den Stücklohn. Während in a) und b) noch mit reinen Zahlentermen gearbeitet wird, treten in c) Variablen auf. Dies wird in d) weitergeführt, um die verschiedenen Lohnmodelle besser vergleichen zu können. Kurz sollte auch thematisiert werden, dass sich die Überlegungen zu einem Wechsel nicht ausschließlich am Verdienst orientieren sollten.</p>

V11 Ziel: Situation mit Term erfassen, Variable von festen Größen unterscheiden

Dauer
Bezug
Hinweise

20-25 min
Nach **E4**, **O3**. Darüber hinaus sollten mehrere Aufgaben aus **V1-V7** sowie **V8** bearbeitet worden sein.
Mehrschrittige Mathematisierungsaufgabe, erfordert Kommunikation.
Typisch für die Aufgabe ist der Weg von den veränderlichen Zahlen zu den Variablen. Erstmals fließen Überlegungen dazu ein, welche Werte für x überhaupt sinnvoll sind. Hier wird schon auf das Festlegen eines sinnvollen Definitionsbereichs vorbereitet, natürlich ohne diesen Begriff zu verwenden.
Im Anschluss geben Variationen in den Aufgabenstellungen Anlass zu Variationen der Termstruktur.
In **c**) wird auf die Stelle abgehoben, an der sich die Werte ändern, in **d**) erhalten diese dann einen Namen: die Buchstabenvariable soll so gewählt werden, dass ein leichter Wiedererkennungseffekt möglich ist (z.B. t für Tage).
Umsetzung: Bei der Bearbeitung der Aufgabe in Partnerarbeit findet häufig ein produktiver Austausch über die spezifische Nutzung der Variable in der Situation statt. Anschließend sollte gesammelt und reflektiert werden, wie die Variable jeweils genutzt wurde.

Lernwege

In der Komplexität der Angaben müssen sich gerade schwache Leserinnen und Leser erst zurecht finden. Der Umgang mit unterschiedlichen Variablen ist herausfordernd. Haben sich einige Schülerinnen und Schüler bis hier noch nicht an die Termschreibweise gewöhnt (notieren zum Beispiel lieber Rechnungen), so führt dies hier schnell zu einer Überforderung.
Wer vergisst, die Variablen zu definieren, kann die eigenen Terme nicht mehr interpretieren, darauf sollte hingewiesen werden.

V12 Ziel: Term erklären durch Erläutern von Variable, Term und Termwert

Dauer
Bezug
Material
Hinweise

10-15 min
Nach **O3**.
Materialblock/ Folienvorlage im Onlinebereich
Übersetzungsaufgabe zum Eintrainieren, was „Terme erklären“ bedeutet (**O3**). Als **HA** geeignet, muss aber gründlich besprochen werden (Teilaufgabe (7) am besten in einer **Mathekonzferenz** zur gegenseitigen Kontrolle)
Lernende müssen immer wieder üben, dass sie zunächst klären müssen, wofür die Variable steht.
Teilaufgabe (7) ist selbstdifferenzierend.
Umsetzung: erst in Partner-/Gruppenarbeit, dann mit allen besprechen.

Lernwege

Die Bedeutung von einer Variablen in einem Term kann bei dieser Aufgabe sehr schön untereinander ausgehandelt werden, weil sie genügend Herausforderungen birgt.

(6) Svenja bekommt jeden Monat Taschengeld: von ihren Eltern 20 € und von ihrer Oma 14 €. Die Hälfte des Taschengeldes gibt sie aus.	eine beliebige Monatszahl	wieviel Geld man nach einer bestimmter Zeit hat	$x \cdot (20 + 14) : 2$
(7) Von meinem Vater bekomme ich immer 7 € Taschengeld im Monat, aber meine Mutter gibt mir immer unterschiedlich viel	das Taschengeld von der Mutter	wieviel ich im Jahr an Taschengeld bekomme, vorausgesetzt ich gebe nichts aus	$(7 + x) \cdot 12$

V13 Ziel: Terme deuten bei sprachlichen Feinheiten: Reihenfolge im Term beachten

Dauer

10 min

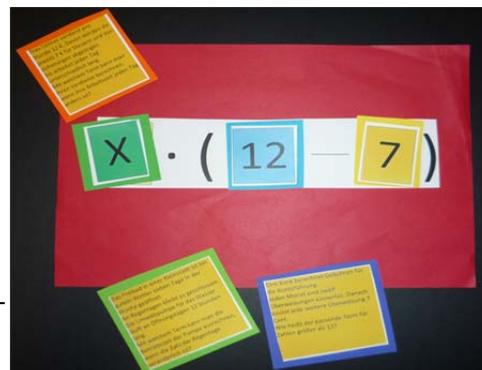
Bezug

Nach **E4**, **O3**, möglichst **V12**. Sehr hilfreich zur Lösung dieser Aufgabe ist es, wenn außerdem vorher **V8** und **V9** bearbeitet wurden.

Hinweise

Zuordnungsaufgabe zur Sensibilisierung für fachsprachliche Feinheiten: Auf die Reihenfolge im Term kommt es an. **b)** ist selbstdifferenzierend.

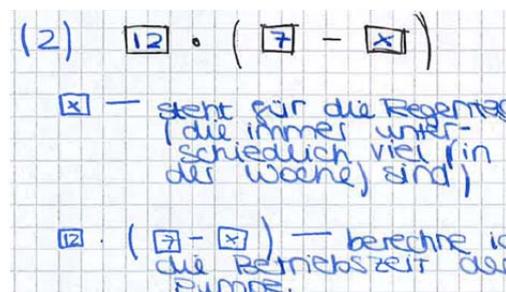
Am Beispiel von drei vorgegebenen Situationen soll insbesondere geübt werden, an welcher Stelle die Variable und an welcher Stelle die übrigen Werte stehen. Die Lösung der Aufgabenteile erfordert genaues Lesen und ein strukturiertes Verständnis der Situation. Als erster Schritt sollte herausgefunden werden, was überhaupt variabel ist. Sodann ist es hilfreich zu untersuchen, ob die Zahlenwerte additiv oder multiplikativ mit der Variable verbunden sind.



Lernwege

Teil **a)** gelingt häufig gut. Die Lernenden können den Unterschied in diesem überschaubaren Term aus der Geschichte auf den Term übertragen.

In Teil **b)** ist es herausfordernd, die Variable als eine veränderliche Größe in die eigene Geschichte einzubauen. Schwächeren Lernenden können durch einen entsprechenden Vorschlag (z.B. variierende Gästezahl im Hotel) entlastet werden.



Vertiefen 3 Mit Termen und Variablen verallgemeinern

Hintergrund	Die Aufgaben V14-V17 knüpfen an Vorerfahrungen einer auf Muster und Strukturen fokussierten Arithmetik an: Zahlenfolgen (V14/V15), Zahlenmauern (V16), Zahlenketten (V17), die in gutem Grundschulunterricht und in der Klasse 5/6 bereits Vorerfahrungen im Verallgemeinern ermöglichten. Nun können sie explizit mit der Variable verbunden werden, indem im letzten Schritt jeweils eine verallgemeinerte Aussage mit Termen steht. Wem der Kontext aus E1-E6 zu textlastig ist, der kann diese Aufgaben zu einem alternativen Einstieg in die Variablen ausbauen.
--------------------	--

V14 Ziel: Mit Variablentermen Bilder- und Zahlenfolgen allgemein beschreiben

Dauer

30 min

Bezug

Nach **O3**, greift Thema des Kapitels Zahlenfolgen und Variablenvorbereitung (Klasse 6) auf, wird in **V15** weiter geübt

Material

Streichhölzer o.ä. (für Tageslichtprojektor und für Lernende)

Hinweise

Aufgabe zur Wieder- oder Neuaktivierung der Bilderfolgen als Kontext für Zahlenfolgen und Variablenterme. Erfordert Kommunikation.

Hintergrund: Hier zeigt sich gut, dass die Bestimmung der Zahl der Streichhölzer für große Zahlen von Quadraten nicht gut per Auszählen ermittelt werden können. Schwieriger als die Berechnungskontexte ist, dass man das Muster erst rekonstruieren muss. Einfacher ist, dass die Variablen nur alle natürlichen Zahlen durchlaufen. In **b)** wird Beschreibungsgleichheit angebahnt, die erst im Kapitel Flächenformeln in Klasse 8 vertieft wird: Je nach Strukturierung des Bildes entstehen unterschiedliche Terme, die innerhalb der Klasse verglichen werden können.

Lernwege

Auch wenn in **a)** und **b)** Gesetzmäßigkeiten erkannt werden („immer drei dazu“), ist es in **c)** herausfordernd, einen expliziten Term zu formulieren. Die genaue Betrachtung der Zahlenterme vorher kann helfen.

V15 Ziel: Mit Variablentermen Bilder- und Zahlenfolgen allgemein beschreiben

Dauer

20 min

Bezug

nach **O3** und **V14**

Material

evtl. Streichhölzer o.ä. (für Tageslichtprojektor und für Lernende), kann aber auch durch zeichnen ersetzt werden

Hinweise

Mathematisierungsaufgabe im direkten Anschluss an **V14**, als **HA** geeignet. **d)** sehr offen und somit selbstdifferenzierend, für **HA** quantifizieren auf z.B. drei Folgen. **d)** als Aufgabenwerkstatt gestalten. Die Vorgehensweisen entsprechen denen von **V14**, allerdings wird bei Bilderfolge (B) als Startfigur ein einziges Quadrat betrachtet.

Lernwege

V15 ist bei Bilderfolge (B) schwieriger zu bearbeiten, weil beim Verallgemeinern der Teilterm $(x-1)$ auftritt, was ein höheres Abstraktionsvermögen erfordert. Teilaufgabe **d)** ist eine Rampe für diejenigen, die das Thema schon gut beherrschen: Hier ist beliebige Komplexität möglich.

V16 Ziel: Verallgemeinern in aus Grundschule vertrautem Kontext, Abhängigkeiten finden

Dauer

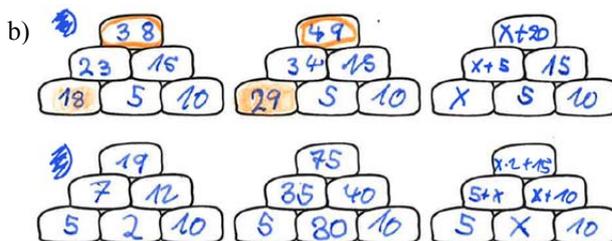
10-15 min

Bezug

Nach **O3**. In Reihenfolge unabhängig von **V14**, **V15**. Aufgabe knüpft explizit an Kapitel Zusammenhänge an und fokussiert auf Abhängigkeiten zwischen Zahlen. Nun können sie auch durch Terme gefasst werden.

Lernwege

Lernende untersuchen und formulieren Zusammenhänge und finden Termdarstellungen für das Grundschul-Aufgabenformat. Dabei vernetzen sie ihre Vorerfahrungen. Das Ausrechnen der unterschiedlichen Zahlenmauern fällt den Lernenden leicht und bereitet ihnen dadurch Freude. Beim Aufstellen des Terms muss man sich klar werden, für welche Steine Variablen benötigt werden, dabei kann ein Fokus auf die Farben helfen.



V17 Ziel: Allgemeine Zusammenhänge entdecken und algebraisieren

Dauer

20 min

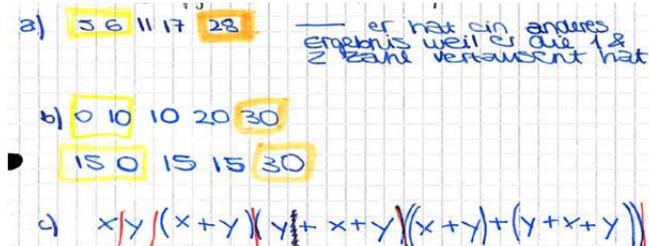
Bezug

Nach **O3** und nach **V16**, vernetzt mit Kapitel Zusammenhänge.

Hinweise

Konzeptionell reichhaltige Verallgemeinerungsaufträge, erfordern Kommunikation. **Hintergrund:** In Zahlenketten stehen Anfänge von Reihen nach dem Fibonacci-Prinzip. Hier werden Abhängigkeiten von zwei Startzahlen (1. Größe, gelb) auf die Zielzahl (davon abhängige 2. Größe, orange) untersucht. Die Farben stützen über die Kapitel hinweg diese Denkweise. **Umsetzung:** Die Bearbeitung sollte immer mit einer größeren Anzahl konkreter Zahlenbeispiele beginnen. Bei freier Wahl der Startzahlen führt das Vertauschen der Startzahlen und Beobachtungen der Auswirkungen schon zu ersten Vermutungen. In **b)** sollte zu Beginn geklärt werden, ob die Null zugelassen wird. Bei dieser Aufgabe steht das Lösen durch Probieren im Vordergrund, in **c)** wird diese (systematische) Suche durch die Aufstellung eines Terms formalisiert. Das Vergleichen aus **b)** und **c)** ist als **Mathekonzferenz** gestaltbar.

Lernwege



Die Lernenden benötigen zunächst etwas Unterstützung in der Darstellung der Berechnung und im Verständnis der Zahlenkette. Danach können sie gut die Variablen aus den variierten Startwerten ableiten und die Berechnungen in Termen darstellen.

Vertiefen 4 In Terme einsetzen

Hintergrund	In Anwendungen spielt die Bestimmung des Werts eines Terms bei bestimmten Einsetzungen für die Variablen eine wichtige Rolle. In den Aufgaben V18-V21 wird dies am Beispiel von Termen mit einer und mit mehreren Variablen produktiv geübt.
--------------------	---

V18 Ziel: Termwerte bestimmen, Vorfahrtsregeln wiederholen

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach O4
Hinweise	Produktive Trainingsaufgabe, paralleldifferenziert nach Kompliziertheit der Terme. <i>Hintergrund:</i> Neben dem Einsetzen in Terme und der Bestimmung des Termwerts wird hier die Anwendung der „Vorfahrtsregeln“ Punkt- vor Strichrechnung und Klammersetzung wiederholt.
Lernwege	In a) müssen Lernende die „Vorfahrtsregeln“ korrekt anwenden (Wiederholung aus Modellieren mit Zahlentermen, Klasse 6). Notfalls zurück zu Aufgaben V5-V7 . Die Lernenden können die Aufgaben relativ zügig und größtenteils eigenständig bearbeiten. Die Besonderheit der Päckchenstruktur fällt vielen allerdings nur nach nochmaliger, mündlicher Fokussierung auf.

V19 Ziel: Termwerte bestimmen

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach O4
Hinweise	Paralleldifferenzierte produktive Trainingsaufgabe mit kombinatorischer Nebenüberlegung, als HA geeignet. <i>Differenzierung:</i> für Schwächere kann die Anzahl 6 der Möglichkeiten verraten werden. Wurde die Tabellenkalkulationsformeln schon eingeführt, können schnell fertig werdende gebeten werden, ein Kontrollblatt in der Tabellenkalkulation zu erstellen.
Lernwege	Lernende entwickeln unterschiedliche Strategien, um das größte Ergebnis zu finden: Alle Möglichkeiten aufschreiben (hier nicht stehen bleiben!), „Von einer Zahl möglichst wenig abziehen“, „Wenn der erste Faktor feststeht brauchen wir einen zweiten Faktor, der möglichst groß ist“ usw.

V20 Ziel: Produktives Üben des Einsetzens in Terme

Dauer	30-45 min
Bezug	Nach O4
Material	Termkärtchen im Onlinebereich, Spielbrett im Materialblock, Spielsteine, 2 Würfel pro 4 spielende Personen.
Hinweise	Produktives Übungsspiel, in dem Einsetzen mit Optimieren verbunden wird. Schwache Lerngruppen brauchen V19 vorab. <i>Umsetzung:</i> Spielregeln werden durch gemeinsame Proberunde erläutert. <i>Literatur zum Spiel:</i> Anna Buer u.a. (2008): „Term ärgere mich nicht – Spielend den Umgang mit Termen üben. In: <i>Praxis der Mathematik in der Schule</i> , 22, S. 14 – 17.
Lernwege	Lernende entwickeln unterschiedlichen Ehrgeiz zum Optimieren, einige müssen etwas angestachelt werden. Zur Fokussierung dienen die Aufgaben b) und c) .

Vertiefen 5 Unbekannte Zahlen finden

Hintergrund	Einfache Bestimmungsprobleme sind in V21-V23 von der Form, zum gegebenen Termwert die passende „unbekannte“ Einsetzung zu finden. Die Lösungswege Rückwärtsrechnen und systematisches Probieren werden im Kontext (V21, V22) und ohne Kontext (V22, V23) ebenso geübt wie Übersetzungen zwischen Situation, fachsprachlicher Beschreibung und Gleichung.
V21	Ziel: Bestimmungsprobleme in einer Sachsituation auf mehreren Wegen lösen
Dauer	10-15 min
Bezug	Nach E6 oder O5
Hinweise	Anwendung von Lösungswegen für Bestimmungsprobleme auf neuen Kontext. Als HA geeignet. Die Vorgehensweise und die Form der Darstellung zur Lösung von Teilaufgabe a) sollte den Lernenden zunächst offen gelassen werden. In b) und c) werden Lösungswege vorgegeben, aber bewusst Merves Pfeilbild nicht abgedruckt, weil das Zeichnen Teil der Lösung ist.
Lernwege	Lernende finden unterschiedliche Wege, die regulären Lösungswege aus E/O werden zum Teil neu nacherfunden. Manche Lernenden möchten sich bereits von dem gegebenen Pfeilbild lösen und konkrete Terme notieren. Dies führt häufig zu Problemen in der Notation. Starke Lernende lösen die Aufgabe gerne ohne Notation, hier lohnt sich ein Bewusstmachen der verwendeten Strategien (durch Unterstützung der Darstellungsmethoden) – inwiefern ist den Lernenden der Lösungsweg bewusst und kann so auch in komplexeren Situationen genutzt und veranschaulicht werden?
V22	Ziel: Symbolisch gegebene Bestimmungsprobleme lösen
Dauer	15-20 min
Bezug	Nach O5
Hinweise	Produktive Trainingsaufgabe zum Lösen von Bestimmungsproblemen durch systematisches Probieren. a) als HA geeignet. Paralleldifferenzierte Aufgabe, rechte Spalte enthält auch Ungleichungen, die Lernende intuitiv und durch Probieren lösen können.
Lernwege	Nicht mit Äquivalenzumformungen arbeiten, alle Lösungen können durch Probieren gefunden werden. Wer systematisch probiert, kommt zu guten Lösungen. In a) können die gesuchten Werte durch Probieren gefunden werden, keinesfalls sollten an dieser Stelle bereits Äquivalenzumformungen angedeutet werden, denn die werden erst im Kapitel Gleichungen systematisch eingeführt. In b) rechts wird durch die Erweiterung auf Ungleichungen eine Vielzahl von Lösungen möglich, die den funktionalen Zusammenhang zwischen voneinander abhängigen Zahlen deutlich machen.
V23	Ziel: Bestimmungsprobleme in unterschiedlichen Darstellungen
Dauer	20-25 min
Bezug	Nach O5 , empfehlenswert ist die vorherige Bearbeitung von V21 und V22
Hinweise	Geschlossene Bestimmungsprobleme mit Übersetzungsauftrag, als HA geeignet. b) paralleldifferenziert. In a) wird deutlich, dass unterschiedliche Situationen mit demselben Term beschrieben werden können. Die Verwendung von Pfeilbildern zum Rückwärtsrechnen wird weiter geübt.
Lernwege	In Teilaufgabe a) führen beide Aussagen auf denselben Term. Die eingesetzten Werte sollen in b) rechts (3) so geändert werden, dass der Termwert der Vorgabe 5600 entspricht. Dies kann erreicht werden, indem statt 2000 eine größere Zahl addiert wird, durch einen veränderten Startwert oder durch eine Änderung der Faktoren.

Vertiefen 6 Zahlen in Termen verändern – Auswirkungen untersuchen

Hintergrund	Operatives Verändern der Zahlen hat Wirkungen auf die Werte des Terms. Dieser Zusammenhang wird in den Aufgaben V24-V27 untersucht und dabei ein funktionales Verständnis für Terme entwickelt.
--------------------	--

V24 Ziel: Elementares Variieren der Einsetzungen

Dauer	10-20 min
Bezug	Nach O6 , eine oder mehrere Aufgaben aus V8-V9 und V21-V23 sollten bearbeitet sein.
Hinweise	Geschlossene Untersuchungsaufgabe mit Reflexion der Auswirkungen auf den Termwert. Die handschriftlich angelegte Tabelle sollte zeilenweise bearbeitet werden. Ziel ist, die richtige Entscheidung im Kopf zu treffen. Für schwächere Lernende ist die Annäherung durch einige Zahlenbeispiele sinnvoll.
Lernwege	Intuitiv vermuten Lernende, dass mit größer werdendem x immer auch der Term größer wird. Dass dies beim Subtrahieren oder Dividieren durch x nicht gilt, können sie in der Aufgabe erfahren.

V25 Ziel: Anspruchsvollere Zusammenhänge zwischen Zahl- und Wertveränderung

Dauer	15-20 min
Bezug	Nach O6 , eine oder mehrere Aufgaben aus V21- V23 sollten zuvor bearbeitet sein.
Hinweise	Anspruchsvollere Betrachtung, in Paralleldifferenzierung. Als HA geeignet, wenn sie danach besprochen wird. Schwächere Lernende bearbeiten stattdessen V26 . Obwohl man insgesamt nur zwei Terme betrachtet, wird zum Finden der Lösungen zunächst eine Vielzahl von Termwerten bestimmt. Die Aufgabe ist selbstdifferenzierend, da bei der Suche nach passenden Werten mit unterschiedlicher Systematik vorgegangen werden kann. Die Suche nach Lösungen fördert die strukturierte Betrachtung der Teile des Terms.
Lernwege	Von zunächst eher probierenden Strategien wird allmählich gezielter vorgegangen. Eine Vielzahl von Regeln wird „nebenbei“ thematisiert: „Summe zweier gerader Zahlen ist stets gerade“, „Produkt zweier ungerader Zahlen ist ungerade“, „Quotient wird kleiner, wenn der Nenner größer wird“ etc.

V26 Ziel: Zusammenhänge zwischen Zahlveränderung und Wertveränderung

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach O7 oder statt O7 . Aufgabe ist leichter als V25 und kann parallel eingesetzt werden.
Material	Termkärtchen mit den gegebenen Zahlen unterstützen die Freude am Ausprobieren (können schnell selbst auf Zettel geschrieben werden). Die einzelnen Fälle können aber auch einfach ins Heft notiert werden.
Hinweise	Als HA geeignet. Selbstdifferenzierende Aufgabe: Schwächere Lernende arbeiten über mehr oder weniger systematisches Probieren, stärkere Lernende nutzen Erfahrungen, wie sich die Stellung der Variablen (im Zähler, im Nenner, ...) auf die Veränderung des Termwerts auswirkt. Zum Vergleich bietet sich hier eine Mathekonzferenz oder ein Placemat an.
Lernwege	In Aufgabenteil a) wird wiederholt, wie sich Änderungen am Zähler oder am Nenner auf den Termwert auswirken. Dieses Wissen kann in den anderen Aufgabenteilen dafür eingesetzt werden, weniger mit Probieren zu einer Aussage zu kommen, sondern verstärkt über geplantes Verändern des Terms.

V27 Ziel: Einfache Anwendung der Tabellenkalkulation zur Untersuchung von Änderungen

Dauer	15-25 min
Bezug	Nach O6 . Aufgabe schließt an händische Untersuchung von Zahlenketten in V17 an.
Material	Datei im Onlinebereich, Computer mit Tabellenkalkulationsprogramm
Hinweise	Anwendungsaufgabe zum Werkzeug Tabellenkalkulation, ermöglicht Exploration der Zahlenketten <i>Umsetzung:</i> Partnerarbeit am Computer, dabei sollten Lernenden über die Ergebnisse und Erkenntnisse Protokoll führen.
Lernwege	Lernende erkunden gleichzeitig den Computer und die Zahlenkette. Sehr leicht wird dabei vergessen, etwas zu notieren. Damit die Lernenden nicht oberflächlich rein probieren, sondern auch reflektieren, sind explizite gemeinsame Reflektionsphasen notwendig.

Vertiefen 7 Mit Termen Situationen und Ansätze durchdenken

Hintergrund	In V28-V31 werden Terme verwendet, um konkrete Situationen zu beschreiben, verschiedene Ansätze zu vergleichen und zur Problemlösung zu nutzen. Dabei werden Terme inhaltlich betrachtet: Wofür steht welche Variable, und warum steht sie genau an <i>dieser</i> Stelle? In V31 erfolgt dies an der Tabellenkalkulation, V30 kontrastiert algebraische Terme und Tabellenkalkulationsformeln.
V28	Ziel: Terme mit Variablen inhaltlich interpretieren und in einer Sachsituation anwenden
Dauer	10-15 min
Bezug	Nach O7
Hinweise	Anwendungsaufgabe für Alltagssituation, als HA geeignet.
Lernwege	In a) sollen die Variablen mit Werten aus der Alltagserfahrung belegt werden. Nebenbei führt dies zum inhaltlichen Verständnis des Terms: Warum steht die Anzahl der Personen einmal im Nenner (n), ein anderes Mal im Zähler (m)? etc.
V29	Ziel: Terme mit Variablen inhaltlich interpretieren und Grenzen ausloten
Dauer	15-25 min
Bezug	Nach O7
Hinweise	Grenzen von Ansätzen ausloten, erfordert Kommunikation. Wie in V28 ist auch hier das Ziel, dass der gegebene Term inhaltlich verstanden wird. Darüber hinaus wird im Rahmen des Kontexts vermittelt, dass die <i>Auslastung</i> eines Fahrzeugs für die Bewertung der Umweltfreundlichkeit eine große Rolle spielt.
V30	Ziel: Übersetzung von mathematischen Termen und Tabellenkalkulationsformel
Dauer	10 min
Bezug	Nach O6
Hinweise	Elementare Reflexion, als HA geeignet. Die Übertragung der Variablenschreibweise von einzelnen, kleingeschriebenen Buchstaben (x, y, ...) auf die Schreibweise in der Tabellenkalkulation (C1, C2, ...) macht erfahrungsgemäß Schwierigkeiten. Teilweise wird der Zusammenhang als solcher gar nicht erkannt. Teile der vorherigen Vertiefenaufgaben gehen bereits darauf ein, hier soll dieser Aspekt im Zentrum der Aufgabenstellung stehen.
V31	Ziel: Komplexe Sachsituation in Tabellenkalkulation ausloten
Dauer	45 min
Bezug	Nach O7 , V30 sollte als Vorübung zur Verfügung stehen
Material	Plan mit Verkehrslinien im Onlinebereich, Computer mit Tabellenkalkulation
Hinweise	Komplexere Tabellenkalkulationsanwendung, nur für ausgewählte Lernende als HA geeignet. Die Aufgabe ist als größere Übung gedacht, in der die für die Tabellenkalkulation erlernten Techniken eingesetzt werden können. Bei einer Problemstellung in diesem Umfang könnte nicht mehr sinnvoll mit einzelnen Termen gearbeitet werden. Dagegen ermöglicht der Einsatz der Tabellenkalkulation das Durchspielen zahlreicher Einzelfälle, um zu sinnvollen Entscheidungen zu kommen. Die Berücksichtigung der Schadstoffwerte im Zusammenhang mit der Auslastung der Fahrzeuge kann zu nachvollziehbaren Bewertungen in einer authentischen Situation führen.
Lernwege	Vor der eigentlichen Arbeit mit der Tabellenkalkulation sollte gesichert werden, dass die Lernenden die Zeichnung verstehen. Die verschiedenen Zeichen für S-Bahn, Straßenbahn, etc. müssen besprochen werden, wenn diese nicht aus der eigenen Stadt vertraut sind. a) dient dem Hineinfinden in die Bezüge der vorhandenen Tabellenkalkulation. b) und c) führen in die <i>Verwendung</i> der Tabelle ein. In d) ist erstmals eine <i>Bewertung</i> aufgrund errechneter Werte gefordert. In e) wird gezeigt, wie der Einsatz einer Tabellenkalkulation als Grundlage für Entscheidungen dienen kann.

Kompetenzen

Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- strukturieren und modellieren komplexe Problemstellungen und erfassen die Modellierungsansätze durch Zahlenterme.
- begreifen PADEK als Möglichkeit, einen Problemlöseprozess zu strukturieren.
- begreifen PADEK als einen Kreislauf, der mehrfach durchlaufen werden kann.
- loten Modellierungsansätze und ihre Grenzen aus.

Modelliert wird im Kapitel durchgängig, weil Terme aufstellen der Schlüssel zum Modellieren mit Algebra ist. Explizit reflektiert wird über Modellierungsprozesse in **O1** im Anschluss an **E2**.

Die Schülerinnen und Schüler...

- erweitern ihre Werkzeugkompetenz im Umgang mit Tabellenkalkulationen (insbesondere durch Formeln).

Tabellenkalkulation wird explizit in **E7**, **O6**, **E8** eingeführt und genutzt. Ihre Nutzung unterstützt gleichzeitig zentral den Aufbau des Variablenverständnisses.

Die Schülerinnen und Schüler...

- nutzen verschiedene Darstellungsformen (verschiedene symbolische Schreibweisen sowie Situationen und Bilder) für Terme und wechseln zwischen ihnen.

Darstellungswechsel werden wie in jedem Kapitel gebraucht, um inhaltliche Vorstellungen zu entwickeln. Hier wird die Darstellung der Tabelle genutzt, die für den Umgang mit Funktionen ebenfalls fundamental ist.

Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler...

- planen, dokumentieren und diskutieren komplexere Modellierungen.
- recherchieren Daten und Informationen zu Kosten und Umweltkosten von Verkehrsmitteln.

Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Sprechen und Schreiben: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende (dauerhaft) aktiv nutzen können (zum Teil aus alten Kapiteln):

- ich finde einen Ansatz/ einen Term
- die Variable bedeutet
- die veränderliche Zahl
- wenn sich die Zahl erhöht/ verdoppelt, dann verringert/ halbiert sich der Wert
- ich erkläre einen Term, indem ich sage, was die Variablen beschreiben
- ich setze die Zahl 3 in einen Term ein
- ich bestimme den Wert des Terms für $x=30$

- ich finde die unbekannte Zahl heraus
- der Wert erhöht sich um 30
- der Wert erhöht sich um das 3-fache
- der Wert hängt ab von...

Lesen und Zuhören: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende in ihrer Bedeutung erfassen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- sie stellen einen Ansatz/ einen Term auf
- jeweils, pro Kopf
- sie stehen für etwas
- Tabellenblatt
- sie verallgemeinern

Überprüfung

Als **alternative Leistungsüberprüfung** sind Lernberichte denkbar, in denen die Lernenden entlang der Checkliste ohne Zeitdruck an selbst gewählten (je einem für sie leichten und einem für sie schweren) Aufgabenbeispielen zeigen, dass sie diese Kompetenzen erworben haben.

Als **ergänzende Leistungsüberprüfung** können kleine Computerprojekte mit Tabellenkalkulation durchgeführt werden, die den Kontext der finanziellen und ökologischen Kosten von Verkehrsmitteln oder andere selbst gewählte Themen weiter ausloten.

Ausgehend von einer Erkunden- oder Vertiefenaufgabe, bei der eine Tabellenkalkulation genutzt wird (z.B. **E4**, **V27**, **V31**), können mit selbst recherchierten Daten mathematische Aufgabenstellungen formuliert und unter Verwendung des Tabellenkalkulationsblattes gelöst werden.

Zusammen mit einer kleinen schriftlichen Dokumentation werden das Tabellenkalkulationsblatt, die Fragen und Lösungen abgegeben. Bewertet werden neben der Darstellungsqualität und der mathematischen und technischen Richtigkeit auch die Relevanz und mathematische Tiefe der Fragestellung. Insbesondere ist darauf zu achten, dass die Lernenden tatsächlich veränderbare Zusammenhänge erfasst haben, so dass Variable notwendig sind.



Checkliste

Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken

Ich kann ...
Ich kenne ...

Hier kann ich
üben ...

K1	Ich kann den Ansatz für ein Berechnungsproblem mit einem Zahlenterm beschreiben und Zahlenterme erklären. Wie berechnest du dein jährliches Taschengeld, wenn du ein Geburtstagsgeschenk von 20 € dazurechnest? Schreibe einen Zahlenterm. Was könnte Pia wohl hier berechnet haben: $52 \cdot 5 + 50 - 10 \cdot 7$?	S. 180 Nr. 1, 2 S. 181 Nr. 3 S. 182 Nr. 5, 6
K2	Ich kann ein Berechnungsproblem mit P A D E K bearbeiten und nach der Kontrolle den Zahlenterm verändern. Beschreibe Tills Kosten für den Klassenausflug in einem Zahlenterm. Der Bus kostet für alle zusammen 400 €, die Gruppenkarte (5 Personen) für den Eintritt 23 €. Ändere den Term, wenn zwei Personen weniger mitfahren und auch für das Essen bezahlt werden muss.	S. 180 Nr. 1 S. 182 Nr. 5, 6 S. 192 Nr. 29
K3	Ich kann zu einer Situation mit veränderbaren Zahlen einen Term mit Variablen aufschreiben. Pia bekommt 5 € Taschengeld in der Woche. Wie kann sie ihr Taschengeld für x Wochen abzüglich ihrer Ausgaben berechnen? Gib einen Term mit zwei Variablen an.	S. 183 Nr. 8 S. 184 Nr. 10, 11 S. 185 Nr. 12, 13
K4	Ich kann einen Term (mit und ohne Variable) in einer Situation erklären. Till berechnet sein Taschengeld mit folgendem Term: $6 \cdot x + 2 \cdot 50$. Erkläre den Term.	S. 183 Nr. 8, 9 S. 184 Nr. 10, 11 S. 185 Nr. 12 S. 186 Nr. 14
K5	Ich kann konkrete Zahlen in einen Term einsetzen und den Wert des Terms bestimmen. Was ist der Wert des Terms $6 \cdot x + 2 \cdot 50$ für $x = 13$? Was bedeutet der Term, wenn Till damit sein Taschengeld berechnet?	S. 183 Nr. 9 S. 188 Nr. 18, 19, 20
K6	Ich kann unbekannte Zahlen finden, für die ein Term einen bestimmten Wert annimmt. Für welche Zahl hat der Term $2 \cdot x + 5$ den Wert 25? Bestimme durch Rückwärtsrechnen oder durch systematisches Probieren.	S. 186 Nr. 15 S. 189 Nr. 21, 22, 23
K7	Ich kann in Termen die Zahlen verändern und Auswirkungen auf den Wert des Terms untersuchen. Merves Eltern berechnen das wöchentliche Taschengeld so: $(a - 6) \cdot 1,20$. Dabei ist a das Lebensalter in Jahren. Wie ändert sich das Taschengeld, wenn Merve älter wird?	S. 190 Nr. 24, 25 S. 191 Nr. 26, 27 S. 192 Nr. 28, 29
K8	Ich kann Tabellenkalkulationen nutzen, um Berechnungsprobleme allgemein zu erfassen und zu bearbeiten. Entwickle ein Rechenblatt, um mit dem Term $(a - 6) \cdot 1,20$ das Taschengeld von Merve für jedes Alter zu bestimmen.	S. 191 Nr. 27 S. 192 Nr. 30 S. 193 Nr. 31

Kompetenzen aus vorangegangenen Kapiteln

Zahlenmuster/ Variablenvorbereitung (Klasse 6)

- K2** Ich kann Muster in Zahlenfolgen fortsetzen.
- K5** Ich kann zu gegebenen Termen Bilder- und Zahlenfolge aufstellen.
- K7** Ich kann zu Zahlenfolgen verschiedene Terme aufstellen und mit diesen Zahlen an hohen Stellen bestimmen.

Modellieren mit Termen (Klasse 6)

- K2** Ich kann zu einer Situation einen (Zahlen-) Term aufschreiben und damit zeigen, wie gerechnet werden soll.
- K3** Ich kann zu einem (Zahlen-)Term eine passende Situation aufschreiben.
- K5** Ich weiß, wann man bei Termen Klammern setzen muss und wann man sie weglassen kann.

Basiskompetenzen, die in der Übe-Kartei für das spätere Vertiefen aufgegriffen werden:

- K3** Ich kann zu einer Situation mit veränderbaren Zahlen einen Term mit Variablen aufschreiben.
- K4** Ich kann einen Term (mit und ohne Variable) in einer Situation erklären.
- K5** Ich kann konkrete Zahlen in einen Term einsetzen und den Wert des Terms bestimmen.
- K6** Ich kann unbekannte Zahlen finden, für die ein Term einen bestimmten Wert annimmt.

Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:
http://www.ko-si-ma.de → *Produkte* → *Handreichungen* → *mathewerkstatt 7*,
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040018):
www.cornelsen.de/mathewerkstatt → *mathewerkstatt 7* oder *mathewerkstatt 3*.

	Modellieren 1	Bild der Einstiegsseite (SB KOSIMA)
	Modellieren 2	Wissensspeicher <i>Terme 2</i> (SB E1 MB Kl. 6)
	Modellieren 3	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Terme 2</i> (SB E1 KOSIMA)
	Modellieren 4	Arbeitsmaterial <i>Kostenberechnung</i> (SB E3 MB & CORNELSEN)
	Modellieren 5	Arbeitsmaterial <i>Berechnungen</i> (SB E4 MB & CORNELSEN)
	Modellieren 6	Arbeitsmaterial <i>Kosten berechnen</i> (SB E7 MB & CORNELSEN)
	Modellieren 7	Excel-Datei <i>Arbeit mit Excel</i> (SB E7 CORNELSEN, Mediencode: 196-1)
	Modellieren 8	Arbeitsmaterial <i>PADEK hört nicht bei K auf</i> (SB O1 MB)
	Modellieren 9	Wissensspeicher <i>Problemlösen 1</i> (SB O1 MB Kl. 6)
	Modellieren 10	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Problemlösen 1</i> (SB O1 KOSIMA)
	Modellieren 11	Wissensspeicher <i>Terme 7</i> (SB O2, O3, O4 MB)
	Modellieren 12	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Terme 7</i> (SB O2, O3, O4 KOSIMA)
	Modellieren 13	Wissensspeicher <i>Terme 8</i> (SB O5 MB)
	Modellieren 14	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Terme 8</i> (SB O5 KOSIMA)
	Modellieren 15	Methodenspeicher <i>Hilfsmittel 2</i> (SB O6 MB Kl. 6)
	Modellieren 16	Methodenspeicher <i>Hilfsmittel 4</i> (SB O6 MB)
	Modellieren 17	Ausgefüllter Methodenspeicher <i>Hilfsmittel 4</i> (SB O6 MB)
	Modellieren 18	Wissensspeicher <i>Funktionen 2</i> (SB O6 MB)
	Modellieren 19	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Funktionen 2</i> (SB O6 KOSIMA)
	Modellieren 20	Wissensspeicher <i>Terme 9</i> (SB O7 MB)
	Modellieren 21	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Terme 9</i> (SB O7 OSIMA)
	Modellieren 22	Wissensspeicher <i>Terme 2</i> (SB V1 MB Kl. 6)
	Modellieren 23	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Terme 2</i> (SB V1 KOSIMA)
	Modellieren 24	Arbeitsmaterial <i>Kärtchen</i> (SB V4 KOSIMA)
	Modellieren 25	Wissensspeicher <i>Proportionales 2</i> (SB V4 MB Kl. 6)
	Modellieren 26	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Proportionales 2</i> (SB V4 KOSIMA)
	Modellieren 27	Wissensspeicher <i>Terme 3</i> (SB V5, V6 MB Kl. 6)
	Modellieren 28	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Terme 3</i> (SB V5, V6 KOSIMA)
	Modellieren 29	Arbeitsmaterial <i>Aufgabenelemente auf Karten</i> (SB V8 KOSIMA)
	Modellieren 30	Arbeitsmaterial <i>Spielkarten</i> (SB V9 KOSIMA)
	Modellieren 31	Arbeitsmaterial <i>Terme aufstellen und erklären</i> (SB V12 MB & CORNELSEN)
	Modellieren 32	Arbeitsmaterial <i>Spielbrett</i> (SB V20 CORNELSEN, Mediencode: 212-1)
	Modellieren 33	Arbeitsmaterial <i>Termkärtchen</i> (SB V20 CORNELSEN, Mediencode: 212-1)
	Modellieren 34	Datei <i>Tabellenkalkulation Zahlenkette</i> (SB V27 CORNELSEN, Mediencode: 215-1)
	Modellieren 35	Methodenspeicher <i>Hilfsmittel 4</i> (SB V27 MB)
	Modellieren 36	Ausgefüllter Methodenspeicher <i>Hilfsmittel 4</i> (SB V27 MB)

- | | | |
|---|----------------|--|
|  | Modellieren 37 | Excel-Datei <i>CO₂-Rechner</i> (SB V27 CORNELSEN, Mediencode: 217-1) |
| | Modellieren 38 | Arbeitsmaterial <i>Plan mit Verkehrslinien</i> (SB V31 KOSIMA) |
|  | Modellieren 39 | Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediencode: 218-1) |
| | Modellieren 40 | Checkliste zum Ausfüllen (SB MB & CORNELSEN) |