



Wissensspeicher Quadratische Funktionen in Scheitelpunktform und allgemeiner Form

Diese Form einer quadratischen Funktion heißt **Scheitelpunktform**: $f(x) = a(x + b)^2 + c$

Der **Scheitelpunkt** ist der höchste oder tiefste Punkt der Parabel.

Beispiel: $f(x) = 2(x - 2)^2 - 1$

x	$x - 2$	$(x - 2)^2$	$2(x - 2)^2$	$2(x - 2)^2 - 1$
0,5	-1,5	2,25	4,5	3,5
1	-1	1	2	1
1,5	-0,5	0,25	0,5	-0,5
2	0	0	0	-1
2,5	0,5	0,25	0,5	-0,5
3	1	1	2	1
3,5	1,5	2,25	4,5	3,5

In der Tabelle sieht man, dass an der Stelle

$x = 2$ der größte / kleinste Wert

$f(x) = -1$ liegt.

Das ist der Scheitelpunkt $(2 | -1)$.

Die Parabel ist um 2 nach rechts

und um 1 nach unten verschoben.

An der Scheitelpunktform kann man die Lage, die Form und die Öffnung der Parabel ablesen.

Wenn $a > 0$ ist, ist die Parabel nach oben geöffnet. Wenn $a < 0$ ist, ist die Parabel nach unten geöffnet.

Wenn $a > 1$ ist, ist die Parabel gestreckt

Der Scheitelpunkt der Parabel liegt bei $x = -b$ und $y = c$.

Diese Form einer quadratischen Funktion heißt **allgemeine Form**: $f(x) = a \cdot x^2 + p \cdot x + q$

Man kann sie aus der Scheitelpunktform durch Umformen erhalten.

Beispiel: $f(x) = 2(x - 2)^2 - 1$

$$2(x - 2)^2 - 1 = 2 \cdot (x^2 - 4x + 4) - 1 = 2x^2 - 8x + 8 - 1 = 2x^2 - 8x + 7$$

An der allgemeinen Form kann man den Scheitelpunkt nicht ablesen. Man kann aber die allgemeine Form mit Hilfe der binomischen Formeln oder der quadratischen Ergänzung immer in die Scheitelpunktform umformen.

Beispiel: $x^2 + 6x + 20$

$$= x^2 + 6x + 9 - 9 + 20$$

$$= (x + 3)^2 - 9 + 20$$

$$= (x + 3)^2 + 11$$

Die 9 ist passender als die 20, weil $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 = 9$ ist.

Man zieht sie gleich wieder ab, weil der Wert des Terms gleich bleiben soll.

Man nutzt die 1. binomische Formel.

Man vereinfacht den Term, indem man die Summe ausrechnet.

Wenn vor dem x^2 eine Zahl steht, kann man ähnlich vorgehen. Man benötigt nur zusätzliche Schritte.

Beispiel: $2x^2 + 4x - 10$

$$= 2(x^2 + 2x - 5)$$

$$= 2(x^2 + 2x + 1 - 1 - 5)$$

$$= 2((x + 1)^2 - 1 - 5)$$

$$= 2(x + 1)^2 - 12$$

Zuerst klammert man die Zahl vor dem x aus, um die quad. Ergänzung zu bilden.

Die 1 ist passender als die -5, weil $\left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1^2 = 1$.

Man zieht die 1 gleich wieder ab, weil der Wert des Terms gleich bleiben soll.

Man nutzt die erste binomische Formel.

Man vereinfacht den Term.