

Unser Zahlenlexikon – Zahlenwissen ordnen und vernetzen



Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....	ab Seite 2
Einstieg	ab Seite 6
Erkunden	ab Seite 8
Ordnen	ab Seite 14
Vertiefen	ab Seite 22
Kompetenzen und Checkliste	ab Seite 36
Materialübersicht für dieses Kapitel.....	ab Seite 38

Herausgegeben von:

Timo Leuders
Susanne Prediger
Bärbel Barzel
Stephan Hußmann

Autorinnen und Autoren:

Matthias Glade
Susanne Prediger
Claudia Schneider
Andrea Schink

Redaktion:

Raja Herold

© 2014 Kosima-Projekt

Zitierbar als Glade, M.; Prediger, S.; Schneider, C. & Schink, A. (2014): Unser Zahlenlexikon - Zahlenwissen ordnen und vernetzen. In: Leuders, T., Prediger, S., Barzel, B. & Hußmann, S. (Hrsg.): Handreichungen zur Mathewerkstatt 7. Dortmund/Freiburg: Kosima. Online unter www.ko-si-ma.de.

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin:

Das Copyright gilt für alle dargestellten Seiten und Auszüge von Seiten des Schülerbuches und des Materialblocks der *mathewerkstatt*; Rechteinhaber und Bildquellen sind in den entsprechenden Bildnachweisen dieser Produkte ausgewiesen.

Titel Unser Zahlenlexikon – Zahlenwissen ordnen und vernetzen

Thema Rationale Zahlen systematisieren

Kontexte - Kernfragen - Kernideen

Vorstellungen und Fähigkeiten zu rationalen Zahlen und ihren Operationen wurden in Klasse 5/6 über mehrere Kapitel und Kontexte hinweg aufgebaut. Die einzeln erworbenen Fähigkeiten und Vorstellungen werden in diesem rückblickend-systematisierenden Kapitel geordnet und vernetzt. Aufgrund des systematisierenden Charakters leitet durch dieses Kapitel nicht ein durchgängiger Alltags-Kontext, sondern eine sinnstiftende Idee, nämlich ein eigenes „Zahlenlexikon“ zu erstellen.

Kernfrage A: Welche Situationen werden mit welchen Zahlen beschrieben?

Viele Alltagssituationen werden durch natürliche Zahlen, Brüche, Dezimalzahlen oder negative Zahlen beschrieben. In dieser Etappe sammeln die Lernenden Beispiele von Alltagssituationen und untersuchen sie darauf, welchen Zweck die jeweiligen Zahlschreibweisen erfüllen (z.B. mit Dezimalzahlen kann man immer feiner messen).

Kernfrage B: Wie hängen Brüche, Dezimalzahlen und Prozente zusammen?

Brüche, Dezimalzahlen und Prozente sind keine unterschiedlichen Zahlbereiche, sondern können ineinander umgewandelt werden, die Vorgehensweisen dazu werden hier konsolidiert und bieten die Basis, um das Konzept Zahlreiche einzuführen.

Kernfrage C: Wie kann ich mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen?

Für die Kernfrage C werden alle Vorstellungen und Rechenverfahren zu den Grundrechenarten mit Brüchen und Dezimalzahlen (und Prozentzahlen) wiederholt und zusammengestellt. Dabei wird in den Klassen, die nicht schon in Klasse 6 Brüche dividiert haben, eine Wissenslücke deutlich, die in Etappe D (zum Dividieren von Brüchen) gestopft wird.

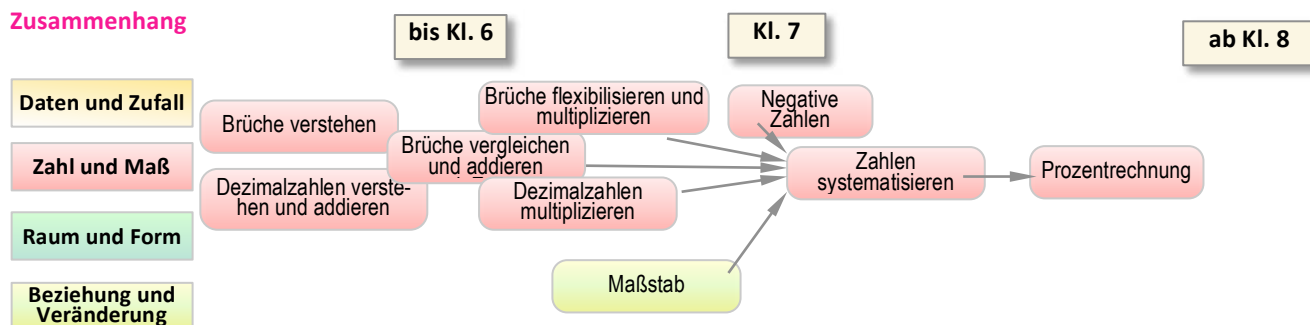
Kernfrage D: Wie hängen Multiplizieren und Dividieren mit Brüchen zusammen?

Die Kernfrage D nach dem Zusammenhang von Multiplizieren und Dividieren wird im Kontext des Applets Copystar bearbeitet, das aus dem Kapitel Maßstab bekannt ist. Mit Hilfe der Skalierungsvorstellung wird nicht nur die Division als Umkehroperation der Multiplikation bewusst, sondern auch spezifisch für Brüche die Kehrwertregel erarbeitet. Damit wird die Systematisierung der Rechenoperationen für rationale Zahlen vervollständigt.

Kompetenzen

- K1: Ich kann für jede Schreibweise rationaler Zahlen typische Situationen angeben, für die man sie braucht.
- K2: Ich kann Brüche in Dezimalzahlen und Prozentzahlen umwandeln und wieder zurück.
- K3: Ich kenne die Fachwörter natürliche Zahl, ganze Zahl, Bruch, negative Zahl und rationale Zahl und kann für jedes Beispiele und Gegenbeispiele angeben.
- K4: Ich kann für alle Rechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) passende Situationen oder Bilder angeben.
- K5: Ich kann alle Rechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) für Dezimalzahlen sicher ausführen und kontrollieren.
- K6: Ich kann Additionen, Subtraktionen und Multiplikationen mit Brüchen sicher ausführen und kontrollieren.
- K8: Ich kann mir zur Division von Brüchen eine Situation vorstellen und erklären, wie sie mit der Multiplikation zusammen hängt.
- K9: Ich kann Divisionen mit Brüchen ausführen und erklären, wie man rechnet.

Zusammenhang



Struktur

ca. 5 Wochen

Einstieg: Blitzlicht auf die Vielfalt der Zahlen, ihre Zwecke und die dazugehörigen Operationen					10
A Welche Situationen werden mit welchen Zahlen beschrieben?				E	O
E1	Zwecke unterschiedlicher Zahlen im Alltag sammeln			35	
E2	Fokus auf Kontexte für unterschiedliche Zahlschreibweisen	O1 Unterschiedliche Zahlbereiche und ihre Zwecke im Überblick	V1-V2 Situationen mit Zahlen unterschiedlich beschreiben	20	50
E3	Gleiche Zahlen – unterschiedliche Schreibweisen			30	
B Wie hängen Brüche, Dezimalzahlen und Prozente zusammen?				E	O
E4	Umwandeln von Schreibweisen	O2 Zwischen Schreibweisen umwandeln – einfache Fälle O3 Zwischen Schreibweisen umwandeln – schwierigere Fälle	V3-V12 Zwischen verschiedenen Zahlschreibweisen umwandeln	55	35
		O4 Fachwörter für Zahlbereiche	V13-V15 Zahlbereiche unterscheiden		40
				30	
C Wie kann ich mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen?				E	O
E5	Rechenarten und Rechenwege sammeln (Brüche und Dezimalzahlen)	O5 Rechenwege beim Rechnen mit Dezimalzahlen O6 Rechenwege beim Rechnen mit Brüchen	V16-V21 Mit positiven rationalen Zahlen rechnen	60	30
E6	Situationen und Bilder fürs Addieren/ Subtrahieren (Brüche und Dezimalzahlen)	O7 Situationen fürs Addieren und Subtrahieren	V21-V26 Bilder und Situationen zum Rechnen	35	25
E7	Situationen und Bilder fürs Multiplizieren/ Dividieren (Brüche und Dezimalzahlen)	O8 Situationen und Bilder fürs Multiplizieren		35	45
		O9 Kontrolle beim Rechnen			35
D Wie hängen Multiplizieren und Dividieren mit Brüchen zusammen?				E	O
E8	Vorstellungen zum Multiplizieren und Dividieren im Skalierungsapplet entwickeln		V27- V29 Multiplizieren und dividieren rückgängig machen	35	
E9	Vielfältige Beziehungen zwischen Multiplizieren und Dividieren von Brüchen entwickeln	O10 Zusammenhänge zwischen Multiplizieren und Dividieren O11 Rechenregel zum Dividieren von Brüchen	V30-V32 Brüche dividieren V33-V35 Brüche dividieren in weiteren Situationen („Passen in“ als andere Vorstellung)	25	35
		O12 Situationen und Bilder fürs Dividieren	V37-V46 Kreuz und quer mit allen (auch negativen) Zahlen und Situationen rechnen		30
					45

Kurzweg: Schwächere Lerngruppen klammern das Dividieren von Brüchen aus (d.h. ohne Etappe C) und lassen **O4** weg (Fachwörter für die Zahlbereiche). Wer schon in Klasse 6 Brüche dividiert hat, braucht aus Etappe C nur **O12**. In Etappe A und C ist Ordnen auch ohne Erkunden möglich.

Intensivzugriff

Hintergrund

Der Zahlbereich der rationalen Zahlen wurde in vielen einzelnen Kapiteln in den Schuljahren 5-7 aufgebaut:

- Brüche verstehen (Kl. 5)
- Dezimalzahlen vorstellen und addieren (Kl. 5)
- Brüche vergleichen und addieren (Kl. 6)
- Brüche flexibilisieren und multiplizieren (Kl. 6)
- Dezimalzahlen multiplizieren und dividieren (Kl. 6)
- Maßstab (inkl. evtl. Brüche dividieren) (Kl. 6)
- Negative Zahlen darstellen im Kapitel Diagramme (Kl. 6)
- Mit negativen Zahlen rechnen (Kl. 7)

Dazu wurden unterschiedliche Schwerpunkte im Vorstellungsaufbau und in den Rechenarten gesetzt und jeweils unterschiedliche Kontexte herangezogen. Diese Vielschichtigkeit des Themas legt es nahe, nun einen systematischen Überblick zu schaffen und dadurch Abgrenzungen und Vernetzungen zu ermöglichen:

- Abgrenzungen des Zahlbereichs der rationalen Zahlen von den natürlichen und den ganzzahligen negativen Zahlen (ab **O4**). Die Abgrenzung beginnt mit Reflexionen und Sammlungen über typische unterschiedliche Verwendungssituationen.
- Vernetzungen einerseits zwischen den unterschiedlichen Schreibweisen Brüche, Dezimalzahlen, Prozent für rationale Zahlen (**O2**, **O3**); andererseits durch die Betrachtung negativer Brüche (in der letzten Vertiefenetape).

Die Systematisierung bezieht sich nicht allein auf die Rechenwege zu allen Grundrechenarten, sondern auch auf grundlegende Vorstellungen (Interpretationen) und Darstellungen:

- typische Verwendungssituationen für alle Zahlbereiche, die auch Vorstellungen für die verschiedenen Zahlschreibweisen enthalten (Etappe A: **E1**, **E2**, **O1**)
- den Zusammenhang zwischen unterschiedlichen Schreibweisen rationaler Zahlen, hergestellt an der zentralen Darstellung der Zahlengerade (Etappe B: **E3**, **E4**, **O2**, **O3**)
- die Differenzierung in die drei Zahlbereiche natürliche Zahlen, ganze Zahlen und rationale Zahlen und ihre Inklusionsbeziehungen (Etappe B: **O4**)
- Rechenwege, Vorstellungen und Darstellungen für die Rechenoperationen für Brüche, Dezimalzahlen (und im Erweiterungsbereich für Prozentzahlen) (Etappe C: **E5**, **E6**, **E7**, **O5-O9** sowie **O12**).

Die Rechenwege und Interpretationen für natürliche und für negative Zahlen werden nicht wiederholt, weil die der natürlichen Zahlen als vertraut vorausgesetzt und die der negativen Zahlen gerade erst erarbeitet wurden.

Bei dieser Systematisierung wird eine Lücke deutlich, denn das Dividieren von Brüchen wurde (in den meisten Klassen) noch nicht erarbeitet. Daher wird dies in Etappe

D vervollständigt (**E8**, **E9**, **O10**, **O11**). Die Aufgabe **O12** sollte von allen gemacht werden, auch wenn bereits in Klasse 6 durch Brüche dividiert wurde.

Etappe A: Welche Situationen werden mit welchen Zahlen beschrieben?

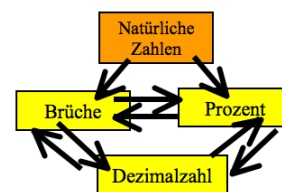
In Etappe A werden noch nicht die Zahlbereiche unterschieden, denn aus der Perspektive der Lernenden sind natürliche Zahlen, Brüche, Dezimalzahlen, negative Zahlen alles unterschiedliche Zahlen, deren innere Zusammenhänge erst erkundet werden müssen. Erst am Ende der Etappe B werden die Zahlbereiche ausdifferenziert. Die Systematisierung beginnt mit „mathematischer Archäologie des Alltags“: Die Schülerinnen und Schüler sammeln in ihrer Umwelt unterschiedliche Zahlschreibweisen und reflektieren die jeweiligen Verwendungszwecke (Einstieg, **E1**, **E2**, **O1**). In **E2** wird durch unpassende Verwendungen die Beobachtung pointiert, dass einige Schreibweisen zwar umwandelbar sind, aber unüblich, wie zum Beispiel 25/5 Bananen.

Beim Herausfiltern der Verwendungszwecke werden Grundvorstellungen für Zahlen unterschieden (in **O1**):

- Anzahlen oder Reihenfolgezahlen beschreiben (natürliche Zahlen),
- Angeben von Werten unter einer Vergleichsmarke (negative Zahlen),
- immer genauer messen (Dezimalzahlen),
- Anteile beschreiben oder etwas verteilen (Brüche und Prozente),
- Häufigkeiten relativ zur Gesamtzahl angeben (Brüche und Prozente).

Etappe B: Wie hängen Brüche, Dezimalzahlen und Prozente zusammen?

Brüche, Dezimalzahlen und Prozente liegen auf der Zahlengerade an denselben Stellen (**E2** und **E3**). Diese theoretische Einsicht an der Zahlengerade führt einerseits zur Definition der Zahlbereiche (in **O4**), andererseits muss sie operativ erst fruchtbar gemacht werden, indem unterschiedliche Wege des Umwandelns erarbeitet (**E4**) und gesichert werden (**O2** und **O3**).



Etappe C: Wie kann ich mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen?

In der Etappe C werden nicht nur alle Rechenverfahren für die Grundrechenarten für Brüche und Dezimalzahlen gesichert, sondern vor allem auch die zugehörigen Bilder und Situationen (d.h. Darstellungen und Vorstellungen), in denen sie den Lernenden begegnen oder mit denen man die Rechnungen deuten kann. Diese im Schulbuch relativ kurz aussehende Etappe umfasst daher mindestens 12 Wochen Unterricht aus den Klassen 5 und 6.

Der Zugriff ist jeweils zweischrittig: Zunächst werden im Erkunden (**E5** für Rechenwege **E6**, **E7** für Situationen und

Bilder fürs Addieren/ Subtrahieren bzw. Multiplizieren/ Dividieren) eigene Aufgabenbeispiele gesucht und bearbeitet, gleichsam als selbst differenzierende Bestandsaufnahme des eigenen Wissens und Könnens, dann werden in **05-08** an vorgegebenen Beispielen die alten Wissensspeicher hinzugezogen, um schon mal gekanntes zu reaktivieren und Lücken zu füllen. Entscheidend sind hier folgende Grundvorstellungen:

- 07:** Addition als Hinzufügen und Zusammenfügen (beides nur für Anteile von demselben Ganzen!),
- 07:** Subtraktion als Wegnehmen und als Abstand (beides nur für Anteile vom selben Ganzen!),
- 08:** Multiplizieren als Flächeninhalt, Anteil vom Anteil, Skalieren (letzteres wird in Etappe D wiederholt).
- 012:** Dividieren als Rückgängig machen des Multiplizierens, insbesondere des Skalierens und als Passen in. (nachgeschoben in Etappe D)

Für jede der Vorstellungen, Darstellungen und Rechenwege bietet auch die Übe-Kartei aus Klasse 6 reichhaltige Wiederholungsmöglichkeiten. Die Rechenarten auch für Prozentzahlen zu systematisieren, bleibt hier differenzierend den Schnelleren vorbehalten.

Zum sicheren Rechnen gehören auch Kontrollstrategien, die daher in **E5** angeregt und **09** gesichert werden. Dabei bilden der Rückgriff auf Bilder und Situationen wichtige Kontrollstrategien.

Etappe D: Wie hängen Multiplizieren und Dividieren mit Brüchen zusammen?

Dass die Multiplikation die Umkehroperation zur Division ist, erfährt man am einfachsten in der Skalierungsvorstellung, sie ist daher grundlegend für diese Etappe. Genutzt wird das aus dem Kapitel



Maßstab bekannte Applet Copystar, mit dem die Skalierungswirkungen von Multiplikationen und Divisionen mit Dezimalzahlen, Prozentzahlen und Brüchen erkundet werden können. Dies hilft, sich bewusst darüber zu werden, dass im Zahlbereich der rationalen Zahlen die Multiplikation (nur für Zahlen >1) vergrößert und die Division nicht immer verkleinert (**E8**).

Bei der Suche nach konkreten Rückwegen für Multiplikationen mit Brüchen (**E9**) wird der Zusammenhang zum Kehrwert hergestellt, der in **011** schließlich genutzt wird, um die Kehrwertregel für die Division von Brüchen inhaltlich-anschaulich zu begründen: „mal $3/4$ “ macht man rückgängig mit „durch $3/4$ “, oder mit „mal $4/3$ “, deswegen bewirken „durch $3/4$ “ und „mal $4/3$ “ dasselbe.

Kurzweg

Etappe A, B und C des Kapitels dienen der systematisierenden Wiederholung, hier kann je nach Lernstand der Gruppe gekürzt oder ausgeweitet werden.

Die offene Aufgabe **E1** wird in **E2** und **01** verengt, sie kann auch ausgelassen werden. In Etappe C kann **E5** und

E6 aus Zeitgründen ausgespart werden, direkt in **06-09** einzusteigen ist möglich.

In Etappe D wird das Dividieren von Brüchen eingeführt, das können schwache Lerngruppen auslassen oder nur die „Passen in“-Vorstellung mit **V33** erarbeiten.

Statt das Kapitel geballt zu thematisieren, kann es entlang der Etappen zersplittet und in andere Unterrichtseinheiten eingestreut werden. Inhalte weglassen ist dagegen problematisch, weil der weitere Lernweg darauf aufbaut.

Diagnose

Da das Kapitel rückblickend bilanziert und systematisiert, bildet praktisch jede Aufgabe einen diagnostischen Anlass, um den Lernstand der Lernenden zu erheben und insbesondere Lücken aufzudecken

- in den Zahlvorstellungen (**E1**, **01**)
- im Umgang mit der Zahlengerade als zentrale Darstellung (**E3**, **02**)
- in den Rechenwegen (**E5**, **05**, **06**) und zugehörigen Kontrollstrategien (**09**)
- in den Vorstellungen und Darstellungen zu den Rechenoperationen (**E6** und **E7**, **07**, **08**)

Wenn hier Defizite bei einigen Lernenden sichtbar werden, lohnt unbedingt der Rückgriff auf die Übe-Kartei, in der alle relevanten Aspekte genauer diagnostiziert und dem Lernstand angemessen gefördert werden können. Zum Umwandeln zwischen Schreibweisen bietet das Vertiefen genügend Übungsmaterial.

Zusätzliches Trainingsangebot

Zu jeder Trainingsaufgabe befinden sich weitere Trainingsaufgaben im Onlinebereich.

Mediennutzung

Grundsätzlich ist zur Bearbeitung der Aufgaben dieses Kapitels keine Nutzung des Taschenrechners vorgesehen. Das eigenständige Umwandeln zwischen Zahlschreibweisen hat eine wichtige, die Vorstellung der Gleichwertigkeit stabilisierende Funktion. Auch die vier Operationen mit Dezimalzahlen und Brüchen sollen in diesem Kapitel ohne Taschenrechner trainiert werden. Lokal kann der Taschenrechner als Kontrolle für Rechnungen genutzt werden, wichtiger sind aber die im Kapitel angebotenen Kontrollstrategien, die in **09** gesichert werden. Bei der Nutzung des Taschenrechners können Zahlen in unerwarteter Darstellung entstehen, die die Lernenden deuten können müssen.

Zum Vorstellungsaufbau der Division als Umkehrung der Multiplikation wird in das Applet „Copystar“ genutzt.

Literatur

Hefendehl-Hebeker, Lisa/ Prediger, Susanne (2006):

Unzählig viele Zahlen – Zahlbereiche erweitern und Zahlvorstellungen wandeln, In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 48 (11), 1-7.

Padberg, Friedhelm (2002): *Didaktik der Bruchrechnung*. Heidelberg: Spektrum-Verlag.

Einstieg

Idee eines Zahlenlexikons entwickeln

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler ...

- werden sich über die Vielfalt der Zahlbeschreibungen in Alltagssituationen bewusst;
- aktivieren ihr Wissen über Zahlen und Operationen;
- werden auf das Ziel orientiert, ein Zahlenlexikon zu erstellen.

Bezug

wird in **E1** aufgegriffen, dann mit engerer Führung

Vorbereitung/Material

Lebendiger als das Schulbuch sind Artefakte aus dem Alltag: Wassergläser, Flaschen, Supermarktrechnungen, Thermometer, Kataloge...

Für die Unterrichtsreihe: Schülerinnen und Schüler benötigen alte Wissenspeicherseiten. (**HA** zur nächsten Stunde)

Umsetzungsvorschlag (45 min inkl. erster Reflexion)

Vorbereitende Hausaufgabe: Alle Lernenden sammeln zu Hause „Zahlen und Rechnungen im Alltag.“	HA
Vielfalt gemeinsam wertschätzen und Komplexität der Situationen wahrnehmen	GA
Bedürfnis nach Systematisierung des Wissens und Könnens wecken	UG
Idee eines Zahlenlexikons einführen und bewerben	UG

HA: Alte Wissenspeicherseiten aus Klasse 5 bis 7 mitbringen, damit dann passende gesucht werden können (Brüche 1-13, Dezimalzahlen 1-7, negative Zahlen 1-6).

Intensivzugriff Umsetzungshinweise/Alternativen

Knappste Umsetzungsalternative:

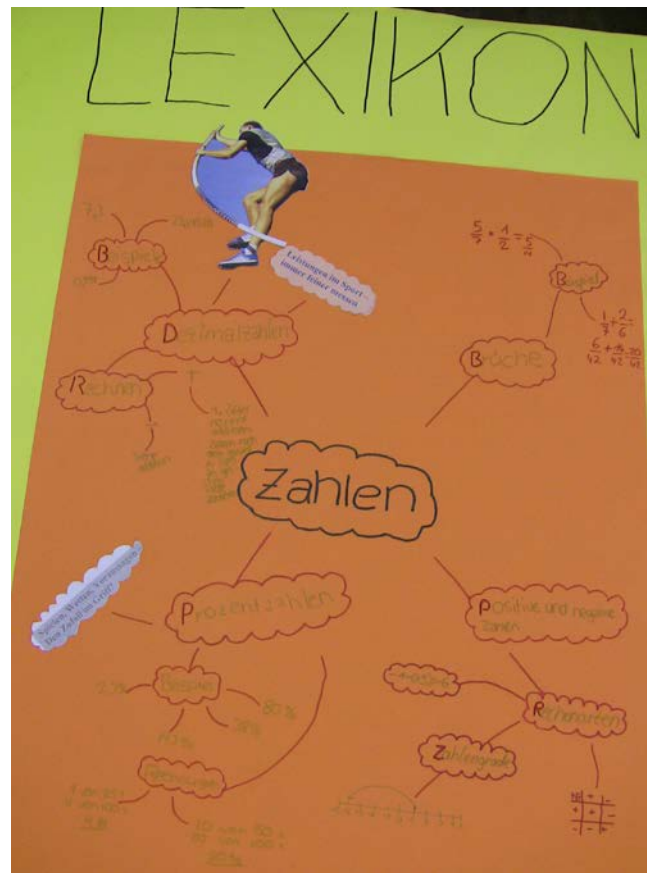
Kurzes gemeinsames Anschauen der Einstiegsseite mit kurzer Erschließung des Back-Problems von Till und Merve und danach hauptsächlich klarer Orientierung auf das Ziel „Wir erstellen ein Zahlenlexikon“.

Dann direkter Übergang zur Aufgabe **E1**, die die gleichen Erkundungen enger führt.

Alternative: Poster mit Mindmaps erstellen lassen um erste Ideen zu erhalten, was alles in ein Zahlenlexikon gehört. (siehe rechts)

Erwartungshorizont

Lernende sammeln Bilder, Objekte und Texte, in denen Zahlen vorkommen.





Ziele des Kapitels aus Vorschauperspektive

In diesem Kapitel ...

- sammelt ihr, was ihr schon alles über das Umgehen mit Zahlen wisst und stellt es in einem Zahlenlexikon zusammen
- vergleicht ihr, was mit welchen Zahlen beschrieben wird
- sammelt ihr, welche Zahlen man auch anders schreiben kann und wie man die Schreibweisen umwandelt
- wiederholt ihr, wie man mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen kann
- lernt ihr noch eine Rechenart.

Erkunden A

Welche Situationen werden mit welchen Zahlen beschrieben?

Schnellzugriff

E1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- sammeln ihre Vorerfahrungen zu Zahlen, ihren Schreibweisen und typischen Verwendungssituationen
- reflektieren über Zwecke unterschiedlicher Zahlschreibweisen.

E1 Bezug

Weiter mit **E2**, dann Sicherung mit **O1**.

E1 Vorbereitung/Material

Alte Wissenspeicher im Onlinebereich:

Brüche 3, 4, 11/ Dezimalzahlen 1, 2/ negative Zahlen 3

b) vorab als **HA** geben und Material aus Zeitungen, Prospekten, usw. sammeln lassen. Evtl. OHP-Folien zur Präsentation konkreter Schülerbearbeitungen von **c)**.

E1 Umsetzungsvorschlag (5+HA+ 30 min)

- | | | |
|------------|---|--------|
| 1a) | Gemeinsam Zahlen und Schreibweisen sammeln, um Spektrum zu öffnen | UG |
| b) | als HA oder zunächst allein Vorerfahrungen explizieren | HA/ EA |
| c) | Zwecke an konkreten Beispielen herausarbeiten und verschriftlichen | PA |
| d) | Situationen sortieren und fehlende aus alten Wissensspeichern ergänzen mit Mathekonzferenz | GA |
| e) | Kurze Reflexion an konkreten Beispielen | UG |

Mögliche HA: E2ab) (oder „Wozu braucht man andere als natürliche Zahlen?“ an 3 weiteren möglichst verschiedenen Beispielen erklären.)

Intensivzugriff

E1 Umsetzungshinweise

Hintergrund: Zahlschreibweisen wird hier als Oberbegriff für unterschiedlich *aussehende* Zahlen verwendet. In **O4** werden dann unterschiedliche Zahlbereiche von bloß unterschiedlichen Schreibweisen für dieselbe Zahl getrennt.

Umsetzung: Das reine Sammeln von Situationen in **b)** führt nicht tief genug, deswegen ist die Analyse in **c)** und die Systematisierung in **de)** zentral. Hier empfiehlt sich wiederholtes Insistieren auf Begründungen. Für die Reflexion im Plenum bringen Schnelle ihre Verschriftlichung von **c)** auf Folie.

Aspekte für die Reflexion finden sich unter Diagnose.

Alternative: Wenn **b)** nicht vorab als **HA** bearbeitet wird, macht es Sinn, die Schülerinnen und Schüler auch nachträglich Beispiele zu Hause sammeln und analysieren zu lassen, um die Vielschichtigkeit des Themas aufzubereiten.

E1 Erwartungshorizont

- a)** natürliche Zahlen,
Brüche, Dezimalzahlen,
Prozentzahlen,
negative Zahlen
- c)** Evtl. Stichworte für
Zwecke aus **O1** nutzen.

1) Ich habe 10 Affen... und habe 25% davon gegessen.
2) Wenn ich den Anteil von dem was ich gegessen habe oder von dem was übrig ist.
3) Ich habe die natürlichen Zahlen für die Affen benutzt. Und die Prozentzahlen für die Anteile benutzt.

E1 Lernwege

Meist orientieren sich die Schülerinnen und Schüler an den vorgegebenen Bildern.

Einigen fällt es schwer den Fokus zu finden, worum es bei dieser Aufgabe überhaupt geht. Es wird auf syntaktische Ebenen rekurriert (*Weil man weiß, wie man mit negativen Zahlen umgeht.*) oder sich zu wenig von der Situation löst (Man braucht Zahlen, *damit man weiß, wie viel man bezahlen muss.*).

E1 Diagnose

Welche Zahlschreibweisen und Verwendungssituationen sind prominent? Werden Zahlschreibweisen in einer Situation als austauschbar oder als eindeutig zuordenbar wahrgenommen? (wird in **E2** vertieft)

E1 Differenzierung

Schülerinnen und Schüler nach Bedarf ermuntern, weiter über den Sinn der Zahlschreibweisen nachzudenken. Immer wieder auf natürliche Zahlen als Mittel zur Abgrenzung hinweisen. Schwächere Lernende dürfen direkt mit der Einengung der Aufgabenstellung in **E2** arbeiten, dann haben sie ihren Klassenkameraden gegenüber einen Vorsprung.



Erkunden A

Welche Situationen werden mit welchen Zahlen beschrieben?

Schnellzugriff

E2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- erinnern sich an weitere prototypische Situationen
- prüfen und reflektieren die Passung von Zahlschreibweisen und Verwendungssituationen.

E2 Bezug

Nach **E1**, weiter mit Sicherung in **O1**.

E2 Umsetzungsvorschlag (HA+20 min, sonst 45min)

ab) Passende Zahlen zu konkreten Situationen_{HA} finden und über Angemessenheit reflektieren

c) Vergleichen und Überarbeiten der HA als _{GA} Mathekonferenz

Kurze Reflexion über Schwierigkeiten _{UG} und Einsichten

Mögliche HA: V1

E3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- erarbeiten sich den Zahlenstrahl als Mittel zum ungefähren Vergleichen von Zahlen
- erarbeiten Schätzstrategien fürs Vergleichen (prominente Stützzahlen wie 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$,..., Zehnereinteilung)

E3 Bezug

Bereitet die Idee des Umwandelns in **E4** vor.

E3 Umsetzungsvorschlag (30 min)

Gemeinsame Lektüre des Vortextes. „Wie viel habt ihr gestern getrunken?“

ab) Vergleichen der Zahlen auch mit Zahlen- _{EA(PA)} gerade, Partnerkontrolle nach **a)**

c) In Tischgruppe Zahlen als einfach oder _{GA} schwer einzutragen klassifizieren und auf einer Folie mit Zahlengerade festhalten

cd) Reflexion: Was war schwer? Sind diese _{UG} Zahlen vergleichbar? Erste Anbahnung der Umwandlungs-idee

Mögliche HA: V2 ac)

Intensivzugriff

E2 Umsetzungshinweise

Alternativ: ab) in **EA**

Für die Reflexion der Angemessenheit der Wahl der Zahlschreibweise sind unpassende Verwendungen besonders lehrreich.

E2 Erwartungshorizont

Pizza: $\frac{3}{5}$ (Bruch); Bananen 5 (natürliche Zahl); Stunden: geläufiger: 3 Minuten (Natürliche Zahl), aber 5%h oder $\frac{1}{20}$ h oder 0,05h auch möglich; Temperatur: -6 (negative Zahl); Baum nicht sinnvoll, hier muss eine natürliche Zahl stehen; Hundertmeterlauf: sinnvoll: 11,9 und 12,2 sec (Dezimalzahlen)

Diese Zuordnungen werden meist auch so vorgenommen, selbst wenn Begründungen schwer fallen.

E2 Diagnose

Gelingt es den Schülerinnen und Schülern

- unsinnige von sinnvollen Verwendungen von Zahlschreibweisen zu unterscheiden?
- zu erkennen, dass in der Verteilsituation der Bruch $\frac{3}{5}$ steckt oder halten sie die natürlichen Zahlen 3 und 4 für zentral?
- Anteile von Verhältnissen zu unterscheiden? (KiBa)
- 5% von 5 Minuten zu unterscheiden? (Stunden)
- beim Hundertmeterlauf geeignete Beispielzahlen zu ergänzen, die gerundet 12 ergeben?

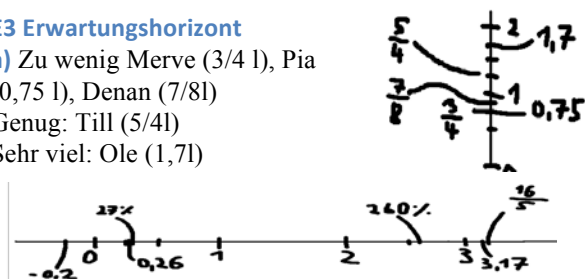
Sonst nochmal diskutieren.

E3 Umsetzungshinweise

Unterstützendes Übungsmaterial zum Einzeichnen von Zahlen auf der Zahlengerade ist in **V2** und im Zusatztraining.

E3 Erwartungshorizont

a) Zu wenig Merve ($\frac{3}{4}$ l), Pia (0,75 l), Denan ($\frac{7}{8}$ l)
Genug: Till ($\frac{5}{4}$ l)
Sehr viel: Ole (1,7l)



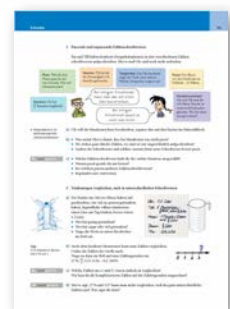
Ziel ist hier das qualitative Verorten der Zahlen auch über elementare Stützzahlen wie 1 und $\frac{1}{2}$. Die Zahlen, die sehr dicht beieinander liegen, aktivieren erste Strategien für die Umwandlungswege in **E5**.

E3 Lernwege

Typische Fehler ($\frac{1}{4}=0,4$; Stellenwerte nicht beachtet) werden in **V3a)** aufbereitet.

E3 Differenzierung

Schnelle Lernende denken sich noch zwei schwere und zwei einfache Beispiele aus und zeichnen sie ein.



Erkunden A

Wie hängen Brüche, Dezimalzahlen und Prozente zusammen?

Schnellzugriff

E4 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler
- probieren Umwandlungswege aus
 - nutzen die Zahlengerade als Kontrollinstrument oder als Mittel zur Bestimmung gleichwertiger Zahlen.

E4 Bezug

Weiter mit der Sicherung der Umwandlungen in **02**, **3**.

E4 Vorbereitung/Material

Großen Zahlenstrahl auf Poster zeichnen, um ihn in der Klasse aufzuhängen

E4 Umsetzungsvorschlag (55 min ohne e))

Erklären des Einführungstextes, Erläutern UG von Pias strukturierendem Überblick

- | | | |
|-----|--|----|
| ab) | Erarbeitung eines exemplarischen Umwandlungswegs und weitere Beispiele, um alle Umwandlungen durchzuführen | PA |
| c) | Kurzes Probieren von Tills Weg als allgemeingültige Technik | PA |
| d) | Erste Aufarbeitung in Kleingruppen | GA |
| e) | Differenzierungsaufgabe nur für Schnelle | EA |

Mögliche HA: **V4** oder **V5**

Intensivzugriff

E4 Umsetzungshinweise

In der Aufgabe sollen die Lernenden verschiedene Wege nachvollziehen und reaktivieren und ein erstes Gespür dafür bekommen, dass diese unterschiedlich schwierig sind. Eine vollständige Erarbeitung für alle muss hier noch nicht erfolgen, denn sie wird in **02** und **03** vorgenommen und gesichert. Pias Schaubild soll sicherstellen, dass die Lernenden den Überblick behalten. Till bringt eine komplexere, aber allgemeiner gültige Technik zum Umwandeln von Brüchen in Dezimalzahlen ins Spiel.

Umsetzung: Hier bietet es sich an niveaudifferente Gruppen bewusst herbeizuführen, damit eine Vielzahl der meist bekannten Wege reaktiviert werden kann.

Umgang mit Taschenrechner: Wenn die Schülerinnen und Schüler Taschenrechner nutzen wollen, empfiehlt es sich, mit ihnen zu diskutieren und zu reflektieren und dies hier und in den weiteren Aufgaben zum Kalkültraining zu untersagen, da gerade das händische Umformen trainiert werden soll.

E4 Erwartungshorizont

c) Um wie Till $\frac{3}{8}$ als $3:8$ zu verstehen, kann man zum Beispiel an Pizza teilen denken und erst von Zahlen wie $8:4$ ausgehen.

d) Brüche lassen sich nicht immer in natürliche Zahlen umwandeln.

Mit Erweitern lässt sich nicht jeder Bruch in eine Dezimalzahl umwandeln (z.B. $\frac{1}{3}$), mit Tills Weg aus **c)** geht es aber.

E4 Lernwege

In **a)** und **b)** kann die doppelte Zahlengerade Umwandlungs-ideen unterstützen und bietet qualitative Kontrollmöglichkeiten über erfolgte Umwandlungen.

Tills Weg in **c)** fällt vielen schwächeren Schülerinnen und Schülern zunächst schwer.

Mögliche Hilfen: Pizzateil-Vorstellung aktivieren: Achtel heißt in 8 Stücke teilen. 3 Achtel also 3 Pizzen durch 8 Kinder teilen.

Für das Rechenverfahren wird zudem die Vorstellung „Passen in“ durch die Frage im Buch angeregt, um den Lernenden eine Vorstellung zur Division für die Rechnung anzubieten.

Eine andere nützliche Orientierung bietet der Verweis auf die schriftliche Division von natürlichen Zahlen (1214:4). Alternativ kann Tills angefangene Aufgabe als Impuls an der Tafel zum Hineindenken in die Aufgabe genutzt werden.

E4 Diagnose

- Welche Wege sind noch präsent?
- Gelingen die Verfahren? Werden Vorstellungen aktiviert?
- Wie sicher wird im Stellenwertsystem gedacht?

Konsolidierung erfolgt schrittweise in **02** und **03**.

E4 Differenzierung

e) ist Puffer für schnell arbeitende Lernende. Schwächere Lernende gezielt durch Partnerhilfe oder selbst unterstützen.



Erkunden A

Welche Situationen werden mit welchen Zahlen beschrieben?

Schnellzugriff

E5 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler
- aktivieren ihr Vorwissen zu den Rechenverfahren mit Brüchen und Dezimalzahlen
 - arbeiten ihre Lücken und Fehler mit Hilfe alter Wissensspeicherseiten auf.

E5 Bezug

Rechenwege werden in **O5**, **O6** gesichert, das Kontrollieren in **O9**. Situationen zu den Rechnungen werden in **E6**, **E7** gesammelt. Weiter nach **O5**, **O6** mit **V16-21**.

E5 Vorbereitung/Material

Karten (Drittel oder Viertel DIN A4-Blätter) für die Aufgaben, die formuliert und gelöst werden, alte Wissensspeicherseiten im Online-Bereich: Brüche 6, 10, 12, 13; Dezimalzahlen 3, 4, 5.

E5 Umsetzungsvorschlag (60 min)

Lektüre des Vortextes, Klären der Aufgabenstellung

a)	Aufgaben formulieren und lösen	EA
b)	Fremde Aufgaben lösen und kontrollieren	PA
c)	Systematisches Vervollständigen der Aufgaben durch Tabelle: Hier bleibt evtl. Lücke beim Brüche dividieren	GA
d)	Reflexion und Kontrolle	EA/PA
e)	für Schnelle: Rechenarten für Prozentzahlen erkunden	Diff

Mögliche HA: Aufarbeitungsaufträge: Rechnet nochmal zwei Beispiele wie im alten Wissenspeicher „Brüche 6, 10, 12, 13 oder Dezimalzahlen 3, 4, 5. Oder: **V16** oder **V11**.

Intensivzugriff

E5 Umsetzungshinweise

Hintergrund: Zum Aufbau von Überblickswissen werden alle Rechenarten gleichzeitig in den Blick genommen. Dabei kann eine Lücke bewusst werden: Viele Klassen haben noch keine Brüche dividiert. (→ Etappe D).

Umsetzung: Wie ist sichergestellt, dass bei diesem offenen Vorgehen Fehler identifiziert werden und Lernzuwachs stattfindet? Durch vielfältige gestufte Aufarbeitung mit

- Partnerkontrolle
- Überschlagen (Rechnen mit gerundeten Dezimalzahlen oder vereinfachten Brüchen)
- Taschenrechner (lokal zur Kontrolle nutzbar)
- Abgleich mit Musteraufgaben im Wissenspeicher
- Verfassen von individuellen Erklärungen und Merksätzen auf der Basis kontrollierter Aufgaben (**O5**, **O6**) (Einsammeln der Wissenspeicher)
- Aufarbeitung von typischen Fehlern (in **V16**, **V17**)
- Auseinandersetzung mit eigenen Produkten ist intensiver als mit Lernmaterialien
- Aber auch: als Lehrkraft ermuntern, gewissenhaft zu arbeiten.

Impulsfrage: Was kommt denn heraus, wenn ihr überschlagt? (als Antwort auf die Frage, ob das Ergebnis stimmt)

E5 Erwartungshorizont

Ohne Lösung wegen offener Aufgabenauswahl. Ein geeignetes Set an typischen Aufgaben bieten zum Beispiel **O5** und **O6**.

E5 Diagnose

Erfahrungsgemäß zeigen sich hier einige Fehler und Lücken, für deren Aufarbeitung auch auf die Übe-Kartei und das Zusatztraining zurückgegriffen werden kann. Typische Fehler werden in **V16**, **V17** aufgegriffen.

E5 Differenzierung

Die eigene Aufgabenauswahl ist selbstdifferenzierend, d.h. im Idealfall formulieren die Lernenden niveaugerechte Aufgaben. Können Lernende eine selbstgestellte Aufgabe nicht ausrechnen, kann zunächst auch das Niveau gesenkt werden: „dann rechne doch erst mal 1/2 Pizza und eine halbe Pizza ist...“, „die Hälfte von einer Hälfte ist?“, weil der Rückgriff auf einfache Aufgaben eine wichtige Stützstrategie bildet. In **O5**, **O6** werden dann Aufgaben mit Standardniveau vorgegeben.

e) zur Differenzierung nach oben nutzen.

E5 Lernwege

Fehler bei den Dezimalzahlen beruhen auf mangelndem Verständnis des Stellenwertsystems (Stellengerechtes Schreiben und Übertragen bei der Addition, bei der Multiplikation), bzw. auf fehlender Sicherheit in der Anwendung schriftlicher Rechenverfahren. Sie werden in **O5** gezielt angesprochen.

In der Bruchrechnung werden die Regeln vertauscht oder das Kalkül zur Addition ist nicht mehr präsent. Es irritiert, dass die Multiplikation mit einem Bruch (<1) nicht vergrößert. (wird in Etappe D mit der Vorstellung des Skalierens aufgegriffen.)

Während überschlagsmäßiges Rechnen für Dezimalzahlen in der Regel gut gelingt, muss das Schätzen von Brüchen weiter geübt und auch gesichert werden (in **O9**). Es reichen grobe Schätzungen wie >1 , $<1/2$.



Erkunden C

Wie kann ich mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen?

Schnellzugriff

E6/E7 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- aktivieren ihre Vorstellungen zu den Operationen Addition/ Subtraktion (E6) und Multiplikation/ Division (E7), indem sie Situationen und Bilder sammeln
- gleichen Vorstellungen untereinander ab und grenzen sie gegen typische Fehlvorstellungen ab
- erkennen Lücken im Vorwissen.

E6 Umsetzungsvorschlag (30-40min)

Anmoderation für a) ohne Buch, Beispiel UG vormachen

a)	Eigene Situationen und Bilder sammeln	EA
b)	Kontrolle und Überarbeitung in der Tischgruppe (Redaktion)	GA
c)	Reflexion evtl. durch kurzen Input stützen	PA/UG

Mögliche HA: O7a)

E6/E7 Vorbereitung/ Material

Karten (Viertel oder Drittel DIN A4), Magnete für Tafel

E6/E7 Bezug

Nach O6.

E6: weiter mit O7, E7: weiter mit O8.

E7 Umsetzungsvorschlag (40-45min)

a)	Eigene Situationen und Bilder zu Rechnungen entwickeln	EA
bc)	Kontrolle und Überarbeitung in der Tischgruppe (Redaktion), Reflexion	GA
abc)	gemeinsam Lücken benennen: Liste der Fragen an Tafel sammeln	UG

Mögliche HA: O8 ab)

Intensivzugriff

E6 Umsetzungshinweise

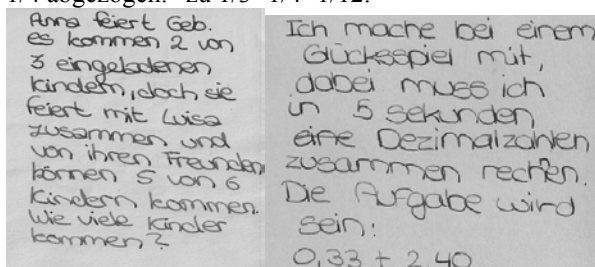
Vorher klären, was mit Situationen und Bildern gemeint ist. Schauen, dass beide Darstellungen produziert werden.

E6 Erwartungshorizont

Siehe O7: Addition als Hinzufügen und Zusammenfügen, Subtraktion als Wegnehmen und als Abstand.

E6 Lernwege

Oft werden viele Situationen und nur ganz wenige Bilder gesucht. Bei den Bildern werden graphische (Rechtecke, ...) und symbolische Elemente (Rechenzeichen) vermischt. Die Vorstellungen an sich sind meist recht geläufig, doch werden Bezugsgrößen falsch gewählt: „Von 1/3 Pizza wird 1/4 abgezogen.“ zu $1/3 - 1/4 = 1/12$.



Bezugsgröße

Unsinnige Addition

Keine Situation zur Rechnung

E6/E7 Differenzierung

Wer in a) schnell fertig ist, kann weitere Situationen suchen:
Wie kann ich es mir ganz anders vorstellen?

E7 Umsetzungshinweis

Die Vorstellungen zur Multiplikation und Division bereiten erfahrungsgemäß deutlich mehr Schwierigkeiten als zur Addition/ Subtraktion. Daher wird in O8 eine Wiedererarbeitungsaufgabe angeboten, hier in E7 steht die Bestandsaufnahme zu den Lücken im Vordergrund, nicht sie zu stopfen. Lücke bei Division mit Brüchen als legitim herausstellen: Das haben wir noch nicht gemacht, das kommt noch.

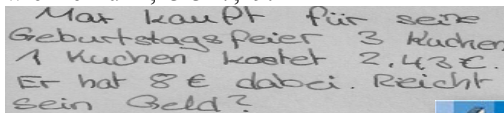
E7 Erwartungshorizont

Multiplizieren als Flächeninhalt, Skalieren, Anteil vom Anteil (wird in O8 aufgearbeitet)
Dividieren als Umkehrung des Multiplizierens (vor allem des Skalierens und als Passen in. (→ Etappe D)

E7 Lernwege

Oft wird Multiplikation mit Vergrößern (auch Dazutun) und Division mit Verkleinern (auch Wegnehmen) assoziiert. Daran wird in Etappe D gearbeitet.

In vielen Situationen passt die Frage nicht zur Operation, wie hier für $2,43 \cdot 3 = 7,29$:



Bei größeren Schwierigkeiten direkt zu O8 übergehen, weil dort die Arbeit mit dem alten Wissensspeicher mehr Orientierung bietet.

E6/7 Diagnose

Ist überhaupt klar, welche Situationen als Vorstellungen taugen? (Siehe Scans, Passung der Operation, Struktur, ..)



Erkunden D Wie hängen Multiplizieren und Dividieren bei Brüchen zusammen?

Schnellzugriff

E8 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- erkunden die Skalierungsvorstellung der Multiplikation und der Division
- erleben die Division als Umkehrung der Multiplikation
- zerlegen Operationen in Teilschritte.

E8 Bezug

Nach **O8** oder **O9**, weiter mit **E9**

Alternativ: statt **E8/9** und **O10/11** wird **V27** bearbeitet.

E8 Vorbereitung/Material

Computer, ideal pro 2 Lernenden, Zugriff und Funktion des Applets Copystar (im Onlinebereich) auf dem Rechner sicherstellen (Java installiert?).

E8 Umsetzungsvorschlag (35min)

	Anmoderation ohne Buch, zeigen des Applets	UG
abc)	Lernende erkunden Applet, sortieren Operationen nach Skalierungsaspekt, zerlegen in zwei Schritte	PA
	Ganz kurze Sicherung von b) und c)	UG

Mögliche HA: **V27**

E9 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- konkretisieren die Division als Umkehrung der Multiplikation
- zerlegen Operationen in Teilschritte
- suchen alternative Skalierungswege und Rückwege dazu

E9 Bezug

Nach **E8**, weiter mit **O10** und **V27**, **V28**

E9 Vorbereitung/Material

siehe **E8**

E9 Umsetzungsvorschlag (25 min)

	Kurze Anmoderation des Gruppenwettkampfs, Gruppenbildung	UG
ab)	Kurze Vorbereitung in Gruppen; verschiedene Rückwege der Multiplikation suchen und darstellen 1. Runde; 2. Runde	GA

Intensivzugriff

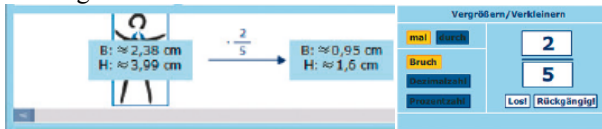
E8 Umsetzungshinweise

Es empfiehlt sich eine Vergrößerung mit dem Applet Copystar über Beamer zu zeigen oder durch eine kurze Fragerunde nach erstem Probieren die erfolgreiche Nutzung des Applets sicherzustellen.

Hinweise zum Applet: Extreme Skalierungen sind nicht darstellbar. Die Figur muss erst mit der Maus in das Fenster gezogen werden, damit sie vergrößert werden kann. Natürliche Zahlen kann man am einfachsten als Dezimalzahlen eingeben.

E8 Erwartungshorizont

Hier gewinnen die Schülerinnen und Schüler vor allem qualitative - in der Tabelle systematisierte - Vorstellungen zu den Operationen, die durch das Zerlegen weiter analysiert und begründet werden.



E8 Diagnose

Kann Tills Zerlegungsansatz genutzt werden?

Welche Wege sind den Schülerinnen und Schülern besonders plausibel? Können Sie auch plausibel begründet werden? (Verbindliche Klärung erfolgt in **O10**)

E9 Umsetzungshinweise

Den Gruppenwettkampf gründlich - am besten mit Preis für die Gewinnergruppe - inszenieren, damit die Lernenden die Suche nach den Hin- und Rückwegen intensiv verfolgen. Regeln für den Wettkampf gemeinsam klären. Auf gleichgroße Gruppen und Verschriftlichung der Lösungen achten. Impulsfragen zu **c)**: Bei welchen Wegen war nicht klar, ob sie richtig sind? Welche sind falsch? Warum?

E9 Erwartungshorizont

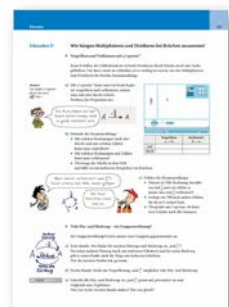
Alle möglichen Rückwege siehe **O10**: Division, Multiplikation mit Kehrbuch, Zerlegen, Multiplikation oder Division mit erweiterten Brüchen, Zerlegung in Multiplikation und Division ganzer Zahlen.

E9 Lernwege

Meist werden alle möglichen Rückwege genutzt, wenn auch von verschiedenen Gruppen.

E9 Differenzierung

Als Handicap für ganz starke Gruppen könnte die zweite Aufgabe modifiziert werden, indem Hin- und Rückwege zu „durch $\frac{3}{8}$ “ oder zu „mal $1 \frac{1}{6}$ “ gesucht werden.



Ordnen A

Welche Situationen werden mit welchen Zahlen beschrieben?

Schnellzugriff

O1 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler
- sichern Namen von Zahlenschreibweisen
 - ordnen passende Situationen und Zwecke zu.

O1 Bezug

Sichert **E1** und **E2**. Weiter mit **E3**.

O1 Vorbereitung/Material

Folie mit leerem Wissensspeicher „Rationale Zahlen 1“ erstellen

Alte ausgefüllte Wissenspeicherseiten finden Sie im Onlinebereich:

Brüche 3, 4, 11; Dezimalzahlen 1, 2; negative Zahlen 3
Diese können ggf. in reduzierter Auflage ausgedruckt werden.

O1 Umsetzungsvorschlag (50 min)

	Kurze gemeinsame Lektüre und Klären der Aufgabenstellung	UG
ab)	Individuelle Zuordnungen von Situationen und Zahlenschreibweisen vornehmen, Zwecke sichern	EA
ab)	Vergleich und Diskussion in Gruppen, schnellste Gruppe überträgt auf Folie	GA
c)	Präsentation und Diskussion eines Gruppenergebnisses	UG
de)	Sammeln der Seitenzahlen der passenden alten Wissenspeicherseiten. Eine Gruppe notiert Seitenzahlen auf Folie.	GA
f)	Analyse der eigenen Situationen aus E1 mit Hilfe der Zwecke in Überschriften	HA

Mögliche HA: **O1f)** oder **V1**

Intensivzugriff

O1 Umsetzungshinweise

Für intensiven Austausch über die in **a)** und **b)** vorgenommenen Zuordnungen sorgen, damit Reflexionstiefe entsteht.

- Welche Karten werden von den Schülerinnen und Schülern falsch zugeordnet? Gelingt es die Fehler in den Gruppen zu klären?
- Werden die Überschriften verstanden?

Die nochmalige Analyse der eigenen Situationen aus **E1** hilft zum Vertiefen der Reflexion, kann aber aus Zeitgründen auch entfallen.

Das Ordnen der alten Wissenspeicherseiten in **d)** ist eine gute Stelle, um nochmal 10 min lang den Sinn des Wissensspeichers als langfristiges Lexikon zu klären und Strategien zu besprechen, ihn langfristig aufzubewahren.

O1 Erwartungshorizont

Im Wissenspeicher entsteht eine Zuordnung von Schreibweisen, Zwecken, Beispielen und einem Verweis auf frühere Wissenspeicherseiten.

- Anzahlen oder Reihenfolgezahlen beschreiben (natürliche Zahlen),
- Angeben von Werten unter Vergleichsmarke (negative Zahlen),
- immer genauer messen (Dezimalzahlen),
- Anteile beschreiben oder etwas verteilen (Brüche und Prozente),
- Häufigkeiten relativ zur Gesamtzahl angeben (Brüche und Prozente).

O1 Lernwege

Viele Lernende subsumieren verschiedene Zwecke von Brüchen unter „Anteile beschreiben“. Je nach Niveau der Lerngruppen drängt man hier auf Ausdifferenzierung oder nicht.

O1 Diagnose

Beim Hundertmeterlauf wurde eine Möglichkeit zur Diagnose eines typischen Fehlers beim Vergleichen von Dezimalzahlen eingebaut: Wer hält 11,64 für mehr als 11,9, weil er die Stellenwerte nicht richtig deutet? Ggf. an einer Stellentafel oder an der Zahlengeraden klären und mit der Übe-Kartei ‚Brüche verstehen‘, ‚Brüche vergleichen und addieren‘ und ‚Dezimalzahlen verstehen und addieren‘ oder einer Aufgabenwerkstatt üben.

O1 Differenzierung

Die schnellste Gruppe überträgt ihre Ergebnisse auf Folie und setzt sich dann bei den anderen mit dazu.



Ordnen A

Welche Situationen werden mit welchen Zahlen beschrieben?

Schnellzugriff

O2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- vollziehen systematisch unter Anleitung einfache Umwandlungswege
- gleichen ihre individuellen Merkgeregeln mit fachlich tragfähigen ab
- kontrollieren ihre Rechnungen an der Zahlengerade.

O2 Bezug

Führt **E4** fort. Weiter mit **O3**. Üben **V4** bis **V6**.

O2 Vorbereitung/Material

Folie mit Wissenspeicher „Rationale Zahlen 2“

O2 Umsetzungsvorschlag (35 min)

Lektüre Vortext, Struktur der Diagramme UG klären (Was heißt Bruch/ Prozent?)

a) Bearbeitung der Umwandlungswege und Kontrolle mit Zahlenstrahl EA

bc) Erläutern der Erklärungen, Schnellarbeiter übertragen auf Folie PA

Folienpräsentation, Sammeln weiterer Erklärungen, Übernahme in WS UG

Mögliche HA: Weitere Aufgabe aus **V4** bis **V6**

Intensivzugriff

O2 Umsetzungshinweise

Die Schaubilder auf dem Rand erläutern zwischen welchen Schreibweisen gewechselt werden soll: zu Anfang kurz deren Verständnis sicherstellen.

Hinter den Umwandlungen der Brüche und Prozente steht entweder das Erweitern und Kürzen oder die Vorstellung vom Bruch als Division (zum Beispiel in Verteilungssituationen, kommt erst explizit in **O3**).

Hinter den Umwandlungen von und zu Dezimalzahlen steht das Stellenwertsystem, zur unterstützenden Visualisierung kann eine Stellentafel an die Tafel gezeichnet werden.

10	1	1/10	1/100	1/100
10	1	0.1	0.01	0.001

↑
%

Impulse:

- Versucht die Erklärungen der vier Freunde zu nutzen.
- Achtet darauf, dass die Umwandlungen an der Zahlengerade kontrolliert werden.
- Was bedeutet %, was bedeutet die erste Nachkommastelle? (→ Stellenwerttafel)

O2 Erwartungshorizont

Ein Beispiel findet sich im ausgefüllten Wissenspeicher.

O2 Lernwege

Typische Fehler:

- „1,4 = 1/4“ Hier zeigt sich deutlich, wer Probleme mit dem Dezimalverständnis hat. Hier muss an der Zahlengerade gearbeitet werden.
- Prozente können nicht umgewandelt werden, wenn nicht klar ist, dass 45% von 1 gemeint ist.
- 10,6 % = 10,6/100 (nochmal erweitern!)
- Schwierigkeiten bereitet auch $1 = 3/3$
- Bei manchen Schülern zeigt sich eine mangelnde inhaltliche Aktivierung einer Bruchvorstellung und kein Abgleich an der Zahlengerade. Siehe hier ein Beispiel aus der Erprobung.

$$3 = \frac{3}{1} \quad 17 = \frac{17}{17} \quad 8 = \frac{8}{8}$$

Dann sollte die Zahlengerade gemeinsam in der Kleingruppe aller Betroffenen gezeichnet werden.

O2 Differenzierung

Schnellarbeiter können **E4e** bearbeiten, wenn noch nicht geschehen, oder Schwächere wenn nötig unterstützen. (Methodische Hinweise für Helfer: Unter Impulsfragen)



Ordnen B

Wie hängen Brüche, Dezimalzahlen und Prozente zusammen?

Schnellzugriff

O3 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- sichern schwierigere Umwandlungswege (Erweitern und Bruch als Division)
- vergleichen Wege und beurteilen sie auf Ökonomie und Passung.

O3 Bezug

Nach O2. Weiter mit O4. Üben mit V9-11.

O3 Vorbereitung/Material

Folie mit Wissenspeicher „Rationale Zahlen 3“

O3 Umsetzungsvorschlag (40 min)

Anmoderation: „Erst die Wege verstehen, UG dann Pia und Tills Weg vergleichen.“

a)	Wege verstehen, anwenden, vergleichen (Ich-Du-Wir)	EA, PA, UG
c)	Weg auf Prozentzahlen übertragen	EA
d)	Vergleichen und in WS übertragen	PA-UG

Mögliche HA: V9ab)

O4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- lernen die Namen der Zahlbereiche und geben Beispiele
- verstehen die Teilmengenbeziehungen der Zahlbereiche.

O4 Bezug

Nach O3. Weiter mit E5. Üben mit V13-15.

O4 Vorbereitung/Material

Bild aus Buch größer auf Folie

O4 Umsetzungsvorschlag (30 min)

Bild auf großer Folie: Sätze vorlesen, Fachwörter klären, Mengen zeigen und Beispiele zuordnen und begründen lassen UG

a)	Bild übertragen, ergänzen und mit weiteren Beispielen füllen	EA
b)	Aussage diskutieren, eigene Beispiele prüfen und weitere Aussagen formulieren Beispiellösung auf Folie übertragen	PA
c)	Vergleichen und Übertragen in WS	UG

Mögliche HA: Sortiere die folgenden Zahlen in das Schaubild ein: 1,6; $\frac{3}{7}$; -3; -20%; 6; -0,9 und V15 als Variante: „Bildet Sätze wie „Jede natürliche Zahl ist eine ganze Zahl.“ und überprüfe an Beispielen am Bild.“

Intensivzugriff

O3 Umsetzungshinweise

Wenn die zwei Verfahren bislang wenig angewandt wurden, sollten in a) in Kleingruppen die beiden Metaaufgaben analysiert und dann analoge Aufgaben bearbeitet werden.

Impulsfragen:

- Warum erweitert Pia auf 100?
- Warum multipliziert man beim Erweitern? (Inhaltliche Vorstellung reaktivieren: Doppelt so viele Würfel, doppelt so viele Treffer. Doppelt so viele Pizzen, doppelt so viele Kinder, dann bekommt man genau so viel wie vorher. Doppelt so viele, halb so große Teile ist gleich.)
- Warum steht bei Till im Ergebnis erstmal eine „0“? Wieso teilt er dann als nächstes 30? (Auf Stellentafel aus O2 verweisen, wenn nötig Rechnung an Tafel notieren.)

O3 Erwartungshorizont

Ein Beispiel findet sich im ausgefüllten Wissenspeicher. Auszug:

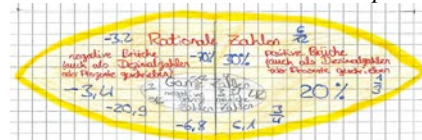
a) Pia: Sie erweitert den Bruch auf 100. Dann kann sie ganz einfach eine Dezimalzahl daraus machen.
Till: Er rechnet Zähler durch Nenner.
• Bei Pia kann man es am besten verstehen, wenn man vorher auf 100 kommt.

O4 Umsetzungshinweise

Anspruchsvollere, alternative Umsetzung: Man kann auch ohne Buch mit der Bildung von Sätzen wie dem von Ole anfangen, diese an Beispielen überprüfen und auf der Basis der formulierten Aussagen ein Mengendiagramm erstellen. Dabei werden Form und Lage der Ellipsen vorgegeben.

O4 Erwartungshorizont

Ein Beispiel für eine ausgefüllte Wissenspeicherseite befindet sich im Onlinebereich. *Beispiel aus der Erprobung:*

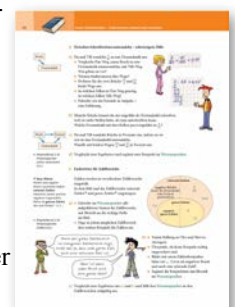


O4 Lernwege

Die sprachlich komplexen Wenn-Dann-Aussagen bereiten oft Probleme. Immer wieder (wie Ole) Aussagen auf das Bild und auf konkrete Zahlen beziehen lassen.

O4 Differenzierung

Schwächere Lernende könnten auf O4 verzichten und ersatzweise mit V11 oder dem Zusatztraining weiter arbeiten.



Ordnen C

Wie kann man mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen?

Schnellzugriff

05/06 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- sichern und reflektieren ihr Verständnis der Rechenverfahren zu Brüchen und Dezimalzahlen.

05/06 Bezug

05 sichert **E5** Dezimalzahlen. Üben mit **V16**, **V18** - **V20**, dem Zusatztraining und einer Aufgabenwerkstatt.
06 sichert **E5** Brüche. Üben mit **V17**, **V20**, Übe-Kartei oder von Lernenden erstellter **Aufgabenwerkstatt**

05/06 Vorbereitung/Material

05: Folie mit Wissensspeicher „Rationale Zahlen 4“, weiter in **07/08**

06: Folie mit Wissensspeicher „Rationale Zahlen 5“, weiter in **07/08/012**

05/06 Umsetzungsvorschlag (je analog, 25 - 30 min)

a)	Aufgaben rechnen	EA
ab)	Rechenwege vergleichen, erklären und Erklärungen festhalten	PA
b)	Präsentation der Rechenwege und Erklärungen, Übernahme in WS	UG

Mögliche HA: **V16** (Dezimalzahlen), **V17** (Brüche)

07 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- ordnen Situationen den Additionen/Subtraktionen zu
- stellen sich Situationen gründlich vor und aktivieren geeignete Grundvorstellungen zur Mathematisierung

07 Bezug

Sichert **E6**. Vermischtes Üben mit **V22-V26** (Achtung, auch Multiplikation und Division!), Übe-Kartei oder von Lernenden erstellter **Aufgabenwerkstatt**

07 Vorbereitung/Material

Folie mit Wissensspeicher „Rationale Zahlen 4“ und „Rationale Zahlen 5“

07 Umsetzungsvorschlag (25 min)

a)	Situationen zuordnen und Begründungen suchen	ICH (EA)
a)	Austausch der Begründungen	DU(PA)
b)	Sammeln der zentralen Begründungen und Übernahme der Zuordnung in WS	WIR (UG)

Mögliche HA: **V22** zum Üben mit allen Operationen.

Intensivzugriff

05/06 Umsetzungshinweise

In **06** sind für die Rechnungen mit Brüchen bereits Bilder verlangt, dies bereiten **E7** und **E8** gut vor. Die Bilder sind im Wissensspeicher bereits helfend angedeutet, darauf kann für die Schwächeren hingewiesen werden. Die Bilder werden für Brüche bereits hier verlangt, weil sie die Rechenwege erklären helfen: mündlich erklären lassen.

Alternative: Wenn in Klasse 6 schon Brüche dividiert wurden, wird in **06** eine Aufgabe zur Division ergänzt und mit im Wissensspeicher festgehalten. Dann wird **010**, **011** übersprungen und nach **E7** direkt **012** bearbeitet. Passende Übungsaufgaben zur Division von Brüchen (**V30f**) sollten aber genutzt werden.

05/06 Erwartungshorizont

Ein Beispiel für eine ausgefüllte Wissensspeicherseite befindet sich im Onlinebereich.

05 $2,5+3,685=6,185$ $2,5-3,685=1,185$
 $2,34 \cdot 3,5=8,19$ $12,48:0,12=104$

06 $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\frac{11}{12}$ $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$ $\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3}=\frac{18}{30}$

Übe-Kartei zu **05-07**:

- Dezimalzahlen verstehen und addieren
- Dezimalzahlen multiplizieren und dividieren
- Brüche vergleichen und addieren
- Brüche multiplizieren

07 Umsetzungshinweise

Brüche und Dezimalzahlen werden hier gemeinsam thematisiert, weil sie dieselben Vorstellungen erfordern.

Impulsfragen zum Untersuchen einer Situation:

- Stellt euch die Situation genau vor.
- Malt ein Bild zur Situation, das euch hilft.

07 Erwartungshorizont

$2,5+3,685$ Situation 1; $3,685-2,5$ Situation 3; in Situation 2 stören die verschiedenen Einheiten; $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$ Situation 4; $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$ Situation 6; in Situation 5 ist kein gemeinsames Ganzes (Bezugsgröße) vorhanden. Passende Situationen werden im Wissensspeicher eingeklebt.

07 Lernwege

Mögliche Schwierigkeiten:

1. Zu oberflächliches Lesen und reine Orientierung an Schlüsselwörtern: Beim Verstehen von Aufgaben sind reine Signalwörter (wie „von“, „zusammen“, ...) ein unzureichendes Hilfsmittel, da sie das Vorstellen der Situation zu ersetzen drohen. Am Beispiel von Situation 3 kann man dies thematisieren. Obwohl dort „insgesamt“ steht, geht es nicht um eine Summe, sondern um den Abstand.
2. Nicht-Beachtung der fehlenden gemeinsamen Bezugsgröße bei Brüchen. Dazu bietet Situation 5 die passende Aufgabe.



Ordnen C

Wie kann man mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen?

Schnellzugriff

O8 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- sichern und ergänzen ihr reaktiviertes Wissen über Situationen zur Multiplikation von Brüchen und Dezimalzahlen.

O8 Bezug

Sichert **E7**, die Vorstellungen zur Division werden in **O12** systematisch gesichert, wenn durch Brüche dividiert werden kann. Geübt wird in **V22-V26**

O8 Vorbereitung/Material

Folie mit Wissenspeicher „Rationale Zahlen 4“ und „Rationale Zahlen 5“

O8 Umsetzungsvorschlag (45 min)

	Anmoderation	UG
a)	Gegenseitiges Prüfen/ Erklären der Situationen	PA
a)	Nochmal erklären, Fragen notieren	GA(4er)
b)	Analoges Bild für Dezimalzahlen schaffen und prüfen	PA
b)	Nochmal erklären (Übertrag auf Folie)	GA
b)	Schülervortrag; Vergleich der Ergebnisse	UG

Mögliche HA: **V22** oder **V23**

Intensivzugriff

O8 Umsetzungshinweise

Im Unterschied zur Addition und Subtraktion gibt es bei der Multiplikation eine größere Vielzahl wichtiger inhaltlicher Vorstellungen, die verfügbar sein müssen:

- Multiplizieren als Flächeninhalt (für Brüche und Dezimalzahlen)
- Skalieren (für Brüche und Dezimalzahlen, s. Etappe D)
- Anteil nehmen von ganzer Zahl oder vom Anteil (für Brüche und Prozente: 75% von 22),

Während viele Lernende nur ans wiederholte Addieren denken (das nur für einen ganzzahligen Faktor passt), geraten die anderen, für realistische Anwendungen wichtigen Interpretationen leicht in Vergessenheit.

Die Aufgabe ist komplex und droht, relativ oberflächlich bearbeitet zu werden (richtig/ falsch), daher muss durch die Methode ein tieferes Durchdenken gewährleistet werden. Dies wird auch durch die Aufforderung zur Übertragung auf Dezimalzahlen in **b)** initiiert.

Alternative: Nach der Partnerphase kann man auch direkt ins Plenum gehen und erst danach in Kleingruppen nochmals erklären lassen.

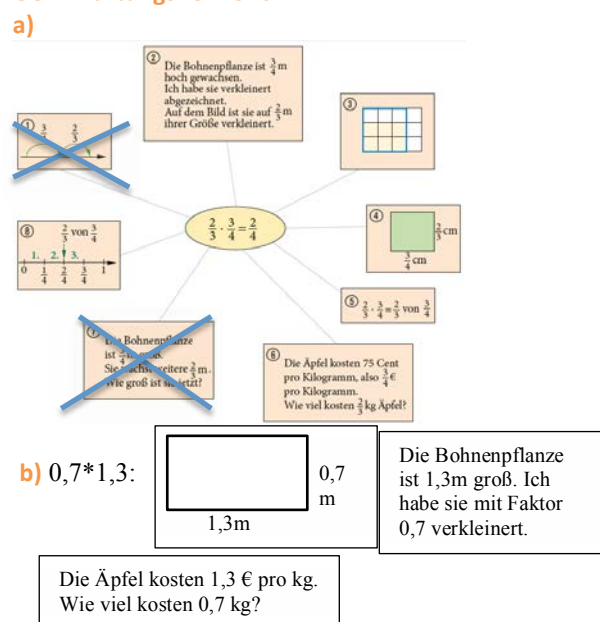
Neben diesen Beispielbildern und -situationen können auch ausgewählte Schülerprodukte hier integriert werden, um stärker mit den Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler zu vernetzen. Dazu dienen Beispiele auf Folie oder auf großen Karten an der Tafel.

Diese können komplementär sein, um Fehlkonzepte aufzuarbeiten oder ganz ähnlich, um beispielhaft die Exemplarität der abgedruckten Bilder und Situationen und ihren Bezug zu den eigenen Situationen klar zu machen.

O8 Differenzierung

Zur Verringerung der Komplexität können die Situationen und Bilder auch einzeln eingebracht und besprochen werden. Leistungsstarke Lernende können zusätzlich überlegen, wie die einzelnen Situationen eigentlich zusammenhängen: Wieso passt das eigentlich alles zur Multiplikation, wie ist die Verbindung der verschiedenen Situationen?

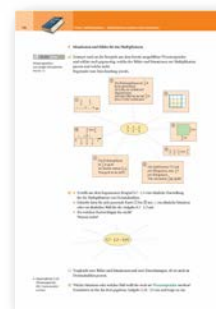
O8 Erwartungshorizont



Die von-Vorstellung (im Beispiel 3, 5, 8) der Multiplikation macht wenig Sinn, da wir mit Dezimalzahlen meist keine Anteile beschreiben. Im WS ist leider zu wenig Platz, daher Mindmap auf die Rückseite setzen.

O8 Diagnose

Welche der Vorstellungen fällt besonders schwer? Dazu gezielt die Übe-Kartei „Dezimalzahlen multiplizieren“ und „Brüche multiplizieren“ heranziehen.



Ordnen D Wie hängen Multiplizieren und Dividieren bei Brüchen zusammen?

Schnellzugriff

O9 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- sichern eigene und vorgegebene Kontrollstrategien für Rechnungen und wenden sie an.

O9 Bezug

Die Kontrollstrategien werden in folgenden Aufgaben erkundet bzw. angewendet: **E8**, **V16**, **O10** und anderen. Die hier erfolgte Bündelung der Kontrollstrategien kann hier oder später am Ende von Etappe D erfolgen.

O9 Vorbereitung/Material

Folie mit Methodenspeicher „Problemlösen 3“

O9 Umsetzungsvorschlag (35min)

abcd) Verwendung eigener und vorgegebener Kontrollstrategien, Erstellen des Wissensspeichereintrags EA/PA

d) Ergebnissicherung, Reflexion UG

Mögliche HA: Jede Aufgabe, in der gerechnet wird und bei der es insofern Sinn macht, hinterher zu kontrollieren, insbesondere **V16-V18**, **V25**, **V44-46**.

Intensivzugriff

O9 Umsetzungshinweise

Zum Kontrollieren und Validieren von Lösungen müssen Schülerinnen und Schüler immer wieder motiviert werden. Daher wird diesem Anliegen hier eine eigene Aufgabe gewidmet.

Die Aufgabe sollte dann eingesetzt werden, wenn das Bedürfnis der systematischen Thematisierung der Kontrollstrategien groß ist. Das kann ggf. auch erst am Ende des Kapitels sein, dann können Divisionsaufgaben mit Brüchen ergänzt werden.

Im Wissenspeicher ist Platz, eine eigene Strategie zu ergänzen. Das ist sinnvoll, auch wenn es nur geringfügige Abwandlungen der hier geordneten Wege sind, da die individuelle Identifikation vieler Wege die Chance erhöht, dass Kontrollwege angewendet werden. Dazu sollten die Lernenden bei allen Übungsaufgaben in diesem Kapitel und darüber hinaus ermuntert werden.

O9 Erwartungshorizont

Ein Beispiel für eine ausgefüllte Wissenspeicherseite befindet sich im Onlinebereich.

- a)** Rechnung 3 ist richtig, alle anderen falsch.
- b)** (A) Ole; (B) Till; (C) Merve; (D) Ole
- c)** Tills und Oles Wege sind theoretisch immer anwendbar, doch decken sie nicht immer Fehler auf. Merves Weg (Situation vorstellen) liegt bei manchen nicht so nahe, geht aber auch. Insofern ist letztlich eher die Passung der Strategie zum jeweiligen Lernenden ausschlaggebend dafür, welche Strategie genutzt wird und nicht die Aufgabe. Es macht Sinn, die in **a)** entwickelten weiteren Kontrollstrategien der Lernenden zu ergänzen.

O9 Lernwege

Das Kontrollieren wird von Lernenden selten freiwillig durchgeführt, man muss sie immer wieder dazu anleiten. Nötig sind dafür Schätzstrategien für Brüche, die ggf. mithilfe der Übe-Kartei „Brüche vergleichen und addieren“ wiederholt werden können.

Tills Strategie nützt zunächst mehr für die Addition und Subtraktion, nach Untersuchung der Skalierungswirkungen von Multiplikation und Division aber auch für diese Rechenarten. Nutzen die Lernenden hier die Regel „Multiplikation vergrößert immer“, ist dies ein guter Anlass, **E8** zu bearbeiten.

O9 Differenzierung

Starke Schülerinnen und Schüler sammeln weitere Aufgaben, auf die man gut die Kontrollstrategien anwenden kann.



Ordnen D Wie hängen Multiplizieren und Dividieren bei Brüchen zusammen?

Schnellzugriff

O10 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- erarbeiten eine inhaltlich-anschauliche Grundlage für die Kehrbruchregel bei der Division von Brüchen
- verstehen die Gleichwertigkeit verschiedener Operationen
- nutzen das qualitative Beurteilen von Skalierungen, das Zerlegen von Operationen und das Denken in Hin- und Rückwegen zur Begründung der Gleichwertigkeit von Operationen.

O10 Bezug

Sichern der Zusammenhänge aus **E8** und **E9**. Erkenntnisse werden in **O11** zur Kehrbruchregel ausgebaut

O10 Vorbereitung/Material

Ein Lernender erledigt **ab**) als Hausaufgabe auf Folie, Folie mit Pfeilbildern und Wissenspeicher „Dividieren durch Brüche“ (Rationale Zahlen 6)

O10 Umsetzungsvorschlag (35 min plus HA)

ab)	Hin- und Rückwege prüfen, Rückwege untereinander notieren. Gleichwertigkeit der Wege begründen, ein Schüler auf Folie	HA
ab)	gemeinsamer Vergleich der HA anhand der Folie	GA/UG
c)	Hin- und Rückwege für Beispiel finden	EA
d)	Gleichwertigkeit der Wege gemeinsam erklären als Strategiekonferenz	GA
e)	Sätze Bildern zuordnen	EA/PA
f)	Kurze Besprechung (oder e) vor d))	UG

Mögliche HA: **V28**

Intensivzugriff

O10 Umsetzungshinweise

In allen Teilen kann man die Aussagen inhaltlich untermauern, indem man sich am konkreten Beispiel fragt, ob vergrößert oder verkleinert wird.

Umsetzung: Verschiedene Begründungen und Begründungsniveaus sind möglich (s. Lernwege). Hier ist es wichtig, dass die jeweils andere Denkweise verstanden wird, zum Beispiel mit einer Erklärrunde in Strategiekonferenzen, in denen die verschiedenen Erklärungsansätze nochmals ausgetauscht werden.

Um gründliche Begründungen zu erhalten, kann einer Person in jeder Gruppe die Rolle eines „Überwachers“ übergeben werden. Sie fragt nach, wenn nicht begründet, sondern nur die Gleichheit behauptet wurde. Sie kann hinterher im Plenum berichten, welche Begründungen noch schwierig waren.

O10 Erwartungshorizont

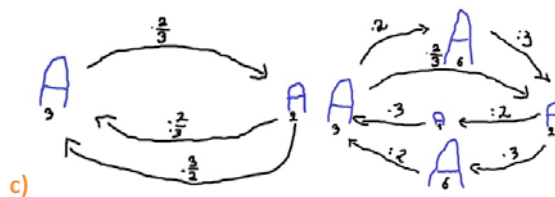
Ein Beispiel findet sich in der ausgefüllten Wissenspeicherseite.

a) Alle Wege sind richtig. Der Prüfauftrag dient der intensiven Aneignung der Wege.

b) (Erklärung über Zerlegungen, Weg 1 von oben:) Der erste Rückweg ist die Zerlegung des zweiten Rückweges. In Weg 3 ist nur die Reihenfolge der Operationen vertauscht. Der vierte Weg ist schwer mit Weg drei zu verknüpfen. „:3“ - also die 3 im Zähler - verkleinert. Das was vergrößert, muss in den Nenner, da der Nenner die gegen-teilige Skalierung bewirkt.

Gut verdeutlichen kann man sich das am Beispiel:

„:3/3“ ändert die Größe nicht, da man durch 1 teilt. Die „3“ im Zähler verkleinert :3. Die 3 im Nenner wirkt in der Gegenrichtung und vergrößert, also ·3.



c)

d) Satz 1 passt zu Bild 2.

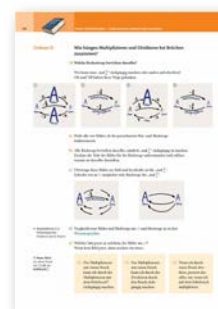
Satz 2 passt zu Bild 4.

Satz 3 passt zu keinem der Bilder. Es passt z.B. das erste Bild oben unter **c**).

O10 Lernwege

In **b)** begründen Lernende auf ganz verschiedenen Ebenen:

1. Es werden nur die Rückwege untereinander verglichen und die Gleichheit über das Zerlegen begründet. Dieser Weg ist der anspruchsvollste und der strengste.
2. Der Hinweg wird für die Argumentation genutzt, so dass sich auch „durch 2/3“ und „mal 3/2“ direkter ohne Zerlegungen verbinden lässt.
3. Es wird anschaulich damit argumentiert, ob gleichermaßen vergrößert oder verkleinert wird. Schülerinnen und Schüler fokussieren meist auf den zweiten oder dritten Weg.
4. Es wird nur durch Erfahrung im Applet begründet, dieser Weg ist nicht ausreichend, weil er rein „empirisch“ ist.



Ordnen D Wie hängen Multiplizieren und Dividieren bei Brüchen zusammen?

Schnellzugriff

O11 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln die Kehrbruchregel zur Division von Brüchen
- überprüfen ihre Rechnungen vorstellungsbezogen.

O11 Vorbereitung/Material

Wissensspeicher auf Folie: „Rationale Zahlen 6“

O11 Bezug

Überführt die in **O10** gesicherten Einsichten in eine explizite Rechenregel. Üben mit **V30-32**

O11 Umsetzungsvorschlag (30 min)

ab)	Rechenansatz aufstellen, Rechnen und kontrollieren, Partnerkontrolle, weitere Aufgaben in b)	EA/PA
c)	Regelformulierung, Vergleich in Tischgruppe, Formulierungen auf Folie	PA/GA
c)	Vergleich und Reflexion im Plenum	UG

Mögliche HA: **V30**

O12 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- sichern Bilder und Situationen zur Division durch Brüche und Dezimalzahlen
- reflektieren die Fortsetzbarkeit der bei den natürlichen Zahlen erworbenen Vorstellungen

O12 Vorbereitung/Material

Wissensspeicher als Folienvorlage: Rationale Zahlen 6

O12 Bezug

Vorher **V33-V35** zur Entwicklung der „Passen in“ Vorstellung zur Division von Brüchen bearbeiten. Sichert die in **E7** reaktivierten, in **E8** entwickelten Situationen und Bilder zur Division.

O12 Umsetzungsvorschlag (45 min)

ab)	Aufgabe a) an Tafel schreiben, Schüler reaktivieren und beurteilen Situationen	EA
c)	Vergleich b) und Übertragung auf Dezimalzahlen und Brüche	PA/GA
d)	Sichern im Plenum und übertragen in WS	UG

Mögliche HA: **V40**

Intensivzugriff

O11 Umsetzungshinweise

Auch zu dieser Aufgabe enthält die Wissensspeicherseite von **O6** Platz, um die Rechenregel zu sichern.

O11 Erwartungshorizont

Ein Beispiel für eine ausgefüllte Wissensspeicherseite befindet sich im Onlinebereich.

a) „durch $\frac{2}{3}$ “ wirkt wie „mal $\frac{3}{2}$ “, also rechnet man $\frac{5}{6} : \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

Kontrolle über Skalierungsvorstellung: „durch $\frac{2}{3}$ “ macht größer, also mal eine Zahl >1 – passt!

Die Kontrolle mit Copystar soll die Vorstellungsbezogenheit sicherstellen. Sie besteht im Vergleichen der Effekte der vorgegebenen Operation „: $\frac{2}{3}$ “ und der als gleich erachteten neuen Operation. Der zu vergrößernde Wert wird in Copystar immer nur mit Dezimalzahlen angegeben.

b) (1) 2 (2) $\frac{2}{9}$ (3) 1 (4) 1 (5) 6

c) Um einen Bruch durch einen Bruch zu dividieren, multipliziere ich ihn mit dem Kehrbruch.

O11 Lernwege

Das Verknüpfen der gewonnenen Einsichten zur Multiplikation und Division im Pfeilbild und im Term stellt für die Lernenden eine Herausforderung dar, die sie gut bewältigen können, wenn durch **V28**, **V29** der Darstellungswechsel schon geläufiger ist.

O12 Umsetzungshinweise

Hier können auch die Situationen und Bilder, die die Schülerinnen und Schüler in **E7** reaktiviert haben, genutzt werden, z.B. eigene Situationen und die aus dem Buch zusammenschneiden und auf Folie auflegen oder groß an die Tafel kleben. So werden die Situationen gründlicher darauf untersucht, ob sie für Dezimalzahlen und Brüche überhaupt noch tragfähig sind.

O12 Erwartungshorizont

Ein Beispiel für eine ausgefüllte Wissensspeicherseite befindet sich im Onlinebereich.

c) Skalieren (Anna) geht für Brüche und Dezimalzahlen.

„Passen in“ ist nur gut vorstellbar, wenn der Dividend größer ist als der Divisor oder für spezielle Zahlen $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ (passt $\frac{1}{2}$ mal hinein).

Falls der Platz auf der Wissensspeicherseite nicht ausreicht, dann Mindmap auf der Rückseite anlegen.

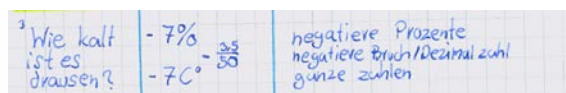


Vertiefen 1 Situationen mit Zahlen unterschiedlich beschreiben

Hintergrund	Die Aufgabe V1 aktiviert Vorwissen und vertieft auf der Vorstellungsebene das Verständnis für die (unterschiedliche) Bedeutung verschiedener Zahlschreibweisen in unterschiedlichen Situationen. V2 übt das anschauungsbezogene Vergleichen von Zahlen verschiedener Schreibweisen mit Hilfe der Zahlengeraden und leitet so zu Vertiefen 2 (V3-12) über.
--------------------	--

V1 Zuordnung unterschiedlicher Zahlschreibweisen und passender Situationen

Dauer	15-20 min
Bezug	nach E1 , E2 oder O1
Hinweise	Teilweise geschlossene Trainingsaufgabe. Aufgabe a) als HA nach E1 , E2 oder O1 geeignet. <i>Umsetzung:</i> Ich-Du-Wir. Im Plenum eventuell zu den jeweiligen Schreibweisen passende Situationen sammeln, dabei auch unpassende Situationen thematisieren.
Lernwege	In Teilaufgabe a) ist es wichtig, explizit relative und absolute Häufigkeiten zu unterscheiden (bei der Bearbeitung nach O1 organisch gegeben). Teilaufgabe a) fällt den Lernenden oft leichter als Teilaufgabe b) , weil die eigenen Situationen oft nur natürliche Zahlen umfassen. Doch Fragen sollen zu allen Zahlschreibweisen formuliert werden.



Das Gefühl für die angemessene Verwendung der Zahlschreibweisen muss zu diesem Zeitpunkt erst noch gewonnen werden.

V2 Zahlen unterschiedlicher Schreibweisen auf der Zahlengeraden

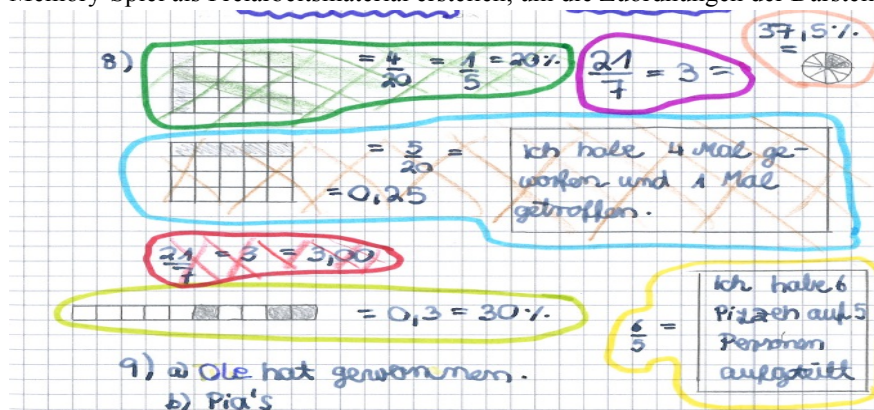
Dauer	15-20 min
Bezug	E3
Hinweise	Teilweise geschlossene Trainingsaufgabe in Paralleldifferenzierung. a) und c) als HA geeignet. <i>Hintergrund:</i> a) Der Zusammenhang zwischen den Schreibweisen wird auf der Zahlengerade deutlich. Zum Einzeichnen bzw. Prüfen ist eine Abschätzung der Zahlen in der anderen Schreibweise teilweise hilfreich, als Tipp wird aber auch die Orientierung an Stützgrößen vorgeschlagen. Teilaufgabe a) thematisiert prominente Fehler und weist sie in der einfacheren Variante auch explizit aus, so dass die Schülerinnen und Schüler sie intensiv reflektieren können. c) lenkt durch die unterschiedliche Skalierung der beiden Zahlengeraden den Blick auf die Zahl- bzw. Teilbarkeitsbeziehungen und fokussiert die Bedeutung des Schätzens (ungefähres Lokalisieren) und Abschätzens (Vergleich mit prominenten Stützgrößen) als zentrale Strategien. <i>Umsetzung:</i> Wichtig ist hier der anschließende Vergleich: Diejenigen, die die rechte schwerere Variante bearbeitet haben, vergleichen untereinander, die anderen mit der Lehrkraft, um Fehlvorstellungen aufzudecken und unterschiedliche fruchtbare Denkweisen kennenzulernen. Dabei auch die Bedeutung des Schätzens hervorheben.

Vertiefen 2 Zwischen verschiedenen Zahlschreibweisen umwandeln

Hintergrund	V3 greift den Zusammenhang der Zahlschreibweisen auf der Zahlengerade als zentrales Darstellungsmittel auf und übt Schätz- und Vergleichsstrategien. V4-V8 üben auf vielfältige produktive Weise einfache Umwandlungswege. In V9-V12 werden Brüche in periodische Dezimalzahlen umgewandelt.
--------------------	---

Dauer	20 min
Bezug	Nach E3 und nach V2
Hinweise	Geschlossene Problemlöseaufgabe, paralleldifferenziert mit hohem Reflexionsanteil. <i>Hintergrund:</i> Wie in V2 ist hier die Kompetenz des Abschätzens als Vergleich mit Stützgrößen zentral. Es lohnt sich, auf die Schätzstrategien aus dem Kapitel „Brüche vergleichen und addieren“ aus Klasse 6 zurück zu greifen: „Zähler und Nenner runden und dann den gerundeten Bruch kürzen“ und „Schauen, wie oft der Zähler ungefähr in den Nenner passt (für Stammbrüche)“. <i>Umsetzung:</i> Zunächst in EA, PA oder GA durchführen, dann Vergleichen der Strategien, auch im UG.
Lernwege	Mit Teilaufgabe b) ergibt sich die Frage nach der (sinnvollen) Genauigkeit des Schätzwertes (Was ist hier ein „Fehler“?). Hier wird sich eine soziale Bezugsnorm durchsetzen, insofern verschiedene Gruppen je nach Elaboriertheit der Strategie unterschiedlich genau eintragen.

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach E3-E5 , O2
Hinweise	Teilweise geschlossene Trainingsaufgabe. a) als HA geeignet. <i>Differenzierung:</i> Die Aufgabe ist stark selbstdifferenzierend, insofern hier in sehr unterschiedlichem Umfang Zuordnungen vorgenommen werden können. Als Hilfe könnten die Lernenden zunächst zu a) Bilder, Zahlen oder Situationen ergänzen. <i>Umsetzung:</i> Ich-Du-Wir oder: Aus den einzelnen Elementen aus a) und b) können die Lernenden ein Memory-Spiel als Freiarbeitsmaterial erstellen, um die Zuordnungen der Darstellungen weiter zu üben.
Lernwege	



Dauer	15 min
Bezug	Nach E3
Hinweise	Teilweise geschlossene Trainingsaufgabe. a) als HA geeignet. a) in EA, b) in PA. Lernende sollen Beziehungen innerhalb der Päckchen wahrnehmen und nutzen. Ergebnisse aus b) im UG aufarbeiten.
Lernwege	Die Lernenden können unterschiedlich an diese Aufgabe herangehen: Erst umwandeln und dann die Muster erkennen, oder wirklich die Muster nutzen. Wichtig ist, den Zusammenhang zu thematisieren, z.B. durch eine Regel: „Durch Kommaverschiebung lassen sich schwere Aufgaben aus einfachen Aufgaben herleiten. Zum Beispiel: ...“

V6 Umwandeln produktiv üben**Dauer**

30-40 min

BezugNach **E5** und/ oder **O3****Material**

Würfel, etwas dickere A4- Blätter mit Einteilungen in Spielkartengröße, Scheren, Stifte

Hinweise

Offenes Trainings-Spiel mit vielen Varianten. Nach der Bearbeitung von **O2** dient das Spiel einer umfassenden, vielfältigen Übung mit Differenzierungspotential. Die Jokerkarten dienen als integrierte Hilfefkarten und können ggf. ergänzt werden.

Alternative: Kann auch vor **O2** eingesetzt werden, um Vorkenntnisse und Vorstellungen der Lernenden zum Umwandeln zu diagnostizieren. Dann sollte der erste Spielverlauf jedoch nur kurz sein, um danach die Umwandlungsstrategien differenzierter zu betrachten.

Umsetzung: Zur Reflektion der Spielstrategien sollte Raum und Zeit eingeplant werden, ohne den Spielverlauf zu stören. Dazu sollten die Lernenden bestimmte Spielverläufe aufschreiben.

V7 Größenvergleiche in unterschiedlichen Zahlschreibweisen**Dauer**

15-20 min

BezugNach **E3****Hinweise**

Teilweise geschlossene Trainingsaufgabe in Paralleldifferenzierung, als **HA** geeignet.

Hintergrund: Hier werden wieder zentrale Strategien und typische Fehler beim Größenvergleich aufgegriffen, dabei reicht zum Teil auch Abschätzen (d.h. nur ungefähres Umwandeln).

Umsetzung: Ein Vergleich der unterschiedlichen Bearbeitungen (als **Partnerkontrolle**) ermöglicht ein vertiefendes Verständnis, das in **V8** weiter gefestigt wird.

Lernwege

- a)** (1), (2): Typischer Fehler im Umgang mit Dezimalzahlen: $0,12 < 0,115$, weil $12 < 115$. Dieser Fehler zeugt von mangelndem Stellenwertverständnis und sollte ausführlich thematisiert werden, zum Beispiel an der Stellentafel oder am Meter-Maßband und dann an der Zahlengerade.
- (3) - (5): Zentrale Strategien für den Vergleich von Brüchen: Fokus auf Nenner bei gleichem Zähler bzw. Fokus auf Zähler bei gleichem Nenner (notfalls in Übe-Kartei wiederholen).
- b)** Bei der Erstellung eigener Vergleichssituationen vergessen die Lernenden häufig, eine gemeinsame Bezugsgröße der Anteile zu wählen und deutlich zu machen, oder sie vergleichen relative und absolute Zahlen.

Sophie hat $\frac{1}{4}$ € in der Sparkasse
 Klaus hat 35 % in der Sparkasse
 Klaus \square Sophie

$\frac{4}{5}$ Stücke des Kuchens fehlen bei
 $\frac{4}{73}$ der Pizza fehlen $\frac{4}{73}$ Stücke

V8 Zahlen vergleichen und dabei Dichtigkeit der Brüche erkunden**Dauer**

15 min

BezugNach **E5****Material**

Evtl. Zahlengerade auf Folie mit beweglichen Pfeilen.

Hinweise

Offene Trainingsaufgabe

Die Verwendung unterschiedlicher Zahlschreibweisen ermöglicht unterschiedlich lange Fortsetzungen der Reihe. Die Lernenden erfahren hier den Zusammenhang, sowie die Möglichkeiten und Grenzen der unterschiedlichen Zahlschreibweisen. Dies sollte in einem gemeinsamen Unterrichtsgespräch thematisiert werden. Ebenso die Schwierigkeiten und Besonderheiten bzw. Fehler.

Lernwege

Beim Untersuchen der Dichtigkeit wird permanent das Vergleichen von Zahlen und das Umwandeln geübt, ohne dass es den Lernenden bewusst sein muss.

V9 Division zum Umwandeln festigen und periodische Dezimalzahlen kennenlernen**Dauer**

20-25 min

BezugNach **O3****Material**Taschenrechner in **d)** sonst höchstens zur Kontrolle**Hinweise**

Erarbeitungsaufgabe zur Festigung der Division als Umwandlungsweg und zum Kennenlernen der Periodizität einiger Dezimalbrüche.

Umsetzung: Divisionen sollen per Hand durchgeführt werden, um die auftauchende Periodizität auch zu erleben. Erst in **d)** kann der Taschenrechner als Hilfsmittel beim Explorieren hinzugezogen werden.

Lernwege

Zwar sind die Lernenden schon über 0,333333.... gestolpert, aber sonst sind periodische Dezimalzahlen bislang nicht systematisch untersucht, daher erstaunt viele das Phänomen und weckt Neugierde. Eine vollständige Klassifikation ist nicht verlangt (siehe Lösungsheft).

V10 Periodische Dezimalzahlen systematisch untersuchen**Dauer**

25-35 min

BezugNach **E5** und **O3** (Auch als **HA** möglich: Fülle 20 Felder der Tabelle)**Material**

Ausgefüllte Tabelle als Folie im Onlinebereich zur Kontrolle.

Hinweise

Kombination aus geschlossenen Trainingsaufgaben und teilweise offenen Problemlöseaufgaben, in **b)** und **c)** selbstdifferenzierend.

In dieser Aufgabe werden die periodischen Dezimalzahlen systematisch untersucht. Gleichzeitig bietet sich durch diese systematische Untersuchung eine Vielzahl an Übungsmöglichkeiten für das Kalkül.

Umsetzung: Der Aufbau und das Lesen der Tabelle sollten vorher im Unterrichtsgespräch geklärt werden. Dann zunächst **EA**, um das Kalkül zu trainieren und allen Lernenden die Möglichkeit zu bieten, Zusammenhänge zu erkennen. Nach einiger Zeit wird in der Klasse arbeitsteilig gearbeitet: Wer ein neues Ergebnis hat, notiert es in der Tabelle auf der Folie oder an der Tafel.

Teilaufgabe **c)** führt angeleitet zu einer weitergehenden Analyse der Tabelle. Die Forscherfragen sind (besonders für schwächere Lernende) Ansatzpunkte. Die Lernenden sollten jedoch ermutigt werden, eigene Fragen zu stellen. Hier kann eine kurze Murmelphase, die zu einer gemeinsamen „Fragesammelphase“ führt, hilfreich sein. Die Fragen können dann arbeitsteilig in Partner- oder Kleingruppenarbeit bearbeitet werden.

Lernwege

Die Aufgabestellung in **a)** lenkt den Blick auf die Nutzung der Zusammenhänge und vermeidet „stumpfes“ Rechnen. Wer geschickt schaut, kommt schneller zum Ergebnis.

Teilaufgabe **b)** regt zur Reflexion und Mustererkennung an: Es kommt nur auf den Nenner an, nicht auf den Zähler (außer bei Brüchen, die auf ganze Zahlen kürzbar sind). Die periodischen Zahlen stehen in bestimmten Zeilen.

c) ermöglicht differenzierend ganz unterschiedliche Entdeckungen.

V11 Divisionsalgorithmus zum Umwandeln von Brüchen in Dezimalzahlen trainieren**Dauer**

10 min

BezugNach **E5**, **O3****Hinweise**

Aufgabengenerator, der Übungsbedarf zum Umwandeln von Brüchen in Dezimalzahlen auffangen soll. Kann auch als **HA** genutzt werden, wenn der Aufgabentyp bekannt ist. Dann ist aber eine Vergleichsrunde oder eine andere Form der Kontrolle (Schätzen, Vergleich an der Zahlengerade und/ oder Taschenrechner) nötig.

Differenzierung: Schwierigeres Zahlenmaterial erzeugt man durch doppeltes Würfeln. Je zwei Zahlen werden addiert und als Zähler bzw. Nenner zwischen 2 und 12 genutzt.

V12 Reflexion zur Periodizität**Dauer**

10 min

BezugNach **O3****Hinweise**

Weiterführende Reflexionsaufgabe.

Eine Murmelphase kann zu unterschiedlichen Vermutungen führen, die dann in Kleingruppen diskutiert werden. In einer Pro-Contra-Debatte können die Argumente ausgetauscht werden.

Vertiefen 3 Zahlbereiche unterscheiden

Hintergrund	In V13 wird die Notwendigkeit der Erweiterung der Zahlbereiche für die Abgeschlossenheit der Rechenoperationen erlebbar: Plus und Mal geht mit natürlichen Zahlen immer, Minus oder Geteilt liefert Ergebnisse, die negativ bzw. nicht ganzzahlig sind. In V14 und V15 sollen die Teilmengenbeziehungen rekonstruiert werden und zwar von einzelnen Zahlen ausgehend (V14) oder von den Bereichen ausgehend (V15).
--------------------	---

V13 Erkennen, dass bei rationalen Zahlen mehr Rechnungen möglich sind

Dauer	10 min
Bezug	Nach O4 .
Material	Spielmaterial im MB und ca. 10 Würfel
Hinweise	Spielerische Erkundung. 3 bis 4 Personen spielen an einem Brett. In V13 wird die Notwendigkeit der Erweiterung der Zahlbereiche für die Abgeschlossenheit der Rechenoperationen erlebbar: Plus und Mal geht mit natürlichen Zahlen immer, Minus oder Geteilt liefert Ergebnisse, die negativ bzw. nicht ganzzahlig sind. Hier ist die Reflexion wichtig: „Was konnte man bei dem Spiel lernen?“ „Welches sind gute Zahlen?“
Lernwege	<i>Auswertung:</i> Rationale Zahlen (4) ist der beste Wurf, bei dem Zahlbereich kann man immer laufen, da der Zahlbereich die anderen umfasst. In IN lassen sich alle Additionen und Multiplikationen lösen, in Z zusätzlich alle Subtraktionen, in Q zusätzlich zu Addition und Multiplikation die Division. Es reicht in der Regel, dieses Spiel einmal zu spielen.

V14 Teilmengenbeziehungen der Zahlbereiche im Spiel nutzen

Dauer	10-15 min
Bezug	Nach O4 .
Hinweise	Spielerisches Training. Es spielen 3 bis 5 Personen. Ausgehend von der Einordnung von Beispielzahlen sollen „Zahlbereiche“ geraten werden. Zahlbereiche können auch wie in V13 und V15 negative ganze Zahlen oder negative Brüche sein.

V15 Teilmengenbeziehungen von Zahlbereichen spielerisch reflektieren

Dauer	15 min
Bezug	Nach O4 .
Material	20 Würfel
Hinweise	Spielerisches Training. Hier sollen die Schülerinnen und Schüler das Verständnis der Teilmengenbeziehungen weiter festigen. <i>Umsetzung:</i> Das Spiel spielt man gut in Kleingruppen mit 3 bis 4 Personen. Es empfiehlt sich strittige Fälle kurz protokollieren zu lassen: (Würfel: 1; 3 Zahl: -4) und in der anschließenden Reflexion zu besprechen. Zur Sicherheit kann man aber auch reihum ein Spielprotokoll führen lassen, für das die Lernenden eine einfache Tabelle erstellen können.

Vertiefen 4 Mit positiven rationalen Zahlen rechnen

Hintergrund	V16 und V17 arbeiten typische Fehler beim Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen auf und leiten an, Rechnungen zu überschlagen. V18 bis V20 bieten vielfältige Übungsmöglichkeiten zu den Rechenverfahren mit Bruch und Dezimalzahl. V21 rundet mit einem Übungsspiel diesen Abschnitt ab, in der auch die Bilder für Rechenwege thematisiert werden. Die Aufgabe ersetzt Päckchen für Brüche.
--------------------	--

Dauer	V16 20-25 min
Bezug	a), b) gut geeignet als HA nach 05/06 , zur Vorbereitung der 09 oder nach 09 zur Vertiefung.
Hinweise	Geschlossene Trainingsaufgabe mit Fehlerreflexion. <i>Umsetzung:</i> Ich-Du-Wir. Die individuelle Auseinandersetzung mit den dargestellten Fehlern ermöglicht eine Reflexion des eigenen Vorgehens. Das Überschlagen als Kontrollstrategie hilft hier, den Fehler und Erklärungsansätze dafür zu finden. Wichtig ist, das Überschlagen als Kontrollstrategie hervorzuheben, Schätzergebnisse schriftlich zu fixieren und ggf. noch einmal Schätzstrategien (Stützzahlen,...) explizit anzuleiten (WS Brüche 7) und in der Übe-Kartei weiter zu üben. In b) unterstützt das Schätzen die Vorstellung des Vergrößerns bzw. Verkleinerns durch Multiplikation und Division. Hier kann zu Beginn durchaus auch die Rechenkompetenz die Schätzkompetenz stützen. Wichtig ist, dass gewissenhaft überschlagen wird.
Lernwege	Das Schätzen versuchen Lernenden zunächst zu vermeiden, da es weniger trainiert ist. Sie entwickeln jedoch schnell ein Gefühl und können das Schätzen als Kontrollstrategie nutzen. Was Schätzen heißt, ist vielen oft zunächst nicht klar. (Überschlagsmäßiges Rechnen setzt voraus, dass man einfachere Brüche bzw. Dezimalzahlen kennt und sieht.)

$$500 - 134,89 = \text{geschätzt} = 476,89$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ - 134,89 \\ \hline 365,01 \end{array} = \text{gerechnet} = 365,01$$

Dauer	V17 20-25 min
Bezug	nach 05/06 und 09
Hinweise	Geschlossene Trainingsaufgabe mit Fehlerreflexion, als HA geeignet. c) bietet auch hier wieder Gelegenheit dazu, Schätzstrategien und ihre Wirksamkeit zu vergleichen.

Dauer	V18 15-20 min
Bezug	Nach 05/06
Hinweise	Das Schätzen als Kontrollstrategie immer wieder explizit thematisieren.
Lernwege	Mehrere Lösungswege sind möglich. Evtl. führen schwächere Lernende die Multiplikation und Division (in Analogie zur Addition und Subtraktion) ohne Umwandeln und Umdenken fort. b) und c) liefern gute Ansatzpunkte, diesen Fehler als Lernanlass zu nutzen.

Dauer	V19 10-15 min
Bezug	Nach 05/06
Hinweise	Training mit Reflexions- und Begründungselementen. Lernende erkennen schnell das Muster der Aufgabenpaare, ebenso wird durch die Bearbeitung aller Aufgaben die Unterscheidung nach Schwierigkeitsgrad offensichtlich. Hinsichtlich der Addition und Subtraktion sollte jedoch auf eine differenziertere Einschätzung (abhängig von der Teilbarkeit der Nenner) geachtet werden. c) bietet eine Anwendung der in b) reflektierten Erkenntnisse an und lässt sich methodisch als Aufgabenwerkstatt gestalten.
Lernwege	Lernende erkennen die Muster zum Teil auch ohne alle Aufgaben zu berechnen. Hier sollten dennoch Überlegungen für die differenzierte Einschätzung (s.o.) erfolgen.

V20 Eigene differenzierte Übungsaufgaben entwickeln**Dauer**

15-20 min

Bezug

nach E6 und O5/O6

Material

Zahlenkarten, Blankokarten im Onlinebereich/ MB

Hinweise

Eher offene, produktive Trainingsaufgabe mit hohem Selbstdifferenzierungspotential. Als HA geeignet. Beim Erstellen eigener Übungsaufgaben müssen einige Lernenden motiviert werden, es auf ihrem je individuellen Leistungsniveau zu tun („Mache ich es mir zu einfach oder fordere ich mich heraus?“). Die Schätztipps am Rand ermöglichen einen Größenvergleich und bereiten damit auch c) vor. Die Ergebnisse in a) werden in Partnerkontrolle überprüft und dann zu zweit bei b) diskutiert. c) ermöglicht eine/n anschließende/n Besprechung/ Vergleich innerhalb einer Kleingruppe oder im Plenum. Die Aufgaben der Lernenden können auch zur Diagnose genutzt werden. Die erstellten Karten und Aufgaben können zudem im Rahmen von Freiarbeit als Spielkarten und Freiarbeitsmaterial genutzt werden.

V21 Bilder und Rechenwege für Brüche spielerisch einüben**Dauer**

40-50 min

Bezug

Nach O5/O6, bereitet E6/E7 und O7/O8 für Brüche vor.

Material

pro 4-er Gruppe: 1 Spielbrett, 4 Würfel, 4 Figuren, ein Satz Spielkarten (im MB)
Taschenrechner und Lösungsheft-Kopien für jede Gruppe zur Kontrolle (wichtig!)

Hinweise

Spielerisches Training, unbedingt lohnenswert, da es den Zahlenblick schärft und Darstellungen festigt. Such- und Bildkarten trainieren die Zuordnung von Bildern zu Rechenoperationen mit Brüchen, dabei sollen die Bilder flexibel strukturiert und interpretiert werden, zum Beispiel auch nur mit Teilbereichen.

Laufkarten trainieren Rechenwege zusammen mit Zahlenblick: „Wie kann ich mein Ergebnis optimieren?“.

Für Lauf- und Bildkarten hat es sich in der Erprobung als wichtig herausgestellt, Kontrollmöglichkeiten zur Verfügung zu stellen. Jede Gruppe sollte daher einen Aufpasser bestimmen, der mit Lösungsheft die Bildkarten und mit Taschenrechner die Rechnungen kontrolliert, damit sich Fehler nicht einschleifen.

Möglicher Ablauf: 1. Spielverlauf klären; 2. Erstes Probespiel in Kleingruppen (ca. 3 min); 3. Aufarbeiten auftretender Fragen oder Probleme. Hier bietet es sich auch an, die (notwendige) Qualität der Begründungen zu thematisieren; 4. Spiel durchspielen lassen (Zeitvorgabe: 10 min); 5. Reflexionsphase in den Spielergruppen über ihre Gewinnstrategien.

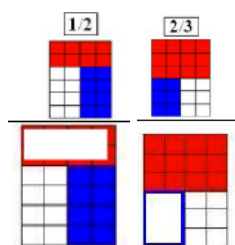
Im Plenum können die angewandten Spielstrategien gesammelt und diskutiert werden. Teilaufgabe b) kann hier hilfreich sein.

d) und e) bieten weitere Differenzierungsangebote für stärkere Lernende.

Lernwege

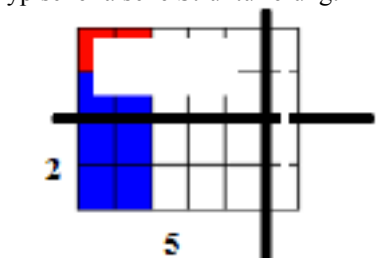
Die Zuordnung der Suchkartenterme zu den Bildkarten erfordert flexible Strukturierungen der Bilder. Dazu sind einige Regeln festzulegen: Es dürfen nur ganze Farbflächen als Teile und als Ganze betrachtet werden, aber in beliebigen Kombinationen. Bei Plus und Minus müssen beide Teile auf dasselbe Ganze bezogen werden, sonst wird es falsch, und man sieht das Ergebnis nicht mehr.

Typische kreative Strukturierungen:



(für $1/5 + 1/5$ mit ganz eigenem Ganzen)

Typische falsche Strukturierung:



Weitere Hintergründe zum Spiel und Strategien von Lernenden finden sich in der Literatur zum Spiel: Prediger, Susanne & Schink, Andrea (2013): Verstehens- und strukturorientiertes Üben am Beispiel des Brüchspiels „Fang das Bild“. In: Henrike Allmendinger u.a. (Hrsg.): Mathematik verständlich unterrichten an Schule und Hochschule. Wiesbaden: Springer, 11-26. (Webversion gratis [hier](#))

Vertiefen 5 Bilder und Situationen zum Rechnen mit rationalen Zahlen

Hintergrund	Hier sollen alle Darstellungswechsel, vor allem aber das Mathematisieren von Realsituationen (V22 , V24 , V25) und das Deuten von Bildern (V23 , V26) trainiert werden, für letzteres dient auch V22 .
V22	Rechnungen und Bilder zu Situationen finden
Bezug	20-30 min Vertieft werden E6 , E7 und O7 , O8 .
Hinweise	Teilweise geschlossenes Training, a) und b) als HA geeignet.
Lernwege	Oft werden Bild und symbolische Darstellung vermischt und in die Bilder Rechenzeichen integriert. Dann sollten die Kriterien für Bilder besprochen werden: Auch das Ergebnis soll ablesbar sein.
V23	Flexibel Bilder zu Rechnungen zuordnen
Dauer	20-30 min
Bezug	E6 , E7 ; O6 , O7 , O8 wird hier vertieft.
Hinweise	Geschlossene Trainingsaufgabe, die aber verschiedene Deutungen der Bilder zulässt. Als HA geeignet, wenn vorher der Auftrag geklärt ist. <i>Umsetzung:</i> a) Ich-Du(Kleingruppe)-Wir; b) Ich-Du(Schreibkonferenz)-Wir. In a) sollte klar werden, dass verschiedene Rechnungen zu den Bildern möglich sind. Dazu ist ein kurzer Austausch in Kleingruppen nützlich. Nach b) empfiehlt sich eine Schreibkonferenz zum Aufspüren von Fehlern. Strittige Fälle werden gesammelt und im Plenum diskutiert.
V24	Rechnungen zu Situationen finden und Situationen prüfen
Dauer	10-15 min
Bezug	O7 , O8 wird hier vertieft.
Hinweise	Geschlossene Trainings- und Reflexionsaufgabe. Ein Vergleich der Aufgaben (2) und (3) ist fruchtbar. „Wie unterscheiden sich die Situationen? Was bedeutet das für die Rechnung?“.
V25	Training aller Operationen mit Dezimalzahlen
Dauer	20-25 min
Bezug	O7 , O8 wird hier vertieft.
Hinweise	Größtenteils geschlossene Trainingsaufgabe, als HA geeignet. In b) ergeben sich Modellierungsanforderungen im PADEK-Schritt Erklären und Kontrollieren: Nur ganze Tischsets sind erlaubt. Ein durch eine Rechnung bestimmtes Ergebnis muss entsprechend abgerundet werden. Grundsätzlichere Modellierungsentscheidungen sind beim Ansatz zu berücksichtigen: Geht es bei den Tischsets um das Ausschneiden aus einem 1m ² Stück (→ Lösung durch Ausprobieren) oder bloß um den multiplikativen Vergleich der Flächeninhalte (→ rechnerische Lösung)? Erst in c) wird explizit verlangt, dass die zu bastelnden Teile in die Fläche passen müssen. Skizzen dazu sollten maßstabsgetreu sein, sonst helfen sie nicht beim zeichnerischen Lösen der Aufgabe.
V26	Bilder und Rechnungen miteinander verknüpfen
Dauer	15-20 min
Bezug	O7 , O8 wird hier vertieft.
Material	Vorlage mit Kästchen im Online-Bereich
Hinweise	a) und b) als HA geeignet. Aufgabe eignet sich zur Diagnose, verlangt aber auch Aufarbeitung, damit die Fehler (z.B. bzgl. der Bezugsgröße) nicht unreflektiert stehen bleiben.
Lernwege	Hier werden viele richtige, aber auch falsche Aufgaben genannt: Bei der Addition/ Subtraktion wird nicht immer auf das gemeinsame Ganze geachtet. Die Multiplikation ist schwer zu sehen. Selbst Bruchbilder zeichnen und Rechnungen formulieren ist motivierend.



Vertiefen 6 Multiplizieren und dividieren rückgängig machen

Hintergrund	Die Skalierungsvorstellung der Multiplikation (Vergrößern/ Verkleinern) wird mit der kalkülmäßigen Berechnung der Multiplikation von Brüchen verknüpft (V27) und durch das Zerlegen in Skalierungen mit natürlichen Zahlen verstanden (V28). In V29 werden die Beziehungen zwischen Multiplizieren und Dividieren („Hin- und Rückweg“) gefestigt.
--------------------	---

V27 Erinnerung an „Skalieren ist Multiplizieren“ ohne Rechner

Dauer

10 min

Bezug

Knüpft an Kontext aus E8 an, aktiviert aber das Rechnen ohne Computer, wichtig vor O11

Hinweise

Geschlossene Trainingsaufgabe, als HA geeignet.

Damit Darstellungen verknüpft werden, wird hier die in O6 wiederholte Rechenkompetenz zur Multiplikation von Brüchen mit der in E8 aufgebauten Vorstellung des Skalierens verknüpft und mit der Vorstellung „Anteil nehmen von“ (aus Kapitel „Brüche multiplizieren“ in Klasse 6) verknüpft.

Vorschlag für ein Tafelbild zum Zusammenhang der Vorstellungen Skalieren und Anteil-nehmen von:



-> mit 3/4 skaliert



davon 3/4



(gleiche Höhe, aber Kopf ab)

V28 Skalierungsvorstellung und deren Analyse durch Zerlegung verinnerlichen

Dauer

15 min

Bezug

Vertiefung von E8.

Material

Computer mit Copystar (idealerweise pro 2 Lernende 1 Computer) oder rein rekapitulierend ohne

Hinweise

Größtenteils geschlossene Trainingsaufgabe. a) und b) als HA geeignet.

b) Die Zerlegung der Division durch einen Bruch lässt sich an Stammbrüchen erschließen. „: 1/100“ vergrößert. „: 1“ verändert die Größe nicht. Die 100 im Nenner wirkt also als Faktor. Differenziertere Begründungen ergeben sich mit der Bearbeitung von O10.

V29 Verknüpfen symbolischer Schreibweise mit dem Denken in Hin- und Rückwegen

Dauer

10-15 min

Bezug

Das Denken in Hin- und Rückwegen (E9 und O10) als Grundlage für die spätere Kehrwertregel soll hier verknüpft mit der rein symbolischen Schreibweise geübt werden, um die Entwicklung der Kehrwertregel (O11) vorzubereiten.

Hinweise

Größtenteils geschlossene Trainingsaufgabe. a) und b) als HA geeignet.

Hier geht es noch nicht um das regelgeleitete Berechnen der Division, sondern das Aufstellen der Rechnungen steht im Vordergrund. Gelöst wird die Division am Pfeilbild, indem der Ausgangswert abgelesen wird. Wurde die Regel bereits bearbeitet, kann die Aufgabe genutzt werden, um wieder an die Vorstellung anzuknüpfen.

Lernwege

Nr. 30 a)

1) $\frac{5}{24} : \frac{2}{3} = \frac{5}{8}$
 $\frac{5}{24} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{8}$

2) $\frac{5}{21} : \frac{4}{3} = \frac{5}{7}$
 $\frac{5}{21} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$

3) $\frac{7}{12} : \frac{4}{7} = \frac{7}{3}$
 $\frac{7}{12} \cdot \frac{7}{4} = \frac{7}{3}$

Vertiefen 7 Brüche dividieren

Hintergrund	Das Dividieren von Brüchen durch die Anwendung der Rechenregel soll hier produktiv geübt werden, indem die Schülerinnen und Schüler Muster suchen (V30 und V31) oder typische Problemlöseformate bewältigen (V32). Dabei wird die Skalierungsvorstellung als Kontrollweg für Divisionen etabliert. V33-V35 erarbeitet die „Passen in“ Vorstellung der Division für die Brüche, bevor V36 nochmals an die Vorstellung des Skalierens anknüpft. V33-V35 kann als alternativer Zugriff zur Division genutzt werden.
--------------------	--

Dauer	V30 15 min
Bezug	Üben der Rechenregel aus O11 , der Skalierungsvorstellung aus E8 .
Hinweise	Geschlossene Trainingsaufgabe, als HA geeignet. Der Rückgriff auf die Skalierungsvorstellung soll hier als Kontrollweg etabliert werden. Deshalb gibt es in der folgenden Aufgabe eine ähnliche Teilaufgabe (K in PADEK für Kontrolle). Bei der Kontrolle ist das Schätzen von Brüchen wieder eine wichtige Kompetenz, da Brüche qualitativ verglichen werden (z. B. Vergleich mit $\frac{1}{2}$; 1 oder 2).
	V31 Kalkülmäßiges Dividieren üben und vorstellungsbezogen kontrollieren
	20-25 min
Bezug	Training der Rechenregel aus O11
Hinweise	Geschlossene Trainingsaufgabe, als HA geeignet. <i>Einordnung:</i> Die Aufgabe soll das Operationsverständnis noch einmal vertiefen. <i>Fachlicher Hintergrund:</i> Die Grundidee in a) und b) ist folgende: Wenn man den Dividenten vervielfacht, vervielfacht sich das Ergebnis. Wenn man den Divisor vervielfacht, wird das Ergebnis entsprechend geteilt.
Lernwege	Schülerinnen und Schüler neigen vor allem in Hausaufgaben dazu, auch bei solchen produktiven Aufgaben nur Ergebnisse zu bestimmen und den Gehalt der Aufgabe nicht auszureizen. Gezielte Nachfragen können helfen, dass sie gründlich hinschauen und die Regelmäßigkeiten suchen.
	V32 Kalkülmäßiges Dividieren problemlösend üben
Dauer	15 min
Bezug	Üben der Rechenregel aus O11
Hinweise	Teils geschlossene Problemlöseaufgabe, als HA geeignet.
Lernwege	a) Die Schülerinnen und Schüler können hier von Beispielen ausgehend oder allgemein über die Zerlegung der Division Lösungen bzw. anschauliches Verbalisieren der Aufgabenstellung suchen. Wichtig ist beim nicht beispielgebundenen Vermuten der Wirkungen, dass am Ende auch an Beispielen überprüft wird. b) Auch hier kann man mit Ausprobieren starten. Wer so startet, sollte aber immer auch angeregt werden, Zusammenhänge zu konstruieren, also zum Beispiel zwischendurch zu überlegen, ob man alle Möglichkeiten ausprobieren muss, um herauszufinden, welche Aufgabe das kleinste Ergebnis hat.

V33 Reaktivierung der im Alltag wichtigen Vorstellung „Passen in“**Dauer**

15-20 min

BezugErgänzende Vorstellung nach Einführung der Rechenregel in **O11** oder alternativ zu **E8**, **E9** und damit Vorbereitung der Rechenregel**Material**

Streifentafel im MB

HinweiseGeschlossene Erkundungsaufgabe, als **HA** geeignet (wenn statt **E8**, **E9**, dann höchstens **a)** und **b)** als **HA**).**a)** Mit Unterstützung der Streifentafel eignen sich die Schülerinnen und Schüler die Vorstellung „Passen in“ für die Division von Brüchen an, indem sie an konkreten Streifen ausprobieren, wie oft der eine Streifen in den anderen passt.Das Anknüpfen bei den natürlichen Zahlen hilft, die Verknüpfung mit der Division herzustellen, die dann in **b)** expliziert und auf die Brüche übertragen wird. Nach der vorstellungsmäßigen Verbreitung in **b)** soll in **c)** die Vorstellung mit dem bereits erarbeiteten Rechenweg verknüpft werden. Wichtig ist hier die Reflexion, die durch die Frage nach der Passung herbeigeführt wird, damit nicht nur gerechnet, sondern auch vorgestellt wird.*Alternative:* **V33** kann auch alternativ zu **E8**, **E9** zur Erarbeitung einer Vorstellung zur Division genutzt werden, aus der dann die Rechenregel entwickelt wird. (Dann lässt man **E8**, **E9** und **O10/O11** weg).Wenn **V33** als Erkundung genutzt wird, ist der Ablauf in **a)** und **b)** wie oben. In **c)** wird die Vorstellung des „Passen in“ dann genutzt, um die Rechenaufgaben zu lösen (ein Rechenweg steht ja noch nicht zur Verfügung). Die Aufgaben, die man sich nicht mit „Passen in“ vorstellen kann, kann man dann zunächst auch nicht lösen, bis man eine Regel erkennt, die man nutzen kann.*Differenzierung:* Schülerinnen und Schüler formulieren weitere Aufgaben, lösen und kontrollieren sie mit der Streifentafel (auch in **V30/V31** vorstellungsmäßiges „Passen in“ zur Kontrolle nutzen oder Kontrollwege wählen lassen). Die gelösten Aufgaben werden dann mit einem Partner ausgetauscht.**Lernwege**

Wird das richtig vorgestellte „Passen in“ auch korrekt notiert? Divisor und Dividend werden ausgehend von der sprachlichen Struktur („Wie oft passt 2/3 in die 2?“) oft vertauscht.

Handwritten student work on a grid showing division problems and the concept of 'fitting in' (Passen in). The work includes:

- $20 : 5 = 4$
- $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3} : 2 = 3$
- $\frac{3}{8} : \frac{6}{8} = 2$
- $\frac{3}{16} : \frac{6}{8} =$

The word "MB10" is written in orange at the bottom.

V34 Vorstellung „Passen in“ zur Lösung von Sachaufgaben nutzen**Dauer**

< 10 min

BezugAnwenden der Vorstellung aus **V33****Hinweise**Geschlossene Anwendungsaufgabe, als **HA** geeignet.**V35** Nutzen die Skalierungsvorstellung und „Passen in“ zur Analyse der Division durch Null**Dauer**

20 min

BezugNach **V34****Material**

Evtl. zur Unterstützung Streifentafel und/ oder Computer mit COPYSTAR (2 pro Klasse reichen).

Hinweise

Geschlossene Erweiterungsaufgabe. Die Aufgabe ist nützlich zur Vertiefung und Assoziation der Vorstellungen. Sie kann aber auch zur Differenzierung für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler genutzt werden, um den anderen zusätzliche Zeit zum Üben zu ermöglichen.

V36 Hin- und Rückweg beim Skalieren in Anwendungssituation nutzen**Bezug**Nach **E10** und **O10/O11****Hinweise**Geschlossene Trainingsaufgabe, als **HA** geeignet.

Hier wird die Skalierungsvorstellung der Multiplikation angewandt und mit dem Denken in Hin- und Rückwegen verknüpft, um die Vorstellungen nach Einführung des Kalküls wach zu halten.

Vertiefen 8 Kreuz und quer mit allen Zahlen und Situationen rechnen

Hintergrund	<p>V37 greift etwas offener auf die Division von Brüchen zurück.</p> <p>V38-V40 greifen die negativen Zahlen und die Operationen noch einmal auf der Vorstellungsebene auf, indem Situationen mit der Zahlengerade und Termen verknüpft werden.</p> <p>V41-V42 bieten vernetzte produktive Übungen zum Rechnen mit rationalen Zahlen.</p> <p>V43 weitet die Skalierungsvorstellung von den Brüchen auf die anderen Schreibweisen aus.</p> <p>V44 regt noch einmal die Anwendung der Kontrollstrategien im Kontext mit allen Zahlen an.</p> <p>V45 bietet Problemlöseaufgaben und offene Aufgaben zum Vernetzen der Rechnungen mit allen Zahlen. In V46 soll in angewandten Situationen quer durch alle Rechenoperationen geübt werden.</p>
--------------------	---

V37 Vorstellungen zur Division trainieren

Dauer

15 min

Bezug

Anwendung von **O12**

Hinweise

Geschlossene Trainingsaufgabe, **a)** als **HA** geeignet. **b)** intensiver Austausch ratsam, zum Beispiel in einer Mathe-Konferenz, da die Vorstellungen zum Teil komplex sind.
Die Vorstellungen sind: Taschengeld und Gläser (Passen in); Pizza (Anteil vom Anteil, rückwärts denken); Teppich (Flächeninhaltsvorstellung rückwärts).

V38 Ganze Zahlen als Jahreszahlen relativ zum Jahr 0 vorstellen und Zeiträume bestimmen

Dauer

25-35 min

Bezug

Kapitel „Negative Zahlen“: Vorstellungen zu negativen Zahlen und zur Subtraktion und Addition, **d)** bietet in seiner Offenheit ein hohes Differenzierungspotential.

Hinweise

Aufgabe zur Erinnerung an Differenzen zwischen negativen Zahlen an der Zahlengerade, als **HA** geeignet. Ermöglicht evtl. fächerübergreifendes Arbeiten (Geschichte, Religionslehre).
Die Zeitleiste bietet hier Hilfestellungen auf der Vorstellungsebene zur Erinnerung an Subtraktion. Die Zeitspanne einer Generation macht die einzelnen Ergebnisse vergleichbar, bietet gleichzeitig eine Differenzierungsmöglichkeit z.B. für genauere Angaben (1/2 Generation,...).
Umsetzung: Erfolgen einzelne Teilaufgaben als Hausaufgabe oder in EA, so ist ein Austausch sinnvoll, um (unterschiedliche) Vorgehensweisen und Rechenwege zu reflektieren. Hier werden Unterschiede zwischen Daten vor und nach Chr. durch Addition der Beträge bestimmt. Damit wird eine Vorstellung der Subtraktion negativer Zahlen vorbereitet. In der Reflexion sollten die unterschiedlichen Lösungswege und ihre symbolischen Darstellungen unterschieden und ihre Äquivalenz herausgestellt werden. (Beispiele: Anschaulich an der Zahlengerade: Zwischen 1450 n. Chr. und 30 v. Chr. liegen $1450 + 30$ Jahre. $1450 - (-30)$ ist die äquivalente Formulierung des Unterschiedes mit ganzen Zahlen. Damit lässt sich anschaulich $1450 - (-30) = 1450 + 30$ im Rückgriff auf die bekannte Darstellung begründen).

V39 Vorstellungen zur Addition und Subtraktion negativer Zahlen mit Termen verknüpfen

Dauer

15 min

Bezug

Kapitel „Negative Zahlen“: Vorstellungen zum Rechnen mit negativen Zahlen

Material

Wissenspeicher negative Zahlen 3-6 im MB und Onlinebereich

Hinweise

Geschlossene Wiedererarbeitungsaufgabe mit Ordncharakter. Teilaufgabe **a)** als **HA** geeignet. Aufgabe greift das Problem der Übersetzung zwischen den verschiedenen Darstellungen auf. Der Austausch und Abgleich ist in **b)** von zentraler Bedeutung.

V40 Übersetzen von Situationen zu ganzen Zahlen in Rechnungen

10-15 min

Bezug

Kapitel „Negative Zahlen“: Vorstellungen zu rationalen Zahlen und ihren Operationen

Hinweise

Zunächst geschlossene Trainingsaufgabe, als **HA** geeignet.
Die Aufgaben stellen eine komplexe Mathematisierungsanforderung für die Schülerinnen und Schüler dar. Daher wird als Strukturierungshilfe eine Übersetzungstabelle angeboten (bekannt aus dem Kapitel „rationale Zahlen“), die das Lesen und Übersetzen der Kurztexte in symbolische Darstellung unterstützt.
Auch hier kann die Zahlengerade bei der Umsetzung und Kontrolle der Aufgabe genutzt werden.

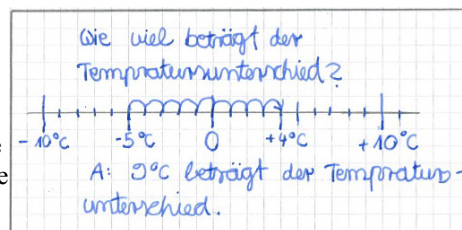
Lernwege

Probleme treten hier beim Vorstellen der gegebenen Situation auf.

Wer direkt losrechnet, ohne sich die Situation adäquat vorzustellen, mathematisiert falsch.

Beispiel zu Teilaufgabe (3): Hier wird keine passende Frage zur vorgegebenen Situation gestellt. Obwohl eine graphische Darstellung zur Veranschaulichung genutzt wird, bleibt die Situation unklar.

Möglicher Impuls: Wenn man die Situation aus den Texten vorher dem Nachbarn schildern soll, kann das die Entwicklung einer genaueren Vorstellung der Aufgabensituation unterstützen.

**V41****Muster zum Lösen von Aufgaben nutzen****Dauer**

25 min

Bezug

Kapitel „Negative Zahlen“: Rechnen mit rationalen Zahlen

Hinweise

a) und **b)** in EA, dann Austausch in GA als Mathe-Konferenz („Welchen Weg hast du für welche Aufgabe genutzt?“). Dabei können Lernende sowohl den Bezug zu passenden Situationen oder der Zahlen-gerade, als auch die Beziehungen innerhalb der Päckchen wahrnehmen und nutzen.

Da die Lernenden unterschiedliche Herangehensweisen nutzen können (erst Lösen der Aufgaben, dann Muster untersuchen oder das Muster zum Lösen der Aufgaben nutzen) ist es wichtig, anschließend einen intensiven Austausch über die Ergebnisse zu ermöglichen und ggf. im Plenum die entdeckten Zusammenhänge aufzuarbeiten.

Chancen und Grenzen vorstellbarer Situationen können hier thematisiert werden.

Lernwege

Zu 5 – 2 findet jede(r) eine passende Situation, bei $\frac{3}{4} : (-3)$ ist das nur bei gutem Erinnern an das Kapitel „Negative Zahlen“ möglich. Hier helfen sonst die innermathematischen Beziehungen, die durch die Gegenüberstellung der Aufgaben fokussiert werden (in den ergänzenden Wiederholungsaufgaben).

V42**Eigene Übungsaufgaben zum Training des Rechenkalküls entwickeln****Dauer**

15-20 min

Bezug

Kapitel „Negative Zahlen“: Rechnen mit rationalen Zahlen

Hinweise

Einfache Problemlöseaufgabe, die noch einmal zentrale Aspekte fokussiert: Wann ist das Ergebnis negativ? Welche Zahlen sind eigentlich größer (-4 oder -6)?

In **a)** erstellen die Lernenden ihre eigenen Übungsaufgaben auf ihrem je eigenen Leistungsniveau. Diese können somit auch als Diagnoseanlass dienen, ebenso sollte die individuelle „Selbsteinschätzung“ thematisiert werden: „Wähle ich nur leichte Aufgaben?“.

Die Ergebnisse können in der Tischgruppe ausgetauscht und diskutiert werden: „Wie viel unterschiedliche Aufgaben finden wir zu (1)?“.

b) vernetzt die Rechenarten in verschiedenen Zahlschreibweisen, auch hier ist nach Bearbeitung in EA ein Austausch wichtig: „Zu welchen Aufgaben war es leicht, eine Situation zu finden, welche haben wir gefunden? Welche Aufgaben ließen sich leicht in andere Zahlschreibweisen übersetzen? Wie verändert sich die Situation?“.

V43 Skalierungsvorstellung der Multiplikation und Division in anderen Zahlschreibweisen**Dauer**

20-25 min

BezugNach **E8**; Vorstellungen Multiplikation und Division rationaler Zahlen**Material**

Computer mit COPYSTAR

Hinweise

Diese Aufgabe greift die bei der Multiplikation und Division von Brüchen grundlegende Skalierungsvorstellung auf und überträgt sie auf andere Zahlschreibweisen. Deutlich wird dadurch noch einmal, dass unabhängig von der Zahlschreibweise bei der Multiplikation Zahlen > 1 vergrößern, Zahlen < 1 verkleinern, bei der Division genau umgekehrt.

b) fokussiert noch einmal die Gleichwertigkeit bei unterschiedlichen Zahlschreibweisen. Die Überprüfung mit Copystar ermöglicht zum einen eine Selbstkontrolle, vertieft zum anderen nochmals die Vorstellung.

V44 Anwenden von Kontrollwegen

10-15 min

BezugNach **O9**, Anwenden von Kontrollwegen**Hinweise**Zunächst geschlossene Trainingsaufgabe, als **HA** geeignet.

Die Aneignung solider Kontrollstrategien ist eine der Kompetenzen, über die die Schülerinnen und Schüler nach der Bearbeitung des Kapitels verfügen sollten. Insofern ist diese Aufgabe am Ende noch einmal zur Festigung wichtig.

Lernwege

Welche Kontrollwege genutzt werden, hängt stark von den einzelnen Lernenden ab, denn die Wege funktionieren oft gleich gut. Der Austausch hilft, auch andere Kontrollwege wert zu schätzen.

V45 Produktives Üben von Rechenkalkülen zu rationalen Zahlen

20-25 min

Dauer**Bezug**Nach **O7**, **O8**, **O10****Hinweise**

Problemlöseaufgabe, in die man immer wieder auf einem geringen Einstiegsniveau hineinflinden kann. Verschiedene Rechenoperationen werden hier vernetzt. Die Lernenden können die Aufgabe auf unterschiedliche Weise lösen: Durch Anwenden bekannter Rechenverfahren, teilweise kombiniert mit Ausprobieren. Es lohnt sich diejenigen, die schnell aufgeben, hier immer wieder zu ermuntern.

Umsetzung: Man kann die Schülerinnen und Schüler (an Wahlaufgaben) in **EA** knobeln lassen. Dabei kann man sich zwischendurch mit einem Partner beraten. Ein zweiter Partner ist für die Kontrolle der Ergebnisse zuständig. Fragen werden in Kleingruppen oder im Unterrichtsgespräch geklärt.

Diagnose: Bietet auch Diagnosepotential hinsichtlich der Beherrschung und des Verständnisses der Rechenverfahren: Wer kann nun mit welcher Rechenart sicher umgehen und sieht Strukturen?

V46 Kontextbezogenes Rechnen mit verschiedenen Zahlschreibweisen

20-30 min

Dauer**Bezug**

Vermischtes Anwenden verschiedener Zahlen und Operationen im Kontext

HinweiseGeschlossene Anwendungsaufgabe bis **d)**, als **HA** geeignet.

Die Aufgabe verknüpft Alltagskompetenzen (einfache Berechnungen und Überschlagen) mit zentralen Ideen des Kapitels (verschiedene Zahlen, Überschlagen, Analyse als Hin- und Rückweg).

Lernwege

Aufgabe **a)** wird oft über proportionales Denken im Dreisatz gelöst. Hier lohnt es sich, die Wege (Hoch- und Runterrechnen, bzw. Denken in Hin- und Rückweg) aufzuarbeiten.

1 kg. Kartoffeln	= 2,50 €
500 g. Kartoffeln	= 1,25 €
100 g. Kartoffeln	= 0,25 €
500 g. - 100 g. Kartoffeln	= 1,25 € - 0,25 € = 1,00 €
400 g. Kartoffeln	= 1,00 €

Kompetenzen

Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen verschiedene Darstellungsformen (verschiedene symbolische Schreibweisen sowie Situationen und Bilder) für rationale Zahlen und wechseln zwischen ihnen,
- wählen unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck aus,
- führen Operationen in verschiedenen Darstellungen syntaktisch aus, können sie aber auch in Situationen und Bildern sehen,
- entwickeln vielfältige Kontrollstrategien.

Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

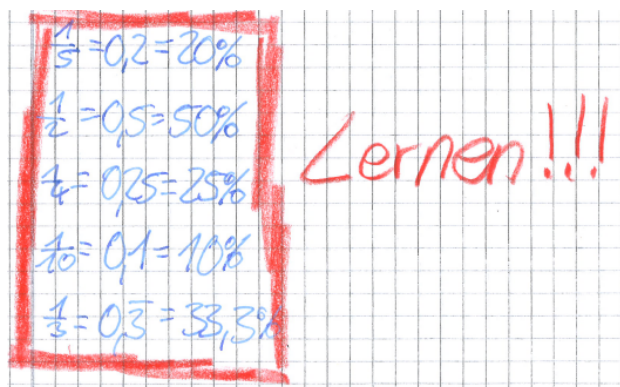
Die Schülerinnen und Schüler

- sammeln und diskutieren ihr Wissen und ihre Fähigkeiten,
- greifen sehr gezielt und systematisch auf alle Wissensspeicherseiten zurück,
- verschaffen sich Überblicke, zum Beispiel in einer Concept-Map (in **O8** und **O11**)

Der stark systematisierende Charakter des Kapitels eignet sich insbesondere dazu, die systematische Arbeit mit dem Wissenspeicher zu etablieren. Damit erwerben die Lernenden die wichtige arbeitsmethodische Kompetenz, selbständig altes Wissen zu aktivieren.

Der Kontext „Zahlenlexikon“ hilft, den Wissenspeicher als Nachschlagewerk zu begreifen und nutzen zu lernen, dies ist für die weitere Arbeit in den Klassen 7-10 sehr wichtig.

Einige Wissens Elemente sollten Lernende auch auswendig lernen:



Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Schreiben und Sprechen: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende (dauerhaft) aktiv nutzen können (zum Teil aus alten Kapiteln):

- Bruch, Prozentzahl, Dezimalzahl, Kehrbruch
- Zahlbereiche: natürliche, ganze, rationale Zahlen
- ich wandle einen Bruch in eine Prozentzahl um
- diese Rechenart bedeutet...
- passende Bilder/ Situationen finden
- ich wandle in eine andere Schreibweise um
- dazu stelle ich mir diese Situation / dieses Bild vor...
- ich mache die Rechnung rückgängig (das Multiplizieren mit dem Bruch mache ich durch das Dividieren durch den Bruch rückgängig, ...)

Lesen und Zuhören: Die folgenden themenspezifischen Wörter und Satzbausteine sollten Lernende in ihrer Bedeutung erfassen, aber nicht unbedingt selbst nutzen können:

- sie erklären durch eine Situation oder durch ein Bild
- sie kehren die Operation um
- die Menge ist enthalten in ...
- die Teilmenge von der Obermenge

Überprüfung

Gerade die in Etappe A und B thematisierten Fähigkeiten sollten auch in einer Arbeit getestet werden.

Zusätzlich dazu bietet das zu erstellende **Zahlenlexikon** eine sehr gute Gelegenheit für eine **ergänzende Leistungsüberprüfung**. Die Lernenden können das Zahlenlexikon auch über die vorbereiteten Wissenspeicherseiten hinaus weiter ausgestalten und geben dies als Kondensat ihres nun systematisierten Wissens ab. Bewertet wird die Vollständigkeit und Richtigkeit, aber auch die Kreativität der Sammlung von Alltagsbeispielen.

Die Hinweise beziehen sich auf die Aufgaben im Schulbuch. Alternativ kann mit den zusätzlichen Trainingsaufgaben im Onlinebereich geübt werden.

136



Unser Zahlenlexikon – Zahlenwissen ordnen und vernetzen

Checkliste

 Unser Zahlenlexikon –
Zahlenwissen ordnen und vernetzen

 Ich kann ...
Ich kenne ...

 Hier kann ich
üben ...

K1	Ich kann für jede Schreibweise rationaler Zahlen typische Situationen angeben, für die man sie braucht. Gib ein Beispiel für eine Situation, in der Prozente vorkommen. Wieso reichen die natürlichen Zahlen in dieser Situation nicht?	S. 118 Nr. 1
K2	Ich kann Brüche in Dezimalzahlen und Prozente umwandeln und wieder zurück. Wandle $\frac{3}{8}$ und $\frac{4}{15}$ in Prozente und Dezimalzahlen um und trage sie auf der Zahlengeraden ein. Wandle 3,23 in einen Bruch um und trage ihn auf der Zahlengeraden ein.	S. 119 Nr. 4, 5 S. 121 Nr. 9 S. 122 Nr. 11
K3	Ich kenne die Fachwörter natürliche Zahl, ganze Zahl, Bruch, negative Zahl und rationale Zahl und kann für jeden Zahlbereich Beispiele und Gegenbeispiele angeben. Finde eine Zahl, die rational, aber nicht ganz ist.	S. 123 Nr. 13–15
K4	Ich kann für alle Rechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) passende Situationen oder Bilder angeben. Zeichne ein Bild zu $1,3 \cdot 0,5$. Gib eine Situation an zu $\frac{5}{8} - \frac{1}{2}$.	S. 127 Nr. 22, 23 S. 128 Nr. 24, 26
K5	Ich kann alle Rechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) für Dezimalzahlen sicher ausführen und kontrollieren. Berechne $3,05 \cdot 6,2$ und $305,001 : 0,2$ und erkläre, wie man vorgeht. Warum sind die Rechnungen $3,05 \cdot 6,2 = 1,891$ und $305,001 : 0,2 = 61,002$ falsch?	S. 124 Nr. 16 S. 125 Nr. 18–20
K6	Ich kann Additionen, Subtraktionen und Multiplikationen mit Brüchen sicher ausführen und kontrollieren. Wie rechnet man $\frac{3}{5} - \frac{2}{15}$? Warum ist $\frac{3}{5} - \frac{2}{15} = \frac{11}{15}$ falsch?	S. 124 Nr. 17 S. 125 Nr. 20
K7	Ich kann mir zur Division von Brüchen eine Situation vorstellen und erklären, wie sie mit der Multiplikation zusammen hängt. Welche Multiplikation macht die Division durch $\frac{1}{6}$ rückgängig? Erkläre im Zusammenhang mit dem Vergrößern und Verkleinern beim Kopierer.	S. 129 Nr. 28, 29 S. 130 Nr. 33 S. 132 Nr. 37
K8	Ich kann Divisionen mit Brüchen ausführen und erklären, wie man rechnet. Wie rechnet man $\frac{3}{8} : \frac{2}{9}$?	S. 130 Nr. 30–32

Vorausgesetzte Basiskompetenzen, die mit Hilfe der Übe-Kartei geübt werden können:

Hier lohnt es, die gesamte Übe-Kartei zu folgenden Kapiteln zu aktivieren, aber eher begleitend als vorgehend:

- Brüche verstehen
- Brüche vergleichen und addieren
- Brüche multiplizieren
- Dezimalzahlen verstehen und addieren
- Dezimalzahlen multiplizieren und dividieren.

Basiskompetenzen dieses Kapitels, die in der Übe-Kartei aufgegriffen werden:

- K2** Ich kann Brüche in Dezimalzahlen und Prozentzahlen umwandeln und wieder zurück.
- K4** Ich kann für eine Situation oder ein Bild entscheiden, welche Rechenart dazu passt.
- K7/8** Ich kann mir zur Division von Brüchen eine Situation vorstellen und erklären, wie sie mit der Multiplikation zusammen hängt.
- K8** Ich kann Divisionen mit Brüchen ausführen und erklären, wie man rechnet.

Materialübersicht für dieses Kapitel

Das hier aufgelistete Material ist jeweils mit einem Verweis versehen, an dem Sie erkennen, wo Sie das Material finden. Dabei steht:

- **SB** für das zugehörige Schulbuch,
- **MB** für den gedruckten Materialblock,
- **KOSIMA** für Online-Angebote auf der **KOSIMA-Homepage**:
<http://www.ko-si-ma.de> → *Produkte* → *Handreichungen* → *mathewerkstatt 7*,
- **CORNELSEN** für Online-Angebote bei Cornelsen mit **Mediencode** (Buchkennung: MWS040018):
www.cornelsen.de/mathewerkstatt → *mathewerkstatt 7* oder *mathewerkstatt 3*.

Zahlenlexikon 1

Bild der Einstiegsseite (SB|KOSIMA)

Zahlenlexikon 2	Wissensspeicher <i>Zahlen 3</i> (SB E1 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 3	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Zahlen 3</i> (SB E1 KOSIMA)
Zahlenlexikon 4	Wissensspeicher <i>Zahlen 4</i> (SB E1 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 5	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Zahlen 4</i> (SB E1 KOSIMA)
Zahlenlexikon 6	Wissensspeicher <i>Brüche 3</i> (SB E1 MB Kl. 5)
Zahlenlexikon 7	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 3</i> (SB E1 KOSIMA)
Zahlenlexikon 8	Wissensspeicher <i>Brüche 4</i> (SB E1 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 9	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 4</i> (SB E1 KOSIMA)
Zahlenlexikon 10	Wissensspeicher <i>Brüche 11</i> (SB E1 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 11	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 11</i> (SB E1 KOSIMA)
Zahlenlexikon 12	Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 1</i> (SB E1 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 13	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 1</i> (SB E1 KOSIMA)
Zahlenlexikon 14	Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 2</i> (SB E1 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 15	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 2</i> (SB E1 KOSIMA)
Zahlenlexikon 16	Wissensspeicher <i>Negative Zahlen 3</i> (SB E1 MB)
Zahlenlexikon 17	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Negative Zahlen 3</i> (SB E1 KOSIMA)
Zahlenlexikon 18	Methodenspeicher <i>Zahlenschreibweisen</i> (SB E2 MB)
Zahlenlexikon 19	Wissensspeicher <i>Brüche 6</i> (SB E5 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 20	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 6</i> (SB E5 KOSIMA)
Zahlenlexikon 21	Wissensspeicher <i>Brüche 10</i> (SB E5 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 22	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 10</i> (SB E5 KOSIMA)
Zahlenlexikon 23	Wissensspeicher <i>Brüche 12</i> (SB E5 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 24	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 12</i> (SB E5 KOSIMA)
Zahlenlexikon 25	Wissensspeicher <i>Brüche 13</i> (SB E5 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 26	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 13</i> (SB E5 KOSIMA)
Zahlenlexikon 27	Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 3</i> (SB E5 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 28	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 3</i> (SB E5 KOSIMA)
Zahlenlexikon 29	Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 4</i> (SB E5 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 30	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 4</i> (SB E5 KOSIMA)
Zahlenlexikon 31	Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 5</i> (SB E5 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 32	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 5</i> (SB E5 KOSIMA)
Zahlenlexikon 33	Applet <i>Copystar</i> (SB E8/9 CORNELSEN, Mediencode: 109-1)

Zahlenlexikon 34	Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 1</i> (SB 01 MB)
Zahlenlexikon 35	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 1</i> (SB 01 KOSIMA)
Zahlenlexikon 36	Wissensspeicher <i>Brüche 3</i> (SB 01 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 37	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 3</i> (SB 01 KOSIMA)
Zahlenlexikon 38	Wissensspeicher <i>Brüche 4</i> (SB 01 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 39	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 4</i> (SB 01 KOSIMA)
Zahlenlexikon 40	Wissensspeicher <i>Brüche 11</i> (SB 01 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 41	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 11</i> (SB 01 KOSIMA)
Zahlenlexikon 42	Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 1</i> (SB 01 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 43	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 1</i> (SB 01 KOSIMA)
Zahlenlexikon 44	Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 2</i> (SB 01 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 45	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Dezimalzahlen 2</i> (SB 01 KOSIMA)
Zahlenlexikon 46	Wissensspeicher <i>Negative Zahlen 3</i> (SB 01 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 47	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Negative Zahlen 3</i> (SB 01 KOSIMA)
Zahlenlexikon 48	Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 2</i> (SB 02 MB)
Zahlenlexikon 49	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 2</i> (SB 02 KOSIMA)
Zahlenlexikon 50	Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 3</i> (SB 03 MB)
Zahlenlexikon 51	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 3</i> (SB 03 KOSIMA)
Zahlenlexikon 52	Kopiervorlage <i>Zahlbereiche</i> (SB 04 KOSIMA)
Zahlenlexikon 53	Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 4</i> (SB 05/07/08 MB)
Zahlenlexikon 54	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 4</i> (SB 05/07/08 KOSIMA)
Zahlenlexikon 55	Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 5</i> (SB 06/07/08 MB)
Zahlenlexikon 56	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 5</i> (SB 06/07/08 KOSIMA)
Zahlenlexikon 57	Wissensspeicher <i>Brüche 13</i> (SB 08 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 58	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 13</i> (SB 08 KOSIMA)
Zahlenlexikon 59	Wissensspeicher <i>Problemlösen 3</i> (SB 09 MB)
Zahlenlexikon 60	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Problemlösen 3</i> (SB 09 KOSIMA)
Zahlenlexikon 61	Kopiervorlage <i>Pfeilbilder</i> (SB 010 KOSIMA)
Zahlenlexikon 62	Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 6</i> (SB 010/011/12 MB)
Zahlenlexikon 63	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Rationale Zahlen 6</i> (SB 010/011/012 KOSIMA)
Zahlenlexikon 64	Applet <i>Copystar</i> (SB 011 CORNELSEN, Mediencode: 117-1)
Zahlenlexikon 65	Wissensspeicher <i>Brüche 7</i> (SB V3 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 66	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 7</i> (SB V3 KOSIMA)
Zahlenlexikon 67	Arbeitsmaterial <i>ausgefüllte Tabelle</i> (SB V10 KOSIMA)
Zahlenlexikon 68	Arbeitsmaterial <i>Wohin darf ich gehen?</i> (SB V13 MB)
Zahlenlexikon 69	Arbeitsmaterial <i>Zahlenkarten</i> (SB V20 MB)
Zahlenlexikon 70	Arbeitsmaterial <i>Blankokarten</i> (SB V20 MB)
Zahlenlexikon 71	Arbeitsmaterial <i>Spielkarten</i> (SB V21 CORNELSEN, Mediencode: 126-1)
Zahlenlexikon 72	Arbeitsmaterial <i>Kästchen</i> (SB V26 KOSIMA)
Zahlenlexikon 73	Wissensspeicher <i>Brüche 13</i> (SB V27 MB Kl. 6)
Zahlenlexikon 74	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Brüche 13</i> (SB V27 KOSIMA)
Zahlenlexikon 75	Arbeitsmaterial <i>Wie oft passt das da rein?</i> (SB V33 MB)
Zahlenlexikon 76	Wissensspeicher <i>Negative Zahlen 4</i> (SB V39 MB)
Zahlenlexikon 77	Ausgefüllter Wissensspeicher <i>Negative Zahlen 4</i> (SB V39 KOSIMA)
Zahlenlexikon 78	Applet <i>Copystar</i> (SB V41 CORNELSEN, Mediencode: 134-1)
Zahlenlexikon 79	Zusätzliches Trainingsangebot (CORNELSEN, Mediencode: 136-1)
Zahlenlexikon 80	Checkliste zum Ausfüllen (SB MB & CORNELSEN)