Vertiefen 1 Rechtwinklige Dreiecke konstruieren

zu Aufgabe 2
Schulbuch, Seite 106

2 Dreiecke konstruieren

a) Konstruiere die Dreiecke mit den Angaben aus der Tabelle.
Miss dann die übrigen Maße und vervollständige die Tabelle.

	α	β	γ	a	b	c
(1)		90°			6 cm	4 cm
(2)	90°	60°			5 cm	
(3)	90°				4 cm	
(4)	50°	90°	40°			

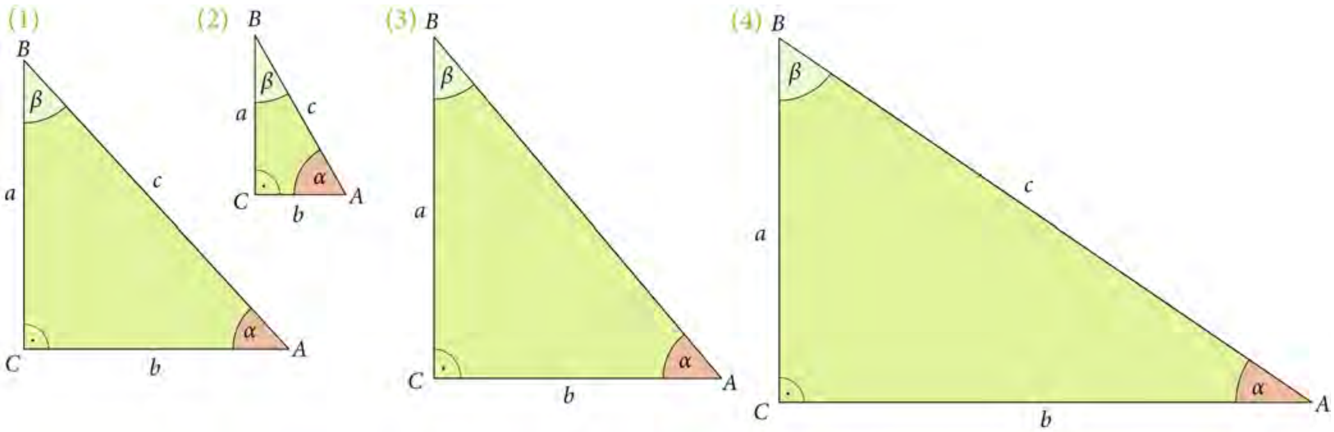
b) Bei einigen Dreiecken gibt es mehr als eine Lösung. Erkläre, woran das liegt.
Ergänze die Werte so, dass es nur eine Lösung gibt.

Vertiefen 2 Mit Sinus rechnen

zu Aufgabe 5
Schulbuch, Seite 107

5 Steigung bestimmen

a) Bestimme die Steigung bezüglich des Winkels α durch Angabe des Winkels und durch Angabe des Verhältnisses aus Gegenkathete und Hypotenuse.
Überprüfe dann mit der Tabelle aus Aufgabe 3 auf Seite 99 im Schulbuch, ob dein gemessener Winkel und das Verhältnis zusammenpassen. Falls nicht, überlege, woran das liegen kann.



b) Bestimme die Steigung bezüglich des Winkels β durch Angabe des Winkels und durch Angabe des Verhältnisses aus Gegenkathete und Hypotenuse.
Überprüfe dann mit der Tabelle aus Aufgabe 3 auf Seite 99 im Schulbuch, ob dein gemessener Winkel und das Verhältnis zusammenpassen. Falls nicht, überlege, woran das liegen kann.

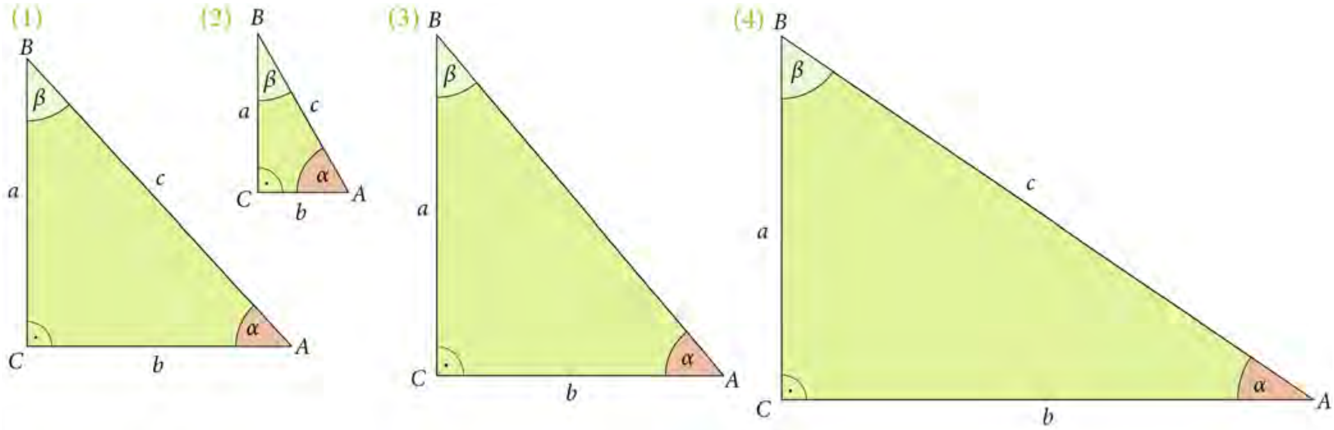
Foto: Vignette: Shutterstock/Dmitry Brizhatyuk

Vertiefen 3 Mit Kosinus und Tangens rechnen

zu Aufgabe 9
Schulbuch, Seite 109

9 Steigung bestimmen

a) Bestimme die Steigung bezüglich des Winkels α durch Angabe des Winkels und durch Angabe des Verhältnisses aus Ankathete und Hypotenuse.
Überprüfe dann mit der Tabelle aus Aufgabe 5 auf Seite 100 im Schulbuch, ob dein gemessener Winkel und das Verhältnis zusammenpassen. Falls nicht, überlege, woran das liegen kann.



b) Bestimme die Steigung bezüglich des Winkels β durch Angabe des Winkels und durch Angabe des Verhältnisses aus Gegenkathete und Hypotenuse.
Überprüfe dann mit der Tabelle aus Aufgabe 5 auf Seite 100 im Schulbuch, ob dein gemessener Winkel und das Verhältnis zusammenpassen. Falls nicht, überlege, woran das liegen kann.

Foto: Vignette: Shutterstock/Dmitry Brizhatyuk

Vertiefen 4

Schneller zum Ziel mit dem Taschenrechner

zu Aufgabe 11
Schulbuch, Seite 110

11 Mit dem Taschenrechner rechnen

a) Berechne mit dem Taschenrechner.

α	5°	25°	40°	55°	80°	75°				
$\sin\alpha$						≈0,966	0,15	0,6	0,8	0,95

α	5°	25°	40°	55°	80°	75°				
$\cos\alpha$						≈259	0,15	0,6	0,8	0,95

α	5°	25°	40°	55°	80°	75°				
$\tan\alpha$						≈259	0,15	0,6	0,8	0,95

b) Welche der beiden Aussagen ist richtig? Überprüfe sie mit dem Taschenrechner.

(1) $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$ (2) $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \tan\alpha$

Gilt das auch für andere Winkelgrößen? Erkläre, warum das so ist.

zu Aufgabe 13
Schulbuch, Seite 110

13 Fehlende Größen im rechtwinkligen Dreieck berechnen

In den folgenden rechtwinkligen Dreiecken mit $\gamma = 90°$ sind jeweils zwei Größen gegeben. Übertrage die Tabelle in dein Heft und berechne alle fehlenden Winkel und Seitenlängen.

	a	b	c	α	β
(1)		5 cm	6 cm		
(2)		4 cm		15°	
(3)	5,5 cm				30°
(4)	3 cm		8 cm		
(5)		48 mm	7 cm		
(6)	2 cm	3,5 cm			

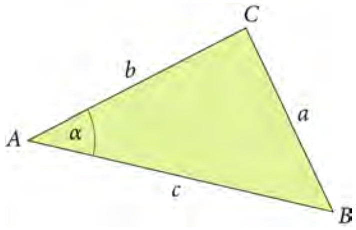
Foto: Vignette: Shutterstock/Dmitry Brizhatyuk

Vertiefen 7 Flächen berechnen in anderen Formen

zu Aufgabe 18
Schulbuch, Seite 113

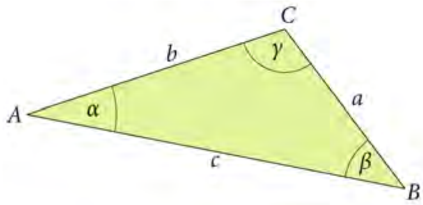
18 Flächenberechnung von Dreieck und Parallelogramm

a) Ein Dreieck ABC ist durch die Angabe von $b = 5$ cm, $c = 6$ cm und $\alpha = 45°$ nach dem Kongruenzsatz SWS eindeutig konstruierbar.
Berechne aus diesen Größen den Flächeninhalt, ohne das Dreieck zu konstruieren und die Höhe auszumessen.

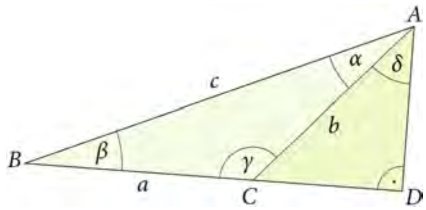


b) Berechne jeweils den Flächeninhalt des Dreiecks.

(1) $\beta = 40°$; $c = 4$ cm; $a = 6$ cm
(2) $\gamma = 70°$; $a = 5$ cm; $b = 8$ cm
(3) $\alpha = 30°$; $b = 7$ cm; $c = 8$ cm
(4) $\beta = 30°$; $a = 6$ cm; $c = 8$ cm
(5) $\gamma = 30°$; $a = 6$ cm; $b = 8$ cm

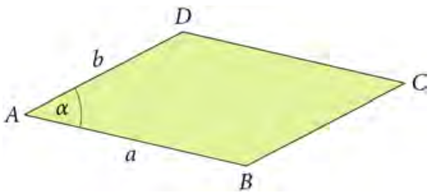


c) Berechne den Flächeninhalt eines stumpfwinkligen Dreiecks ABC mit $\gamma = 150°$, $a = 8$ cm und $b = 6$ cm.



d) Berechne jeweils den Flächeninhalt des Parallelogramms.

(1) $a = 5$ cm; $b = 3$ cm; $\alpha = 30°$
(2) $a = 5$ cm; $b = 3$ cm; $\alpha = 150°$
(3) $a = 5$ cm; $b = 3$ cm; $\alpha = 20°$
(4) $a = 5$ cm; $b = 3$ cm; $\alpha = 160°$



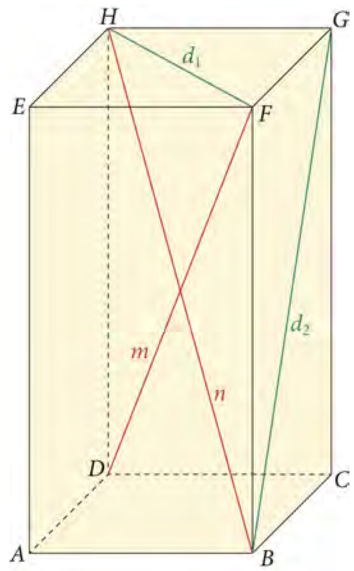
e) Vergleiche die Ergebnisse in d). Was stellst du fest? Begründe.

Vertiefen 8 Sinus, Kosinus und Tangens in verschiedenen Situationen

zu Aufgabe 27
Schulbuch, Seite 117

27 Quader

a) Der Quader (siehe Bild rechts) hat die Kantenlängen $a = 4$ cm, $b = 4$ cm und $c = 8$ cm.



- Wie lang sind die Flächendiagonalen d_1 und d_2?
- Wie lang sind die Raumdiagonalen m und n?
- Wie groß sind die folgenden Winkel?
  (1) zwischen der Flächendiagonalen d_1 und der Strecke $\overline{FG}$
  (2) zwischen der Flächendiagonalen d_2 und der Strecke $\overline{BC}$
  (1) zwischen der Raumdiagonalen n und der Strecke $\overline{BF}$
  (4) zwischen der Raumdiagonalen n und der Strecke $\overline{BC}$
  (5) zwischen der Raumdiagonalen n und der Strecke $\overline{BG}$
  (6) zwischen den Raumdiagonalen m und n

Erinnere dich
Streckt man eine Strecke mit dem Faktor k, dann ist die neue Strecke k-mal so lang.

b) Die Kanten a, b und c des Quaders aus a) werden mit dem Faktor 2 gestreckt.
(1) Wie lang sind nun die Flächendiagonalen d_1 und d_2 bzw. die Raumdiagonalen m und n?
(2) Wie groß sind nun die Winkel, aus Aufgabe a)?

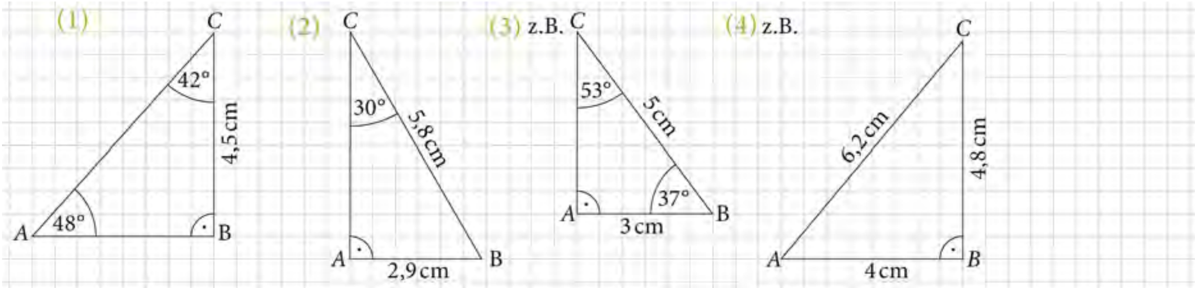
c) Begründe deine Ergebnisse aus b).

Foto: Vignette: Shutterstock/Dmitry Brizhatyuk

Lösungen 1 Rechtwinklige Dreiecke konstruieren

2 Dreiecke konstruieren

a)



b) Bei (3) und (4) sind mehrere Dreiecke möglich, denn bei (3) fehlt noch eine Angabe für einen Winkel oder eine Seitenlänge und bei (4) sind nur Winkel gegeben, sodass eine Seitenlänge beliebig gewählt werden kann.
mögliche Angaben individuell

Lösungen 2 Mit Sinus rechnen

5 Steigung bestimmen

a) (1) $\alpha \approx 47°$; $\frac{a}{c} \approx \frac{3{,}8}{5{,}2} \approx 0{,}73$ (2) $\alpha \approx 60°$; $\frac{a}{c} \approx \frac{2{,}1}{2{,}4} \approx 0{,}88$ (3) $\alpha \approx 50°$; $\frac{a}{c} \approx \frac{4{,}5}{5{,}9} = 0{,}83$ (4) $\alpha \approx 34°$; $\frac{a}{c} \approx \frac{4{,}8}{8{,}5} = 0{,}56$
Man kann nicht mit irgendeiner Kathete rechnen. Es muss eine bestimmte Kathete sein, damit das Verhältnis und der Winkel passen.

b) (1) $\beta \approx 43°$; $\frac{b}{c} \approx \frac{3{,}5}{5{,}2} \approx 0{,}67$ (2) $\beta \approx 30°$; $\frac{b}{c} \approx \frac{1{,}2}{2{,}4} = 0{,}5$ (3) $\beta \approx 40°$; $\frac{b}{c} \approx \frac{3{,}8}{5{,}9} \approx 0{,}64$ (4) $\beta \approx 56°$; $\frac{b}{c} \approx \frac{7}{8{,}5} \approx 0{,}82$
Man kann nicht mit irgendeiner Kathete rechnen. Es muss eine bestimmte Kathete sein, damit das Verhältnis und der Winkel passen.

Lösungen 3 Mit Kosinus und Tangens rechnen

9 Steigung bestimmen

a) (1) $\alpha \approx 47°$; $\frac{b}{c} \approx \frac{3{,}5}{5{,}2} \approx 0{,}67$ (2) $\alpha \approx 60°$; $\frac{b}{c} \approx \frac{1{,}2}{2{,}4} = 0{,}5$ (3) $\alpha \approx 50°$; $\frac{b}{c} \approx \frac{3{,}8}{5{,}9} \approx 0{,}64$ (4) $\alpha \approx 34°$; $\frac{b}{c} \approx \frac{7}{8{,}5} \approx 0{,}82$

b) (1) $\beta \approx 43°$; $\frac{a}{c} \approx \frac{3{,}8}{5{,}2} \approx 0{,}73$ (2) $\beta \approx 30°$; $\frac{a}{c} \approx \frac{2{,}1}{2{,}4} \approx 0{,}88$ (3) $\beta \approx 40°$; $\frac{a}{c} \approx \frac{4{,}5}{5{,}9} = 0{,}83$ (4) $\beta \approx 56°$; $\frac{a}{c} \approx \frac{4{,}8}{8{,}5} = 0{,}56$

Lösungen 4 Schneller zum Ziel mit dem Taschenrechner

11 Mit dem Taschenrechner rechnen

a)

α	5°	25°	40°	55°	80°	75°	**≈8,6°**	**≈36,9°**	**≈53,1°**	**≈71,8°**
$\sin\alpha$	**≈0,087**	**0,423**	**≈0,643**	**≈0,819**	**≈0,985**	≈0,966	0,15	0,6	0,8	0,95

α	5°	25°	40°	55°	80°	75°	**≈81,4°**	**53,1°**	**≈36,9°**	**≈18,2°**
$\cos\alpha$	**≈0,996**	**≈0,906**	**≈0,766**	**0,574**	**≈0,174**	≈0,259	0,15	0,6	0,8	0,95

α	5°	25°	40°	55°	80°	75°	**≈8,5°**	**≈31°**	**≈38,7°**	**≈43,5°**
$\tan\alpha$	**≈0,087**	**≈0,466**	**≈0,839**	**≈1,428**	**≈5,671**	≈3,732	0,15	0,6	0,8	0,95

b) Die Aussage (1) $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$ stimmt und zwar für jeden Winkel α.

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} : \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \cdot \frac{\text{Hypotenuse}}{\text{Ankathete}} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \tan\alpha$$

13 Fehlende Größen im rechtwinkligen Dreieck berechnen

	a	b	c	α	β
(1)	**3,4 cm**	5 cm	6 cm	**34°**	**56°**
(2)	**1,1 cm**	4 cm	**4,1 cm**	15°	**75°**
(3)	5,5 cm	**3,2 cm**	**6,4 cm**	**60°**	30°

	a	b	c	α	β
(4)	3 cm	**7,4 cm**	8 cm	**22°**	**68°**
(5)	**5,1 cm**	48 mm	7 cm	**47°**	**43°**
(6)	2 cm	3,5 cm	**4 cm**	**30°**	**60°**

Foto: Vignette: Shutterstock/Dmitry Brizhatyuk

Lösungen 7 Flächen berechnen in anderen Formen

18 Flächenberechnung von Dreieck und Parallelogramm

a) z.B.: $h_c = \sin 45° \cdot 5\text{ cm} \approx 3{,}5\text{ cm}$; $A \approx \frac{1}{2} \cdot 6\text{ cm} \cdot 3{,}5\text{ cm} \approx 10{,}6\text{ cm}^2$

b) (1) z.B.: $h_c = \sin 40° \cdot 6\text{ cm} \approx 3{,}9\text{ cm}$; $A \approx \frac{1}{2} \cdot 4\text{ cm} \cdot 3{,}9\text{ cm} \approx 7{,}7\text{ cm}^2$

(2) z.B.: $h_b = \sin 70° \cdot 5\text{ cm} \approx 4{,}7\text{ cm}$; $A \approx \frac{1}{2} \cdot 8\text{ cm} \cdot 4{,}7\text{ cm} \approx 18{,}8\text{ cm}^2$

(3) z.B.: $h_c = \sin 30° \cdot 7\text{ cm} = 3{,}5\text{ cm}$; $A = \frac{1}{2} \cdot 8\text{ cm} \cdot 3{,}4\text{ cm} = 14\text{ cm}^2$

(4) z.B.: $h_c = \sin 30° \cdot 6\text{ cm} = 3\text{ cm}$; $A = \frac{1}{2} \cdot 8\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$

(5) z.B.: $h_a = \sin 30° \cdot 8\text{ cm} = 4\text{ cm}$; $A = \frac{1}{2} \cdot 6\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$

c) $\gamma' = 30°$; $\overline{AD} = h_a = \sin 30° \cdot 6\text{ cm} = 3\text{ cm}$; $A = \frac{1}{2} \cdot 8\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$

d) (1) $h_a = \sin 30° \cdot 3\text{ cm} = 1{,}5\text{ cm}$; $A = 5\text{ cm} \cdot 1{,}5\text{ cm} = 7{,}5\text{ cm}^2$
(2) $h_a = \sin 150° \cdot 3\text{ cm} = 1{,}5\text{ cm}$; $A = 5\text{ cm} \cdot 1{,}5\text{ cm} = 7{,}5\text{ cm}^2$
(3) $h_a = \sin 20° \cdot 3\text{ cm} \approx 1{,}0\text{ cm}$; $A \approx 5\text{ cm} \cdot 1{,}0\text{ cm} \approx 5\text{ cm}^2$
(4) $h_a = \sin 160° \cdot 3\text{ cm} \approx 1{,}0\text{ cm}$; $A \approx 5\text{ cm} \cdot 1{,}0\text{ cm} \approx 5\text{ cm}^2$

e) In Parallelogrammen ergänzen sich die benachbarten Winkel zu 180° und da der Sinus für spitze und stumpfe Winkel gleich ist ($\sin 30° = \sin 150°$), ist keine Fallunterscheidung in spitz bzw. stumpf nötig.
Die Parallelogramme (1) und (2) bzw. (3) und (4) sind dieselben Parallelogramme.

Lösungen 8 Sinus, Kosinus und Tangens in verschiedenen Situationen

27 Quader

a) $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2} \approx 5{,}7\text{ cm}$; $d_2 = \sqrt{b^2 + c^2} \approx 8{,}9\text{ cm}$; $m = n = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \approx 9{,}8\text{ cm}$
Winkelberechnungen in (1) bis (5) über Kosinus
(1) 45° (2) ≈63,4° (3) ≈35,3° (4) ≈65,9° (5) ≈24,1°
(6) $\frac{\frac{m}{2}}{\frac{c}{2}} = \sin\frac{\alpha}{2}$; $\frac{\alpha}{2} \approx 54{,}7°$; $\alpha \approx 109{,}5°$; bzw. der kleinere Schnittwinkel ≈70,5°

b) (1) Es verdoppeln sich auch diese Längen (proportional), also $d_1 \approx 11{,}3\text{ cm}$; $d_2 \approx 17{,}9\text{ cm}$; $m = n \approx 19{,}6\text{ cm}$
(2) alle Winkel bleiben gleich (siehe a)).

c) (1) Bei einer proportionalen Vergrößerung vergrößern sich alle Längen gleichermaßen.
(2) Die proportionale Vergrößerung ist winkeltreu, also ändern sich keine Winkelgrößen.

Foto: Vignette: Shutterstock/Dmitry Brizhatyuk