



## Wissenspeicher Quadratische Gleichungen systematisch lösen

In vielen Situationen ergeben sich quadratische Gleichungen in der Form  $x^2 + px + q = 0$ .  
Dann hilft es, den Term auf der linken Seite durch Quadratisch ergänzen in die Scheitelpunktform umzuformen.

Damit stehen nun mehrere Umformungsschritte zur Verfügung:

+, -, ·, : und Wurzel finden, Quadratisch ergänzen

Beispiel	Allgemein
$x^2 + 8x + 16 = 0$ $x^2 + 2 \cdot 4x + 16 = 0$ $(x + 4)^2 = 0$	$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = 0$ $x^2 + 2 \cdot \frac{p}{2}x + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = 0$ $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = 0$
$x^2 + 8x + 12 = 0$ $x^2 + 8x + 16 - 16 + 12 = 0$ $(x+4)^2 - 16 + 12 = 0$ $(x+4)^2 - 4 = 0 \quad   +4$ $(x+4)^2 = 4 \quad   \text{Wurzel finden}$ $x_1 + 4 = 2 \text{ und } x_2 + 4 = -2 \quad   -4$ $x_1 = -2 \text{ und } x_2 = -6$ $\mathbb{L} = \{-6; -2\}$	$x^2 + px + q = 0$ $x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$ $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0 \quad   -q$ $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 = -q \quad   + \left(\frac{p}{2}\right)^2$ $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \quad   \text{Wurzel finden}$ $x_1 + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \text{ und } x_2 + \frac{p}{2} = -\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad   -\frac{p}{2}$ $x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \text{ und } x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$  $x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \text{ und } x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ Dies nennt man die <b>p-q-Formel</b> , um die Lösungen von quadratischen Gleichungen zu bestimmen.

Hier mein Beispiel zum Anwenden der p-q-Formel:

$$\begin{aligned}
 x^2 + 8x + 12 &= 0 \\
 x_1 &= -\frac{8}{2} + \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 12} \text{ und } x_2 = -\frac{8}{2} - \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 12} \\
 x_1 &= -4 + \sqrt{16 - 12} \text{ und } x_2 = -4 - \sqrt{16 - 12} \\
 x_1 &= -4 + \sqrt{4} \text{ und } x_2 = -4 - \sqrt{4} \\
 x_1 &= -4 + 2 \text{ und } x_2 = -4 - 2 \\
 x_1 &= -2 \text{ und } x_2 = -6 \\
 \mathbb{L} &= \{-6; -2\}
 \end{aligned}$$

anderes Beispiel:

$$\begin{aligned}
 x^2 - 1,5x - 1 &= 0 \\
 x_1 &= -\left(-\frac{3}{4}\right) + \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1} \text{ und } x_2 = -\left(-\frac{3}{4}\right) - \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1} \\
 x_1 &= \frac{3}{4} + \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{16}{16}} \text{ und } x_2 = \frac{3}{4} - \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{16}{16}} \\
 x_1 &= \frac{3}{4} + \sqrt{\frac{25}{16}} \text{ und } x_2 = \frac{3}{4} - \sqrt{\frac{25}{16}} \\
 x_1 &= \frac{3}{4} + \frac{5}{4} \text{ und } x_2 = \frac{3}{4} - \frac{5}{4} \\
 x_1 &= \frac{8}{4} = 2 \text{ und } x_2 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\mathbb{L} = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$$

Brüche sind  
vielleicht  
einfacher.