

# Erkläre, warum es so nicht geht

## Fehlerbearbeitung als Aufgabenformate für eigenständiges Konsolidieren von Regeln und Vorgehensweisen

Susanne Prediger

Vorversion eines Artikels in Mathematik lehren 164 (Feb 2011), 20-22.

Lerngruppe:	Grundidee für 5-13. Schuljahr, Beispiele für 5. und 6. Schuljahr
Idee:	Fehlerbearbeitung ist ein Aufgabenformat, mit dem Lernende ihr implizites Können explizieren und verschriftlichen können. Gleichzeitig wird Abgrenzungswissen aufgebaut, warum etwas nicht geht.
Themen der Beispiele:	Kreise mit Zirkel zeichnen und Vorfahrtsregeln bei Termen
Material:	2 Kopiervorlagen
Weiteres Material:	Folien und Stifte
Zeitbedarf:	je 1 Unterrichtsstunde

Oft haben Schülerinnen und Schüler nach Erkundungsphasen schon eine ganz gute Intuition für Regeln oder Verfahren. Sie wissen, was sie tun müssen und können es in der Situation auch umsetzen. Doch wissen sie es genau genug? Und auch noch zwei Wochen später? Für den Aufbau nachhaltigen und konsolidierten Könnens ist darüber hinaus eine explizite Verschriftlichung der Regeln und Verfahren wichtig. In diesem Artikel wird die Arbeit an Fehlern fiktiver Lernender als ein Aufgabenformat vorgestellt, mit dem Schülerinnen und Schüler selbständig ihr implizites Können explizieren und verschriftlichen können.

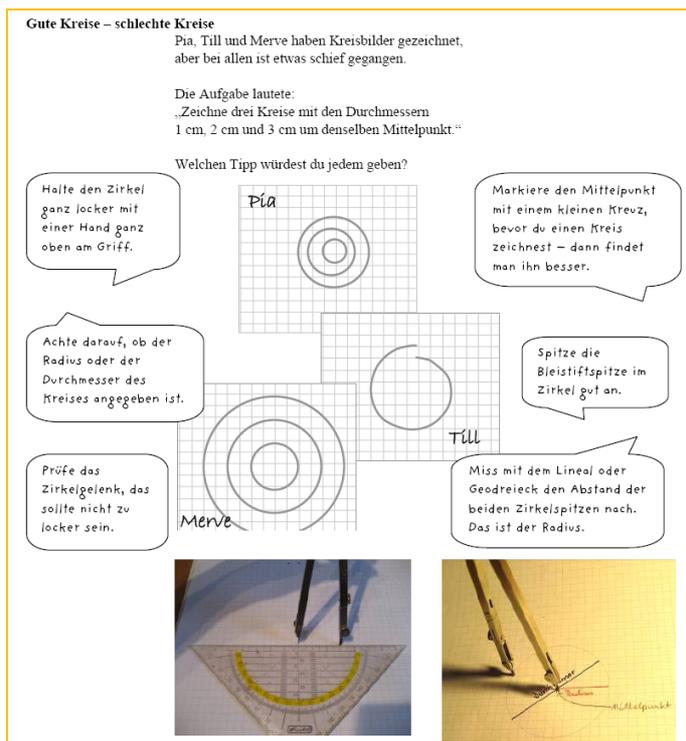
### Beispiel 1: Umgang mit Zirkel – Vorgehensweisen verschriftlichen

Wer selbst schon Kreisbilder gezeichnet hat, hat einige Erfahrungen gesammelt, die es zu explizieren lohnt. Die Auseinandersetzung mit schiefen Zeichnungen ist ein guter Anlass, das Fehlerwissen zu sammeln und auf dieser Basis die wichtigsten Aspekte beim Zeichnen mit dem Zirkel explizit zu formulieren (vgl. Arbeitsblatt 1 aus Hußmann/Leuders 2010).

Abb. 1 zeigt, wie Lisa (5. Klasse Gesamtschule) als in Auseinandersetzung mit den schiefen Zeichnungen mathematisch substantielle Tipps formulieren kann, worauf man beim Zeichnen achten muss. Gerade ihre Ermutigungen zeigen, wie sie in einen gedachten Dialog mit den (Fehler begehenden) Kindern tritt. Diese gedachte Mündlichkeit bietet vielen eine wichtige Hilfestellung beim sonst oft schwierigen Verschriftlichen.

Für Lernende, denen eine geeignete Sprache für die Formulierung der Tipps noch fehlt, können die Sprechblasen auf dem Arbeitsblatt eine Hilfe bieten, wenn diese nur noch zuzuordnen sind.

Durch solcherart Fehlerbearbeitungen entstehen zwar keine perfekt formulierten mehrschrittigen Anleitungen, aber ein verschriftliches konsolidiertes Können, das gleichzeitig durch Fehlerwissen gestützt ist. Die zentrale Bedeutung des Fehlerwissens haben psychologische Studien immer wieder gezeigt (vgl. Prediger / Wittmann 2009).



Arbeitsblatt 1: Regeln für den Umgang mit dem Zirkel explizieren

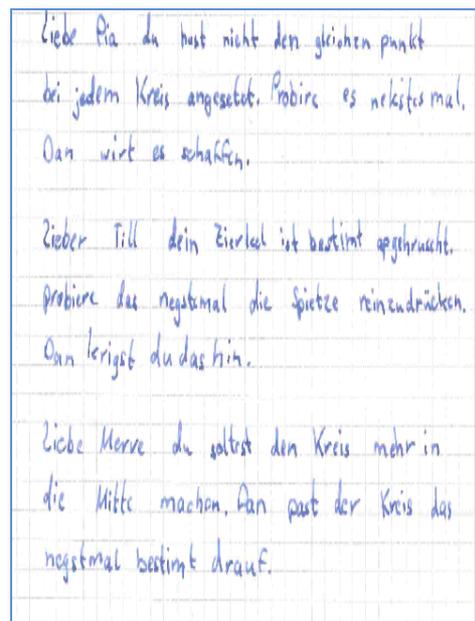


Abb. 1: Lisa gibt Tipps

### Eigentätiges Aneignen von Konventionen - Beispiel Klammern und Vorfahrtsregeln

60 und 72 zusammen, und dann alles durch 4. - Also  $60+72 : 4$ ?

Wer über Terme kommunizieren will, muss sich einigen, wie Terme zu lesen sind und welche Operationen zuerst ausgeführt werden. Dafür gibt es Klammern und Vorfahrtsregeln. Bei der richtigen Inszenierung kann die *Notwendigkeit* von Vorfahrtsregeln durchaus selbständig von Kindern entdeckt werden, die konkrete Regel „Punkt vor Strich“ dagegen ist eine Konvention, die man nicht entdecken, sondern nur sich aneignen kann. Wo soll hier noch Raum für die Eigentätigkeit der Lernenden sein, wenn es um die schlichte Mitteilung von Regeln geht?

Das Aufgabenformat der Fehlerbearbeitung eignet sich auch hier, um nach einer Präsentation der Regeln eigenständig ihre Bedeutung zu erfassen und sie sich damit anzueignen. Eine mögliche Aufgabenstellung dazu findet sich etwa in Arbeitsblatt 2 (aus Marxer/Prediger 2010). Abb. 2 zeigt dazu eine Bearbeitung aus der Erprobung in einer 6. Klasse Realschule. Hier wird Abgrenzungswissen aufgebaut (vgl. Prediger/Wittmann 2009), indem Regelverstöße den Ausgangspunkt bilden für korrekte Anwendungen der Regeln. „Wieso ist das falsch, so hätte ich das ja auch gemacht?“

In der Erprobung zeigte sich allerdings auch, dass die Konstruktion eigener falscher Beispiele gar nicht trivial ist, weil sie nur bei Termen mit spezifischen Folgen von Operationen überhaupt vorkommen können (vgl. Abb. 3, wo für beide Rechenarten „zufällig“ dasselbe Ergebnis herauskommt). Jan sagte in der Klassendiskussion, nachdem er immer wieder richtig gerechnet hatte: „Ja, wenn man kapier hat, wie man es falsch macht!“ – Dann ist die Regel gut verstanden und behalten.

## 2 Gemeinsame Regeln für den Umgang mit Termen

**Klammer-Regel:**  
Klammern binden zusammen, werden also immer zuerst ausgerechnet.

**Punkt-vor-Strich-Regel:**  
Erst werden  $\cdot$  und  $:$  ausgerechnet, dann  $+$  und  $-$ .

Die *Klammer-Regel* und die *Punkt-vor-Strich-Regel* helfen beim Lesen und Aufstellen von Termen, damit so gerechnet wird, wie der Term gemeint war. Diese Regeln haben die Freunde aber nicht beachtet:

Tills falsche Rechnung:

$$\begin{array}{l} 10 \cdot (32 - 12) \\ = 320 - 12 \\ = 308 \end{array}$$

Pias falsche Rechnung:

$$\begin{array}{l} 15 + 6 \cdot 3 \\ = 21 \cdot 3 \\ = 63 \end{array}$$

Merves falsche Rechnung:

$$\begin{array}{l} 10 - 5 + 4 \\ = 10 - 9 \\ = 1 \end{array}$$

**MB**  
Wissenspeicher  
Regeln für Terme  
S. MB2

- Was haben die drei mit den Bögen ( $\curvearrowright$ ) dargestellt?
- Korrigiere die falschen Rechnungen von Till, Pia und Merve. Nutze dabei auch Bögen, um zu zeigen, wie du rechnest.
- Ordne zu, welche Regeln im grünen Kasten von wem gebrochen wurde. Bei den Rechnungen oben wurde noch eine dritte Regel nicht beachtet. Versuche sie herauszufinden und schreibe sie auf.
- Überlege für jede der drei Regeln ein weiteres falsches Beispiel und korrigiere es.
- Vergleicht eure Ergebnisse und übertrag sie in den Wissenspeicher.

## Arbeitsblatt 2: Fehlersuche zur selbständigen Aneignung und Sicherung der Vorfahrtsregeln

Wissenspeicher Regeln für den Umgang mit Termen		
<b>Klammer-Regel</b> Klammern binden zusammen, werden also immer zuerst ausgerechnet.	<b>Beispielterm:</b> $10 \cdot (32 - 12)$ falsch gerechnet: $\begin{array}{l} 10 \cdot 32 - 12 \\ = 320 - 12 \\ = 308 \end{array}$ richtig gerechnet: $\begin{array}{l} 10 \cdot (32 - 12) \\ = 10 \cdot 20 \\ = 200 \end{array}$	<b>mein Beispielterm:</b> $2 \cdot (12 - 4)$ falsch gerechnet: $\begin{array}{l} 2 \cdot (12 - 4) \\ = 24 - 4 \\ = 20 \end{array}$ richtig gerechnet: $\begin{array}{l} 2 \cdot (12 - 4) \\ = 2 \cdot 8 \\ = 16 \end{array}$
<b>Punkt-vor-Strich-Regel</b> Erst werden $\cdot$ und $:$ ausgerechnet, dann $+$ und $-$ .  So kann man Klammern sparen.	<b>Beispielterm:</b> $15 + 6 \cdot 3$ falsch gerechnet: $\begin{array}{l} 15 + 6 \cdot 3 \\ = 21 \cdot 3 \\ = 63 \end{array}$ richtig gerechnet: $\begin{array}{l} 15 + 6 \cdot 3 \\ = 15 + 18 \\ = 33 \end{array}$	<b>mein Beispielterm:</b> $17 + 3 \cdot 3$ falsch gerechnet: $\begin{array}{l} 17 + 3 \cdot 3 \\ = 20 \cdot 3 \\ = 60 \end{array}$ richtig gerechnet: $\begin{array}{l} 17 + 3 \cdot 3 \\ = 17 + 9 \\ = 26 \end{array}$
<b>Richtungsregel:</b> Wenn nur $+$ und $-$ oder nur $\cdot$ und $:$ vorkommt, wird von links nach rechts gerechnet.	<b>Beispielterm:</b> $10 - 5 + 4$ Falsch gerechnet: $\begin{array}{l} 10 - 5 + 4 \\ = 10 - 1 \\ = 9 \end{array}$ Richtig gerechnet: $\begin{array}{l} 10 - 5 + 4 \\ = 5 + 4 \\ = 9 \end{array}$	<b>mein Beispielterm:</b> $12 - 2 + 5$ falsch gerechnet: $\begin{array}{l} 12 - 2 + 5 \\ = 12 - 7 \\ = 5 \end{array}$ richtig gerechnet: $\begin{array}{l} 12 - 2 + 5 \\ = 10 + 5 \\ = 15 \end{array}$
Meine eigene Merkhilfe zu den Termregeln: $\underline{\text{Ich habe ne Kurzform: Punkt vor Strich, aber Klammer immer zuerst und am Ende von links nach rechts}}$		

Abb. 2: Ausgefüllte Wissenspeicherseite zum Arbeitsblatt 2

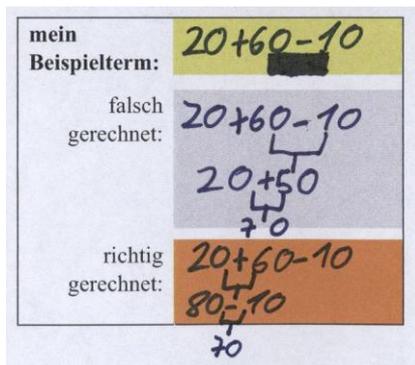


Abb. 3: Prägnante eigene Beispiele suchen ist nicht immer leicht

**Dank:** Ich danke den Erprobungsklassen und ihren Lehrkräften sowie Susanne Schnell für das empirische Material.

### Literatur

- Hußmann, Stephan / Leuders, Timo (in Vorbereitung für 2012): Kunst verstehen, Kunst schaffen – Das Gleiche woanders. Erscheint in Barzel, Bärbel / Hußmann, Stephan / Leuders, Timo / Prediger, Susanne (Hrsg.): *mathewerkstatt*. Klasse 6. Cornelsen, Berlin.
- Marxer, Michael / Prediger, Susanne (in Vorbereitung für 2012): Wer soll wie viel bezahlen? – Rechnungen darstellen und diskutieren. Erscheint in Prediger, Susanne / Barzel, Bärbel / Hußmann, Stephan / Leuders, Timo (Hrsg.): *mathewerkstatt*. Klasse 6. Cornelsen, Berlin.
- Prediger, Susanne / Wittmann, Gerald (2009): Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich?. In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 51(27), 1-8.

**Abstrakt für die Datenbank:** Schülerinnen und Schüler haben nach Erkundungsphasen oft schon eine ganz gute Intuition für Regeln oder Verfahren. Für den Aufbau nachhaltigen und konsolidierten Könnens ist darüber hinaus aber ihre explizite Verschriftlichung wichtig. Im Artikel wird die Fehlersuche als ein Aufgabenformat vorgestellt, mit dem Lernende selbständig ihr implizites Können explizieren und verschriftlichen können.