

Susanne SCHNELL, Dortmund

„Es ist Zufall, aber man kann es schon ungefähr herausfinden“ – Interviewstudie zur Vorstellungsentwicklung in der Stochastik im Rahmen des Projekts Kosima

1. Muster und Störung als zentrales Element der Stochastik

Der Sechstklässler Leo äußert am Ende der Bearbeitung einer Lernumgebung zur Einführung der Stochastik, dass man etwas herausfinden kann, obwohl es Zufall ist. Diese Aussage bezieht sich auf zwei Seiten des Phänomens Zufall: „having uncertain individual outcomes but a regular pattern of outcomes in many repetitions“ (Moore 1990, S. 97). Dies stellt eine besondere Herausforderung des mathematischen Umgangs mit dem Zufall dar: Nach Konold (1991) tendieren Menschen häufig dazu, Wahrscheinlichkeiten als Aussage über einzelne Ausgänge von Zufallsexperimenten zu interpretieren, anstatt sie fachlich angemessen als Schätzwerte für die relativen Häufigkeiten bei langen Versuchsreihen anzusehen. Das Spannungsverhältnis zwischen Mustern auf lange Sicht und deren Störung auf kurze Sicht ist somit wesentlich für die (unterrichtliche) Behandlung der Stochastik. Das zugrundeliegende empirische Gesetz der großen Zahlen sollte ein zentrales Element für den verständigen Aufbau stochastisch tragfähiger Vorstellungen sein (Prediger 2008). Die hier vorgestellte Studie untersucht daher, wie sich bei Lernenden zu Beginn des Stochastikunterrichts in Klasse 6 Vorstellungen zum Phänomen Zufall hinsichtlich der Ausdifferenzierung von kurzer und langer Sicht entwickeln.

2. Theoretische Hintergrund zur Vorstellungsentwicklung

Als Vorstellungen werden alle subjektiven mentalen Strukturen unterschiedlicher Komplexitätsebenen verstanden, die Lernende zur Interpretation ihrer Erfahrungen anwenden (Gropengießer 2001, S.30ff). Im Sinne des Ansatzes des Conceptual Change kann die Entwicklung solcher Vorstellungen in zwei Richtungen verlaufen (Prediger 2008): Einerseits werden bestehende Vorstellungen durch unterrichtliche Behandlung des Themas überformt (bezeichnet als „*vertikale Entwicklung*“, ebd.). Empirische Untersuchungen wie zum Beispiel Konold (1991) zeigen allerdings, dass auch nach dem erfolgreichen Absolvieren des Stochastikunterrichts Vorstellungen bestehen bleiben, die aus fachlicher Sicht nicht tragfähig sind und die situationsbezogen aktiviert werden. Individuelle Vorstellungen scheinen also auch durch weitere Vorstellungen ergänzt zu werden (bezeichnet als „*horizontale Entwicklung*“, Prediger 2008).

Zur präziseren Beschreibung der Entwicklungsprozesse werden Vorstellungen auf der Ebene von Konstrukten analysiert (vgl. Schwarz et al. 2009). Diese werden verstanden als unterschiedlich komplexe Elemente von Vorstellungen, die miteinander in Beziehung stehen können. Bei der Analyse des empirischen Materials konnten durch das induktive Bilden von Kategorien verschiedene Arten und Funktionen von Konstrukten identifiziert werden. Der vorliegende Beitrag fokussiert auf die Einteilung in *Konstrukte zu Mustern* (im Sinne von Verallgemeinerungen / Regelmäßigkeiten), *Konstrukte zu Störungen* (Unregelmäßigkeiten / Abweichungen von erwarteten Mustern) und *Konstrukte zur Erklärung* der beobachteten Muster oder Störungen (für weitere vgl. Prediger / Schnell i.V.). Diese Kategorien sollen im Folgenden der Beschreibung der individuellen Lernwege von Schülerinnen und Schülern dienen.

3. Lernumgebung „Wettkönig“ und Design der empirischen Studie

Zur Untersuchung der Entwicklungsprozesse von Schülervorstellungen wurde die *Lernumgebung „Wettkönig“* aus dem Schulbuch Mathewerkstatt (Prediger / Hußmann 2012) genutzt. Diese basiert auf einem Brettspiel mit ergänzender Computersimulation, bei der vier verschieden gefärbte Tiere ein Wettrennen laufen. Angetrieben werden sie durch einen 20-seitigen Farbwürfel, bei dem die Ameise mit sieben roten Seiten theoretisch die höchste Wahrscheinlichkeit hat. Ziel des Spiels ist das Finden einer Strategie, um möglichst sicher vorherzusagen, welches Tier gewinnen wird. Die Sicherheit der Strategie soll in Bezug gesetzt werden zur Gesamtanzahl der Würfe, nach denen das Siegetier bestimmt wird. Jene kann variiert werden zwischen 1 und 10.000. Die Konzeption der Lernumgebung soll Lernenden als Zugang zur Stochastik in Klasse 6 das Sammeln von Erfahrungen zum empirischen Gesetz der großen Zahlen ermöglichen. Neben dieser ersten Spielvariante existiert eine weiterführende zur Vorhersage relativer Häufigkeiten, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll.

Das *Untersuchungsdesign* besteht aus Design-Experimenten mit zehn Paaren von Schülerinnen und Schülern aus zwei sechsten Klassen einer Gesamtschule. Dabei wurde die Lernumgebung in vier bis sechs aufeinander aufbauenden Interviews von jeweils 45 bis 90 Minuten bearbeitet. Ziel dieses Designs ist es, längerfristige Entwicklungsprozesse bei den Schülerinnen und Schülern beobachten zu können. Im Folgenden soll ein Ausschnitt der Ergebnisse zur Vorstellungsentwicklung bei den Schülerinnen Ramona und Sarah vorgestellt werden hinsichtlich der Prozesse der Ausdifferenzierung von kurzer und langer Sicht.

4. Individuelle Vorstellungsentwicklung bei Ramona und Sarah

Die Schülerinnen Ramona und Sarah bearbeiteten die Lernumgebung „Wettkönig“ in fünf aufeinander aufbauenden Interviews über den Zeitraum von zwei Wochen. Bereits innerhalb der ersten drei Spiele auf dem Brett, in denen immer die rote Ameise gewonnen hatte, äußern die Schülerinnen das Musterkonstrukt „Rote Ameise ist immer am besten“ und begründen dies zunächst rein über empirische Beobachtungen und dann auch über die Auszählung der Farbverteilung auf dem Würfel (für eine genauere Analyse siehe Prediger / Schnell i.V.). Direkt im Anschluss daran verweist Ramona auf einen Zustand, der nicht zur Farbverteilung und zum beobachteten Muster passt:

Ramona: Blau hat aber auch gute Chancen weil- [...] Blau hat manchmal sehr viel Glück und dann kriegt er halt die drei Felder manchmal sehr oft.

Ramona scheint mit ihrer Aussage hervorzuheben, dass auch andere Ausgänge eintreten können als die durch die Farbverteilung vorgegebenen. Sie bezieht sich dabei auf den blauen Igel, der gemäß der Farbverteilung die geringsten Chancen besitzt. Auch für diese vom Erwarteten abweichenden Spielausgänge findet sie eine Erklärung nämlich das „Glück“ der anderen Tiere. Da dieses *Konstrukt eine Störung* thematisiert und scheinbar einen anderen Gültigkeitsbereich besitzt als das zuvor geäußerte *Musterkonstrukt* (nämlich wenn die andere Tiere Glück haben), kann es als eine *horizontale Ergänzung* dazu betrachtet werden.

Zur Verdeutlichung der Entwicklung wird hier ein Sprung zum zweiten Interview vorgenommen, in dem die Computersimulation hinzugezogen und mehrere Spielprotokolle mit vorgegebenen Wurfanzahlen sowie eine Zusammenfassung ausgefüllt wurden, die auf den Vergleich der Gewinntiere bei verschiedenen Wurfanzahlen fokussieren. In Anschluss daran bittet die Interviewerin darum, die Wettstrategie explizit zu benennen.

Sarah: Bei 100 und 1000 gewinnt immer die Ameise und bei 10 und 1 ist es immer verschieden.

Sarah greift wiederum das Muster „Rote Ameise ist immer am besten“ auf. Durch die vorangegangenen Analysen der Spielergebnisse formuliert sie nun eine ausdifferenziertere Version des Musters, indem sie dessen Gültigkeitsbereich einschränkt: Das Muster zeigt sich dann (ausschließlich), wenn die Wurfanzahlen hoch genug sind. Das Muster scheint so vertikal weiterentwickelt worden zu sein durch eine Verfeinerung seines Gültigkeitsbereichs. Allerdings äußert Sarah nicht nur eine Weiterentwicklung des Musterkonstrukts, sondern auch die des Störungskonstrukts: Dieses lässt sich vor allem dann beobachten, wenn die Wurfanzahlen niedrig sind. Auch hier wird der Gültigkeitsbereich verfeinert. Durch die Abgrenzung der Gültig-

keitsbereiche scheint eine tragfähige Vorstellung von der Auswirkung des empirischen Gesetzes der großen Zahlen zu entstehen.

5. Vorstellungsentwicklung auf Konstruktebene

Der exemplarische Einblick in die Untersuchung zeigt, wie die Unterscheidung zwischen kurzer und langer Sicht konstruiert wird über die *Ausdifferenzierung der Gültigkeitsbereiche von Konstrukten*, die sowohl Muster als auch Störungen thematisieren. Dabei werden empirische Beobachtungen und die Farbverteilung als theoretische Ursache für Muster bzw. (eher individuell geprägt) das Glück der anderen Tiere für Störungen im kleinen Wurfanzahlbereich herangezogen.

In weiteren Analysen sollen Ausdifferenzierungen von Konstrukten zu den Schwerpunkten ‚Muster‘ und ‚Störung‘ über alle Interviewpaare hinweg identifiziert werden, so dass ein detaillierterer Einblick in die vertikalen und horizontalen Entwicklungsprozesse von Vorstellungen zum Phänomen Zufall möglich wird.

Dieses Projekt ist eingebunden in das langfristige Forschungs- und Entwicklungsprojekt KOSIMA, vgl. Hußmann / Leuders / Barzel / Prediger in diesem Band.

Literatur

- Gropengießer, H. (2001): Didaktische Rekonstruktion des Sehens. Wissenschaftliche Theorien und die Sicht der Schüler in der Perspektive der Vermittlung. Oldenburg: Didaktisches Zentrum der Universität Oldenburg.
- Konold, C. (1991): Understanding Students' Beliefs About Probability. In E. v. Glasersfeld (Hrsg.): *Radical Constructivism in Mathematics Education*, Amsterdam: Kluwer, 139-156.
- Moore, D.S. (1990): Uncertainty. In L. Steen (Hrsg.): *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*, Washington, DC: National Academy Press, 95-137.
- Prediger, S. (2008): Do you want me to do it with probability or with my normal thinking? Horizontal and vertical views on the formation of stochastic conceptions. In: *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3(3), 126-154.
- Prediger, S. / Hußmann, S. (in Vorbereitung für 2012): Spielen – Wetten – Voraussagen. Den Zufall im Griff? Erscheint in S. Prediger, B. Barzel, S. Hußmann, T. Leuders (Hrsg.): *Mathewerkstatt 6*. Berlin: Cornelsen.
- Prediger, S. / Schnell, S. (in Vorbereitung): Individual Pathways in the Development of Students' Conceptions of Patterns of Chance, in: *Proceedings of Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Rzeszów (Polen).
- Schwarz, B., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2009): The nested epistemic actions model for abstraction in context, in: *ibid.* (Hrsg.): *Transformation of Knowledge through Classroom Interaction*, London/ New York: Routledge, 11-41.